

## UČNI NAČRT PREDMETA/COURSE SYLLABUS

**Predmet:** Analiza - PAP  
**Course title:** Analysis - PAP

Študijski programi in stopnja	Študijska smer	Letnik	Semestri
Strojništvo - projektno aplikativni program, prva stopnja, visokošolski strokovni	Ni členitve (študijski program)	1. letnik	Zimski

**Univerzitetna koda predmeta/University course code:** 0562656  
**Koda učne enote na članici/UL Member course code:** 3001-V

Predavanja	Seminar	Vaje	Klinične vaje	Druge oblike študija	Samostojno delo	ECTS
60		60			80	8

**Nosilec predmeta/Lecturer:** Aljoša Peperko, Boštjan Gabrovšek, Janez Žerovnik

**Vrsta predmeta/Course type:** Obvezni splošni predmet /Compulsory general course

**Jeziki/Languages:**

Predavanja/Lectures:	Slovenščina
Vaje/Tutorial:	Slovenščina

**Pogoji za vključitev v delo oz. za opravljanje študijskih obveznosti:**

Izpolnjevanje pogojev za vpis v Visokošolski strokovni študijski program I. stopnje Strojništvo - Projektno aplikativni program.

**Prerequisites:**

Meeting the enrollment conditions for the MECHANICAL ENGINEERING - Project Oriented Applied Programme.

**Vsebina:**

Uvod in osnovni pojmi  
 1. Matematika in matematično modeliranje.  
 - Korektnost in ustreznost modela. Množice in števila. Kompleksna števila. Polarni zapis kompleksnega števila. Zaporedja in limita zaporedja.  
 2.a) Številске vrste (realne in kompleksne).  
 - Konvergenčni kriteriji (primerjalni, kvocientni, korenski).  
 Realne funkcije realne spremenljivke in odvod  
 2.b) Realne funkcije.  
 - Elementarne funkcije. Limita funkcije. Zvezne funkcije. Osnovne lastnosti zveznih funkcij.  
 3. Definicija in geometrijski pomen odvoda.  
 - Diferencial. Pravila za odvajanje. Odvodi elementarnih funkcij. Izreki o odvedljivih funkcijah: Rolleov, Lagrangeov in Cauchyjev izrek. L'Hopitalovo pravilo.  
 4. Odvodi višjega reda.  
 - Taylorjeva formula in Taylorjeva vrsta analitičnih funkcij. Definicija pomembnih kompleksnih funkcij s pomočjo Taylorjevih vrst. Eulerjeva formula. Lokalni ekstremi realne funkcije. Stacionarne točke odvedljive

**Content (Syllabus outline):**

*Introduction and basics*  
 1. Mathematics and mathematical modelling. Correctness and suitability of the model. Sets and numbers. Complex numbers. Polar form of a complex number. Sequences and a limit of a sequence.  
 2a) Number series (real and complex)  
 - Convergence tests (comparison, ratio, root).  
*Real functions of real variables and differentiation*  
 2b) functions.  
 - Elementary functions. Limit of a function. Continuous functions. Basic properties of continuous functions.  
 3. Definition of derivative and its geometrical meaning.  
 - Differential. Rules for differentiation. Derivates of elementary functions. Theorems for differential functions. Rolle, Lagrange and Cauchy. L'Hopital rule.  
 4. Derivates of higher order.  
 - Taylor formula. Taylor series of analytic functions. Definition of important complex functions with Taylor series. Euler formula. Local extremes of a real function. Stationary points of differentiable functions.  
 5.a) Property analysis of functions via the first and

<p>funkcije.</p> <p>5. a) Analiza lastnosti funkcij s pomočjo odvoda in drugega odvoda. - Risanje grafov funkcij. Uporaba odvoda. <i>Nedoločeni in določeni integral</i></p> <p>5. b) Definicija določenega in nedoločenega integrala.</p> <p>6. Lastnosti integrala. - Osnovni izrek analize. integrali nekaterih elementarnih funkcij. Osnovne metode integriranja. Vpeljava nove spremenljivke.</p> <p>7. Integracija po delih. - Zgledi integriranja racionalnih in kotnih funkcij. Posplošeni integral. Uporaba integrala: prostornine, ploščine izsekov (navor), težišča, itd. <i>Realne funkcije dveh ali več realnih spremenljivk-osnove</i></p> <p>8. Definicija realne funkcije več spremenljivk. - Geometrijski in fizikalni zgledi. Limita in zveznost. Parcialni odvodi. Gradient. Totalni diferencial. Tangentna ravnina. Smerni odvod. Višji parcialni odvodi. Formula za odvajanje sestavljenih funkcij. <i>Integrali s parametrom, Laplaceova transformacija</i></p> <p>9. s parametrom. - Odvajanje integralov s parametrom. Integriranje integralov s parametrom. Izlimitirani integrali s parametrom. Odvajanje in integriranje.</p> <p>10. Laplaceova transformacija. - Inverzna Laplaceova transformacija. Pravila za uporabo Laplaceove transformacije. Tabela transformirank. Konvolucija funkcij. Reševanje posebnih primerov integralnih enačb z Laplaceovo transformacijo. <i>Fourierova analiza.</i></p> <p>11. Fourierove vrste. - Sodi razvoj. Lihi razvoj. Izračun številskih vrst s pomočjo Fourierovega razvoja.</p> <p>12. Kompleksne Fourierove vrste. - Fizikalni zgledi. Vsiljene oscilacije. Vzmet-masa. Električno vezje.</p> <p>13. Fourierov integral. - Kosinusna Fourierova transformacija. Sinusna Fourierova transformacija. Pravila transformiranja.</p> <p>14. Fourierova transformacija. - Inverzna Fourierova transformacija. Fizikalna interpretacija. Transformacijska pravila.</p> <p>15. Uporaba Fourierove transformacije. - Fizikalni zgledi.</p>	<p>second and derivatives.</p> <p>- Drawing graphs of functions. Applications of derivative. <i>Indefinite and definite integral</i></p> <p>5.b) Definition of definite and indefinite integral.</p> <p>6. Properties of integral. - Fundamental theorem of analysis. integrals of elementary functions. Basic methods of integration. Substitution.</p> <p>7. Per partes integration. - Examples of integration of rational and trigonometric functions. Improper integral. Applications of integral: volumes, plates, torque, center of gravity. <i>Real functions of two or several real variables</i></p> <p>8. Definition of a real function of several variables. - Examples from geometry and physics. Limit and continuity. Partial derivatives. Gradient. Total differential. Tangent plane. Directional derivative. Higher partial derivatives. Chain rule. Integrals with parameters, Laplace transform</p> <p>9. with a parameter. - Differentiation and integration of integrals with parameter. Improper integrals with a parameter. Differentiation and integration.</p> <p>10. Laplace transform - Inverse Laplace transform. Rules for Laplace transform. Table for the Laplace transform. Convolution of functions. Solving special cases of integral equations with Laplace transform. <i>Fourier analysis</i></p> <p>11. Fourier series. - Even series. Odd series. Calculating scalar series via Fourier series.</p> <p>12. Complex Fourier series. - Examples from physics. Forced oscillations. Mass-spring systems. Electrical circuit.</p> <p>13. Fourier integral. - Cosine Fourier transform. Sine Fourier transform. Transformation rules.</p> <p>14. Fourier transformation. - Inverse Fourier transform. Physical interpretation. Transformation rules.</p> <p>15. Table for Fourier transform. - Examples from physics.</p>
--	--

#### Temeljna literatura in viri/Readings:

1. ŽEROVNIK, Janez. Matematika Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2014.
2. ŽEROVNIK, Janez. Tehniška matematika 1. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2010.
3. NOVAK, Tina, PEPERKO, Aljoša, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. Tehniška matematika 1 : naloge in postopki reševanja. 2. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2015.
4. NOVAK, Tina, PEPERKO, Aljoša, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. Tehniška matematika 2 : naloge in postopki reševanja. 2. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2019.
5. ŽEROVNIK, Janez, BANIČ, Iztok, HRASTNIK LADINEK, Irena, ŠPACAPAN, Simon. Zbirka rešenih nalog iz tehniške matematike. 4. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2011.
6. E. KREYSZIG, Advanced Engineering Mathematics, Wiley, 9th Edition, 2006

**Cilji in kompetence:**

**Objectives and competences:**

<p><b>Cilji:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Študenti spoznajo osnovno teoretično podlago iz področij analize, integralnih transformacij in Fourierove analize.</li> <li>Spoznajo teoretične osnove metod za reševanje in izpeljavo rešitev nekaterih fizikalnih in tehniških problemov</li> </ol> <p><b>Kompetence:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Sposobnost uporabe pridobljenih matematičnih znanj s področij analize in integralnih transformacij in Fourierove analize za modeliranje, reševanje in evalviranje strokovnih tehniških problemov v strojništvu (S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, S4-PAP, S5-PAP, P2-PAP)</li> <li>Sposobnost samostojnega pridobivanja ustreznega matematičnega znanja za namen reševanja strokovnih inženirskih problemov (S5-PAP, S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, P2-PAP).</li> </ol>	<p><b>Objectives:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Students learn theoretical basis of calculus, integral transformations and Fourier analysis.</li> <li>Students learn theoretical foundations of methods to solve some physical and engineering problems.</li> </ol> <p><b>Competences:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>The ability to apply the obtained mathematical knowledge of calculus, integral transformations and Fourier analysis for analysis, modelling, and solving of mechanical engineering problems (S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, S4-PAP, S5-PAP, P2-PAP)</li> <li>The ability to acquire new adequate mathematical knowledge for solving professional engineering problems (S5-PAP, S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, P2-PAP).</li> </ol>
---	--

<p><b>Predvideni študijski rezultati:</b></p> <p><b>Znanja:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Obvladajo osnovne metode analize, integralnih transformacij in Fourierove analize (Z1).</li> <li>Razumejo matematične modele nekaterih fizikalnih in tehniških problemov (Z1).</li> </ul> <p><b>Spretnosti:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Spretnost samostojnega matematičnega eksaktnega modeliranja primerno zahtevnih strokovnih problemov (S1.2, S1.3, S1.4).</li> <li>Trdna analitična spretnost razmišljanja in analitično-sintetičnega reševanja eksaktnih problemov (S1.2, S1.3, S1.4).</li> </ul>	<p><b>Intended learning outcomes:</b></p> <p><b>Knowledge:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mastering the basic methods of calculus, integral transformations and Fourier analysis (Z1).</li> <li>Understanding mathematical models of some physical and technical problems (Z1).</li> </ul> <p><b>Skills:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>The skill of independent mathematical exact modelling of suitably demanding professional problems (S1.2, S1.3, S1.4).</li> <li>Solid skill of analytic thinking and analytic-synthetic solving of exact problems (S1.2, S1.3, S1.4).</li> </ul>
--	---

<p><b>Metode poučevanja in učenja:</b></p> <p>P1 Avditorna predavanja z reševanjem izbranih - za področje značilnih - teoretičnih in praktično uporabnih primerov.</p> <p>P2 Obravnava snovi po urejeni in vnaprej razloženi sistematiki.</p> <p>P3 Avditorne vaje, kjer se teoretično znanje s predavanj podkrepi z računskimi primeri.</p> <p>P12 Individualizirane domače naloge v spletni učilnici</p>	<p><b>Learning and teaching methods:</b></p> <p>P1 Auditorial lectures with solving selected field-specific theoretical and applied use cases.</p> <p>P2 Presenting the content according to the explained system.</p> <p>P3 Auditorial exercises, in which theoretical content from the lectures is supplemented with practical examples.</p> <p>P12 Individualised homeworks in a web classroom.</p>
--	--

<b>Načini ocenjevanja:</b>	<b>Delež/Weight</b>	<b>Assessment:</b>
Ocena vaj: domače naloge, sprotno preverjanje.	50,00 %	Homeworks, formative assesment.
Izpit (delni izpiti ali izpit ob koncu semestra).	50,00 %	Exam (partial exams or final exam).

<p><b>Reference nosilca/Lecturer's references:</b></p> <p>Janez Žerovnik:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>WITKOWSKI, Rafał, <b>ŽEROVNIK, Janez</b>. Proof of McDiarmid-Reed conjecture for a subclass of hexagonal graphs. <i>Utilitas mathematica</i>, ISSN 0315-3681, 2017, vol. 105, str. 191-206.</li> <li>ŠPARL, Petra, WITKOWSKI, Rafał, <b>ŽEROVNIK, Janez</b>. Multicoloring of cannonball graphs. <i>Ars mathematica contemporanea</i>, ISSN 1855-3966. [Tiskana izd.], 2016, vol. 10, no. 1, str. 31-44.</li> <li>RUPNIK POKLUKAR, Darja, <b>ŽEROVNIK, Janez</b>. Reliability Hosoya-Wiener polynomial of double weighted trees. <i>Fundamenta informaticae</i>, ISSN 0169-2968, 2016, vol. 147, str. 447-456,.</li> </ol>
---

4. KALJUN, David, PETRIŠIČ, Jože, **ŽEROVNIK, Janez**. Using Newton's method to model the spatial light distribution of an LED with attached secondary optics. *Strojniški vestnik*, ISSN 0039-2480, May 2016, vol. 62, no. 5, str. 307-317.]
5. ERVEŠ, Rija, **ŽEROVNIK, Janez**. Improved upper bounds for vertex and edge fault diameters of Cartesian graph bundles. *Discrete applied mathematics*, ISSN 0166-218X. [Print ed.], 30 Jan. 2015, vol. 181, str. 90-97.

Aljoša Peperko:

1. ROSENMAN, Amnon, LEHNER, Franz, **PEPERKO, Aljoša**. Polynomial convolutions in max-plus algebra. *Linear Algebra and its Applications*, ISSN 0024-3795. [Print ed.], Oct. 2018, vol. 578, str. 370-40
2. DRNOVŠEK, Roman, **PEPERKO, Aljoša**. Inequalities on the spectral radius and the operator norm of Hadamard products of positive operators on sequence spaces. *Banach journal of mathematical analysis : an international electronic journal*, ISSN 1735-8787. [Online ed.], 2016, vol. 10, no. 4, str. 800-814.
3. NICOLLIER, Grégoire, **PEPERKO, Aljoša**, ŠTER, Janez. Pythagorean theorem: a proof without words. *Mathematics magazine*, ISSN 0025-570X, Dec. 2018, vol. 91, no. 5, str. 382-38
4. ŽUŽEK, Tena, **PEPERKO, Aljoša**, KUŠAR, Janez. A max-plus algebra approach for generating a non-delay schedule. *Croatian operational research review : CRORR*, ISSN 1848-0225. [Tiskana izd.], 2019, vol. 10, no. 1, str. 35-44
5. NOVAK, Tina, **PEPERKO, Aljoša**, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. Tehniška matematika 1 : naloge in postopki reševanja. 2. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 201 183 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-01-2. [COBISS.SI-ID [281515776](#)]

Boštjan Gabrovšek

1. **GABROVŠEK, Boštjan**, HORVAT, Eva. The Alexander polynomial for closed braids in lens spaces. *Journal of Pure and Applied Algebra*, ISSN 0022-4049. [Print ed.], June 2020, iss. 6, art. 106253, str. 1-8.
2. **GABROVŠEK, Boštjan**. The categorification of the Kauffman bracket skein module of  $RP^3$ . *Bulletin of the Australian Mathematical Society*, ISSN 0004-9727, dec. 2013, vol. 88, iss. 3, str. 407-422
3. **GABROVŠEK, Boštjan**, MANFREDI, Enrico. On the KBSM of links in lens spaces. *Journal of knot theory and its ramifications*, ISSN 0218-2165, Jan. 2018, vol. 27, iss. 1, 18 str.
4. **GABROVŠEK, Boštjan**, HORVAT, Eva. Knot invariants in lens spaces. V: ADAMS, Colin Conrad (ur.). *Knots, low-dimensional topology and applications : Knots in Hellas*, International Olympic Academy, Greece, July 2016, (Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, ISSN 2194-1009, 284). Cham: Springer. cop. 2019, str. 347-361. [1.08 Objavljeni znanstveni prispevek na konferenci]