

METODE KONČNIH IN ROBNIH ELEMENTOV

UČNI NAČRT PREDMETA/COURSE SYLLABUS

Predmet:	Metode končnih in robnih elementov
Course title:	Finite Element and Boundary Element Methods
Članica nosilka/UL Member:	UL FS

Študijski programi in stopnja	Študijska smer	Letnik	Semestri	Izbirnost
Strojništvo, tretja stopnja, doktorski	Ni členitve (študijski program)	1. letnik, 2. letnik	Celoletni	izbirni

Univerzitetna koda predmeta/University course code:	0033415
Koda učne enote na članici/UL Member course code:	7007

Predavanja /Lectures	Seminar /Seminar	Vaje /Tutorial s	Klinične vaje /Clinical tutorials	Druge oblike študija /Other forms of study	Samostojno delo /Individual student work	ECTS
90					160	10

Nosilec predmeta/Lecturer:	Bojan Starman, Nikolaj Mole
-----------------------------------	-----------------------------

Izvajalci predavanj:	Nikolaj Mole, Bojan Starman
Izvajalci seminarjev:	
Izvajalci vaj:	
Izvajalci kliničnih vaj:	
Izvajalci drugih oblik:	
Izvajalci praktičnega usposabljanja:	

Vrsta predmeta/Course type:	Izbirni predmet /Elective course
------------------------------------	----------------------------------

Jeziki/Languages:

Predavanja/Lectures:

Angleščina, Slovenščina

Vaje/Tutorial:

Angleščina, Slovenščina

Pogoji za vključitev v delo oz. za opravljanje študijskih obveznosti:**Prerequisites:**

Veljajo splošni pogoji za doktorski študij.

General prerequisites for the third level studies.

Vsebina:**Content (Syllabus outline):**

- Matematične osnove: Definicija Hilbertovega prostora: metrika v Hilbertovem prostoru. Ortogonalni in ortonormirani sistemi funkcij v prostoru kvadratično integrabilnih funkcij. Lastnosti linearne operatorja.
- Matematično modeliranje: Definiranje robnega in začetnega problema v fiziki trdnih teles. Fizikalno matematične povezave med primarnimi in sekundarnimi spremenljivkami. Bistveni in naravni robni pogoji. Možnosti analitičnega reševanja.
- Integralske formulacije: Formuliranje robnega problema v integralski obliki. Osnovna, šibka in inverzna oblika integralske formulacije. Stavek o stacionarni vrednosti kvadratičnega funkcionala.
- Aproksimativno reševanje: Postopki aproksimativnega reševanja operatorske enačbe $A \cdot u = f$ z variacijsko formulo (metoda ortonormiranih vrst, Rayleigh-Ritzov postopek, metode utežnih ostankov, Courantova metoda). Aproksimacijske funkcije z lokalnim delovanjem.
- Napredne metode aproksimativnega reševanja: Variacijska obravnava integralsko formuliranih robnih problemov. Prostorska diskretizacija, lokalno omejena aproksimacija osnovne spremenljivke. Vloga izbire variacijskih funkcij za učinkovito reševanje problema.
- Metoda končnih elementov:

- Mathematical basics: Definition of Hilbert space: metrics in Hilbert space. Orthogonality and orthonormal systems of functions in the space of quadratic integrable functions. Properties of linear operator.
- Mathematical modelling: Definition of boundary and initial value problem in physics. Physical and mathematical relations between primary and secondary variables. Dirichlet, Neumann, Robin etc. boundary conditions. Feasibility of analytical solution.
- Integral formulations: Boundary value problem in integral form. Principal, weak and inverse form of integral formulation. Theorem of stationary value of quadratic functional.
- Approximate solution: Procedures for approximating solution of equation $A \cdot u = f$ based on variational formulation (method of orthonormal series, Rayleigh-Ritz procedure, method of weighted residuals, Courant method). Local based approximation functions.
- Advanced methods of approximate solutions: Variational approach of treating boundary value problems expressed by integral formulation. Space discretization, locally confined approximation of principal variable. Influence of the chosen variational functions on effectiveness of the problem solution.
- Finite element method: Basics,

Izhodišča, diskretizacija območja – končni element, interpolacijske funkcije na območju končnega elementa, enačba končnega elementa, enačba problema. Posebnosti reševanja z MKE. • Metoda robnih elementov: Izhodišča, diskretizacija ograje območja – robni element, interpolacijske funkcije na območju robnega elementa, enačba robnega elementa, enačba problema. Posebnosti reševanja z MRE.	domain discretization – finite element, interpolation functions on finite element domain, finite element equation, assembled finite element equation of the problem. Specificity of solving problems with FEM. • Boundary element method: Basics, boundary discretization – boundary element, interpolation functions on boundary element domain, boundary element equation, assembled boundary element equation of the problem. Specificity of solving problems with BEM.
---	---

Temeljna literatura in viri/Readings:

- [1] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor, J.Z. Zhu: The Finite Element Method: Its Basis and [1]Fundamentals, Sixth Edition, Elsevier, 2006. [COBISS.SI-ID – 9893915]
[2] O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor: The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics, Sixth Edition, Elsevier, 2006. [COBISS.SI-ID – 10942486]
[3] J.N. Reddy: An Introduction to the Finite Element Method, 2nd edition, McGraw Hill Series in Mechanical Engineering, 1993. [COBISS.SI-ID - 758299]
[4] J. Fish, T. Belytschko: A First Course in Finite Elements, John Wiley & Sons, 2007. [COBISS.SI-ID - 3661921]
[5] G. Beer, J.O. Watson: Introduction to Finite and Boundary Element Methods for Engineers, John Wiley & Sons, 1992. [COBISS.SI-ID - 760603]
[6] F. Hartmann: Introduction to Boundary Elements: Theory and Applications, John Springer-Verlag, 1989, 1990. [COBISS.SI-ID - 7593243]

Cilji in kompetence:

Cilji:

Osnovni cilj je študentu prikazati vlogo in pomen naprednih metod numerične analize pri reševanju tehniških problemov. Da bi lahko odgovorno uporabljal računalniške programe za razvojne potrebe, mora študent osvojiti potrebne teoretične matematične osnove in razumevanje različnih izhodišč za aproksimativno reševanje, ki vodijo do metode končnih elementov (MKE) in metode robnih elementov (MRE).

Kompetence:

Študent osvoji razumevanje aproksimativnega reševanja robnih problemov na področjih tehniške fizike trdnih teles. Na osnovi razumevanja

Objectives and competences:

Goals:

The main goal of the topic is to show students the purpose and the role of the advanced numerical methods in engineering problems. In order to use computer software in development design problems responsibly the student must gain theoretical and mathematical fundamentals, and must fully understand the origin of the approaches used to obtain approximate solution, e.g. the finite element method (FEM) and boundary element method BEM).

Competences:

Student understands the approaches used to obtain approximate solutions of boundary value problems in technical

fizikalnega fenomena obvlada postavitev splošnega matematičnega modela, ki ga v nadaljevanju ustrezno numerično reši. Konkretno osvoji kompetence za reševanje termomehanskih in toplotnih problemov z eno od obravnavanih metod (MKE, MRE) ter zna rezultate ustrezno vrednotiti.	physics of a continuum. In this context student acquires competence of setting up an adequate mathematical model for the considered physical problem, which he is able to solve numerically. To concretize, the student becomes skilled and competent in solving thermo-mechanical and heat conduction problems with FE and BE methods, and capable of correctly evaluate the numerical results.
--	--

Predvideni študijski rezultati:

Intended learning outcomes:

Študent osvoji razumevanje aproksimativnega reševanja robnih problemov na področjih tehniške fizike trdnih teles. Na osnovi razumevanja fizikalnega fenomena obvlada postavitev splošnega matematičnega modela, ki ga v nadaljevanju ustrezno numerično reši. Konkretno osvoji kompetence za reševanje termomehanskih in toplotnih problemov z eno od obravnavanih metod (MKE, MRE) ter zna rezultate ustrezno vrednotiti.	Student understands the approaches used to obtain approximate solutions of boundary value problems in technical physics of a continuum. In this context student acquires competence of setting up an adequate mathematical model for the considered physical problem, which he is able to solve numerically. To concretize, the student becomes skilled and competent in solving thermo-mechanical and heat conduction problems with FE and BE methods, and capable of correctly evaluate the numerical results.
--	--

Metode poučevanja in učenja:

Learning and teaching methods:

Predavanja, laboratorijske vaje, seminarsko delo, e-izobraževanje, konzultacije. Seminarsko delo v čim večji meri navezuje se na področje doktorskega raziskovanja. Študij z uporabo priporočene literature.	Lectures, laboratory practice & seminar work, e-education, consulting. The seminar work is related, as much as possible, to the student's doctoral research field. Study on a recommended literature basis.
--	---

Načini ocenjevanja:

Delež/Weight

Assessment:

Ustni izpit, poročilo o seminarskem delu. Pogoji za opravljanje ustnega izpita je uspešno izdelano in pozitivno ocenjeno seminarsko delo. • projekt (seminarsko delo)	70,00 %	Oral exam, report on seminar work. The condition for admission to oral exam is successful completion of seminar work, rewarded with a passing grade. • project (seminar assignment)
• ustno izpraševanje	30,00 %	• oral examination

Ocenjevalna lestvica:

5 - 10, pri čemer velja, da je pozitivna
ocena od 6 - 10

Grading system:

5 - 10, a student passes the exam if he is
graded from 6 to 10

Reference nosilca/Lecturer's references:**Nikolaj MOLE**

1. MARKEŽIČ, Rok, NAGLIČ, Iztok, **MOLE, Nikolaj**, ŠTURM, Roman. Experimental and numerical analysis of failures on a die insert for high pressure die casting. *Engineering failure analysis*, ISSN 1350-6307, Jan. 2019, vol. 95, str. 171-180, ilustr.
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1350630718306514?via%3Dihub>, doi: [10.1016/j.engfailanal.2018.09.010](https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2018.09.010). [COBISS.SI-ID [16374299](#)], [JCR, SNIP, WoS do 18. 11. 2022: št. citatov (TC): 8, čistih citatov (CI): 7, čistih citatov na avtorja (CIAu): 1.75, Scopus do 9. 11. 2022: št. citatov (TC): 12, čistih citatov (CI): 11, čistih citatov na avtorja (CIAu): 2.75]
2. **MOLE, Nikolaj**, CAFUTA, Gašper, ŠTOK, Boris. A 3D forming tool optimisation method considering springback and thinning compensation. *Journal of materials processing technology*, ISSN 0924-0136, Aug. 2014, vol. 214, iss. 8, str. 1673-1685, ilustr., doi: [10.1016/j.jmatprotec.2014.03.017](https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2014.03.017). [COBISS.SI-ID [13403419](#)], [JCR, SNIP, WoS do 23. 11. 2022: št. citatov (TC): 16, čistih citatov (CI): 14, čistih citatov na avtorja (CIAu): 4.67, Scopus do 16. 2. 2023: št. citatov (TC): 17, čistih citatov (CI): 16, čistih citatov na avtorja (CIAu): 5.33]
3. BOBOVNIK, Gregor, **MOLE, Nikolaj**, KUTIN, Jože, ŠTOK, Boris, BAJSIČ, Ivan. Coupled finite-volume/finite-element modelling of the straight-tube Coriolis flowmeter. *Journal of fluids and structures*, ISSN 0889-9746, 2005, letn. 20, št. 6, str. 785-800. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2005.04.008>. [COBISS.SI-ID [8406299](#)], [JCR, SNIP, WoS do 21. 8. 2022: št. citatov (TC): 31, čistih citatov (CI): 27, čistih citatov na avtorja (CIAu): 5.40, Scopus do 29. 3. 2023: št. citatov (TC): 45, čistih citatov (CI): 39, čistih citatov na avtorja (CIAu): 7.80]
4. **MOLE, Nikolaj**, CHENOT, Jean Loup, FOURMENT, Lionel. A velocity based approach including acceleration to the finite element computation of viscoplastic problems. *International journal for numerical methods in engineering*, ISSN 0029-5981. [Print ed.], 1996, vol. 39, no. 20, str. 3439-3451. [COBISS.SI-ID [2323227](#)], [JCR, SNIP, WoS do 18. 3. 2018: št. citatov (TC): 6, čistih citatov (CI): 5, čistih citatov na avtorja (CIAu): 1.67, Scopus do 18. 3. 2018: št. citatov (TC): 10, čistih citatov (CI): 9, čistih citatov na avtorja (CIAu): 3.00]

Bojan STARMAN

1. CHEN, Bin, **STARMAN, Bojan**, HALILOVIČ, Miroslav, BERGLUND, Lars A., COPPIETERS, Sam. Finite element model updating for material model calibration : a review and guide to practice. Archives of computational methods in engineering. [Online ed.]. 2024, vol. , str. [1-78], ilustr. ISSN 1886-1784. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11831-024-10200-9>, DOI: [10.1007/s11831-024-10200-9](https://doi.org/10.1007/s11831-024-10200-9). [COBISS.SI-ID [217373187](#)], [Odprti dostop, JCR, SNIP, WoS do 10. 3. 2025: št. citatov (TC): 1, čistih citatov (CI): 0, čistih citatov

na avtorja (CIAu): 0.00, Scopus do 16. 3. 2025: št. citatov (TC): 1, čistih citatov (CI): 1, čistih citatov na avtorja (CIAu): 0.20]

2. **STARMAN, Bojan**, PEPELNJAK, Tomaž, MAČEK, Andraž, HALILOVIČ, Miroslav, COPPIETERS, Sam. Inverse calibration of out-of-plane shear anisotropy parameters of sheet metal. *International Journal of Solids and Structures*. [Online ed.]. May 2025, vol. 313, [article no.] 113313, 20 str., ilustr. ISSN 1879-2146.
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002076832500099X>, DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2025.113313. [COBISS.SI-ID [227822851](#)]
3. OBID, Štefan, **STARMAN, Bojan**, UREVC, Janez, HALILOVIČ, Miroslav. Extraction of uniaxial stress-strain curve from bending test using DIC measurements. *European journal of mechanics. A, Solids*. [Print ed.]. Jul.-Aug. 2024, vol. 106, [article no.] 105346, str. 1-15, ilustr. ISSN 0997-7538.
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0997753824001268>, DOI: 10.1016/j.euromechsol.2024.105346. [COBISS.SI-ID [196922883](#)], [Odprti dostop, JCR, SNIP, WoS do 4. 3. 2025: št. citatov (TC): 1, čistih citatov (CI): 1, čistih citatov na avtorja (CIAu): 0.25, Scopus do 3. 3. 2025: št. citatov (TC): 2, čistih citatov (CI): 2, čistih citatov na avtorja (CIAu): 0.50]
4. SATOŠEK, Roman, PEPELNJAK, Tomaž, **STARMAN, Bojan**. Characterisation of out-of-plane shear behaviour of anisotropic sheet materials based on indentation plastometry. *International journal of mechanical sciences*. Sep. 2023, vol. 253, str. 1-15, ilustr. ISSN 0020-7403.
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020740323003053>, DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2023.108403. [COBISS.SI-ID [149875203](#)], [Odprti dostop, JCR, SNIP, WoS do 11. 3. 2025: št. citatov (TC): 7, čistih citatov (CI): 5, čistih citatov na avtorja (CIAu): 1.67, Scopus do 11. 3. 2025: št. citatov (TC): 7, čistih citatov (CI): 6, čistih citatov na avtorja (CIAu): 2.00]