

NAVADNE DIFERENCIALNE ENAČBE - PAP

UČNI NAČRT PREDMETA/COURSE SYLLABUS

| | |
|-----------------------------------|---------------------------------------|
| Predmet: | Navadne diferencialne enačbe - PAP |
| Course title: | Ordinary Differential Equations - PAP |
| Članica nosilka/UL Member: | UL FS |

| Študijski programi in stopnja | Študijska smer | Letnik | Semestri | Izbirnost |
|---|---------------------------------|-----------|-------------|-----------|
| Strojništvo - projektno aplikativni program, prva stopnja, visokošolski strokovni (od študijskega leta 2025/2026 dalje) | Ni členitve (študijski program) | 1. letnik | 2. semester | obvezni |

Univerzitetna koda predmeta/University course code: 0562662

Koda učne enote na članici/UL Member course code: 3007-V

| Predavanja /Lectures | Seminar /Seminar | Vaje /Tutorials | Klinične vaje /Clinical tutorials | Druge oblike študija /Other forms of study | Samostojno delo /Individual student work | ECTS |
|-------------------------|---------------------|--------------------|--------------------------------------|---|---|------|
| 45 | | 45 | | | 35 | 5 |

Nosilec predmeta/Lecturer: Aljoša Peperko, Janez Žerovnik

Izvajalci predavanj:

Izvajalci seminarjev:

Izvajalci vaj:

Izvajalci kliničnih vaj:

Izvajalci drugih oblik:

Izvajalci praktičnega usposabljanja:

Vrsta predmeta/Course type:

Obvezni splošni predmet/Compulsory general course

Jeziki/Languages:

Predavanja/Lectures:

Slovenščina

Vaje/Tutorial:

Slovenščina

Pogoji za vključitev v delo oz. za opravljanje študijskih obveznosti:

Prerequisites:

Izpolnjevanje pogojev za vpis v Visokošolski strokovni študijski program I. stopnje Strojništvo - Projektno aplikativni program.

Meeting the enrollment conditions for the MECHANICAL ENGINEERING - Project Oriented Applied Programme.

Vsebina:

Content (Syllabus outline):

Navadne diferencialne enačbe
1. Osnovni pojmi.
- Modeliranje z diferencialnimi enačbami. Primeri navadnih diferencialnih enačb. Grafična metoda. Enačba z ločljivima spremenljivkama.
2. Homogena enačba
- Linearne diferencialne enačbe 1.reda. Homogene in nehomogene enačbe. Splošna metoda za reševanje linearne enačbe prvega reda.
3. Aplikacije.
- Bernoulijeva enačba. Clairtova enačba. Homogene enačbe drugega reda s konstantnimi koeficienti. Karakteristična kvadratna enačba.
4. Nehomogene enačbe drugega reda.
- Metode za reševanje nehomogenih linearnih diferencialnih enačb drugega reda: variacija konstant, metoda nedoločenih koeficientov.
5. Primeri iz fizike in tehnike.
- masno-vzmetni sistemi. Vsiljene oscilacije. Resonanca. Euler-Cauchyjeve enačbe.
6. Linearni sistemi diferencialnih enačb 1.reda

Ordinary differential equations.
1. Basics.
- Modelling with differential equations. Examples of ordinary differential equations. Graphical method. Separable ordinary differential equations.
2. Homogenous equation.
- Linear differential equations of first order. Homogeneous and nonhomogeneous equations. General method for solving a linear differential equation of first order.
3. Applications.
- Bernoulli equation. Clairot equation. Homeogenous linear differential equations of second order with constant coefficients. Characteristic square equation.
4. Nonhomeogenous linear differential equations of second order.
- Methods for solving nonhomogeneous linear differential equations of second order: variation of constants, methods of unknown coefficients.
5. Examples from physics and engineering.
- Mass-spring systems. Forced oscillations. Resonance. Euler-Cauchy

| | |
|--|--|
| <p>Prevedba preprostih sistemov linearnih diferencialnih enačb na linearno diferencialno enačbo drugega reda. Linearni sistemi diferencialnih enačb kot modeli v inženirstvu.</p> <p>- Splošna rešitev.</p> <p>7. Metoda lastnih vrednosti in lastnih vektorjev za homogene sisteme 1.reda s konstantnimi koeficienti. Partikularna rešitev nehomogenega sistema.</p> <p>8. Smerni odvod funkcije dveh in treh spremenljivk.. Višji parcialni odvodi. Stacionarne točke funkcije dveh spremenljivk. Formula za odvajanje sestavljenih funkcij.</p> <p>9. Integrali funkcij dveh spremenljivk. Definicija. Osnovne lastnosti. Geometrijski in fizikalni zgledi. Fubinijev izrek na pravokotnikih.</p> <p>10. Fubinijev izrek na bolj splošnih območjih. Trojni integral. Uporaba dvojnega in trojnega integrala. Vpeljava polarnih koordinat v dvojni integral.</p> <p>11. Splošna formula za vpeljavo novih koordinat za dvojni in trojni integral. Jacobijeva matrika. Vpeljava cilindrične koordinat in vpeljavo sferičnih koordinat v trojni integral. Fizikalni zgledi.</p> <p>12. Integrali s parametrom.</p> <p>- Odvajanje integralov s parametrom. Integriranje integralov s parametrom. Izlimitirani integrali s parametrom.</p> <p>13. Laplaceova transformacija. Inverzna Laplaceova transformacija.. Uporaba Laplaceove transformacije.</p> <p>14. (a) Zaporedja in limita zaporedja. Številске vrste (realne).</p> <p>14.(b) Fourierove vrste.</p> <p>- Sodi razvoj. Lihi razvoj.</p> <p>15. Fourierova transformacija.</p> <p>- Inverzna Fourierova transformacija.</p> <p>Diskretna in hitra Fourierova transformacija.</p> | <p>equations.</p> <p>6. Linear systems of differential equations of order 1. Solving special simple systems of linear differential equations by solving an associate linear differential equation of second order. Linear systems of differential equations as models in engineering.</p> <p>- General solution.</p> <p>7. Method of eigenvalues and eigenvectors for homogeneous systems of order 1 with constant coefficients. Particular solution of nonhomogeneous system.</p> <p>8. Directional derivate of functions of two and three variables. Higher partial derivatives. Stacionary points of functions of two variables. Chain rule.</p> <p>9. Integrals of functions of two variables Definition. Basic properties. Geometrical and physical examples. Fubini theorem for rectangles.</p> <p>10. Fubini theorem on more general areas. Triple integral. Applications of double and triple integral. Polar coordinates in double integral.</p> <p>11. General formula for new coordinates in double and triple integral. Jacobi matrix. Cilindrical coordinates and spherical coordinates in triple integral. Examples from physics.</p> <p>12. Integrals with parameter.</p> <p>-Differentiation of integrals with parameter. Integrating integrals with parameter. Improper integrals with parameter.</p> <p>13. Laplace transform. Inverse Laplace transform. Application of Laplace transform. Sequences and a limit of a sequence.</p> <p>Number series (real).</p> <p>14.(a) Sequences and a limit. Number series (real).</p> <p>14.(b) Fourier series.</p> <p>- Even series. Odd series.</p> <p>15. Fourier transform.</p> |
|--|--|

| | |
|--|---|
| | - Inverse Fourier transform. Discrete and fast Fourier transform |
|--|---|

Temeljna literatura in viri/Readings:

1. ŽEROVNIK, Janez, NOVAK, Tina, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. *Navadne diferencialne enačbe in linearna algebra*. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2022. VIII, 209 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-85-2. [COBISS.SI-ID [95247107](#)]
2. ŽEROVNIK, Janez, GABROVŠEK, Boštjan, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. *Analiza*. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2021. 258 str., graf. prikazi. ISBN 978-961-6980-79-1. [COBISS.SI-ID [74551299](#)]
3. ŽEROVNIK, Janez, GABROVŠEK, Boštjan, NOVAK, Tina, PEPERKO, Aljoša, ZAKRAJŠEK, Helena. *Linearna algebra in vektorska analiza*. 1. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2022. VII, 250 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-86-9. [COBISS.SI-ID [97895939](#)]
4. NOVAK, Tina, PEPERKO, Aljoša, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. *Tehniška matematika 1 : naloge in postopki reševanja*. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2015. COBISS.SI-ID [281515776](#)]
5. NOVAK, Tina, PEPERKO, Aljoša, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. *Tehniška matematika 2 : naloge in postopki reševanja*. 2. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2019 [COBISS.SI-ID [298792960](#)]
6. E. Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics*, Wiley, 9th Edition, 2006 [COBISS.SI-ID [69008385](#)]
7. PEPERKO, Aljoša, PERMAN, Mihael, RUPNIK POKLUKAR, Darja. *Matematika 3 : naloge in postopki reševanja*. 2. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2020 [COBISS.SI-ID [14594563](#)]

Cilji in kompetence:

Cilji:

1. Študenti spoznajo osnovno teoretično podlago iz področij navadnih diferencialnih enačb in linearne algebre.
2. Spoznajo teoretične osnove metod za reševanje in izpeljavo rešitev nekaterih fizikalnih in tehniških problemov

Kompetence:

1. Sposobnost uporabe pridobljenih matematičnih znanj s področij navadnih diferencialnih enačb in linearne algebre za modeliranje, reševanje in evalviranje strokovnih tehniških problemov v strojništvu (S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, S4-PAP, S5-PAP, P2-PAP)

Objectives and competences:

Objectives:

1. Students learn theoretical basis the of linear algebra and ordinary differential equations.
2. Students learn theoretical foundations of methods to solve some physical and engineering problems.

Competences:

1. The ability to apply the obtained mathematical knowledge linear algebra and ordinary differential equations for analysis, modelling, and solving of mechanical engineering problems (S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, S4-PAP, S5-PAP, P2-PAP)
2. The ability to acquire new adequate mathematical knowledge for solving professional engineering problems (S5-PAP, S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP,

| | |
|---|----------|
| 2. Sposobnost samostojnega pridobivanja ustreznega matematičnega znanja za namen reševanja strokovnih inženirskih problemov (S5-PAP, S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, P2-PAP). | P2-PAP). |
|---|----------|

Predvideni študijski rezultati:

Intended learning outcomes:

| | |
|--|--|
| <p>Znanja:</p> <ul style="list-style-type: none"> Obvladajo osnovne metode iz področij področij navadnih diferencialnih enačb in linearne algebre (Z1). Razumejo matematične modele nekaterih fizikalnih in tehniških problemov (Z1). <p>Spretnosti:</p> <ul style="list-style-type: none"> Spretnost samostojnega matematičnega eksaktnega modeliranja primerno zahtevnih strokovnih problemov (S1.2, S1.3, S1.4). Trdna analitična spretnost razmišljanja in analitično-sintetičnega reševanja eksaktnih problemov (S1.2, S1.3, S1.4). | <p>Knowledge:</p> <ul style="list-style-type: none"> Mastering the basic methods of ordinary differential equations and linear algebra (Z1). Understanding mathematical models of some problems from physics and some technical problems (Z1). <p>Skills:</p> <ul style="list-style-type: none"> The skill of independent mathematical exact modelling of suitably demanding professional problems (S1.2, S1.3, S1.4). Solid analytic skill of thinking and analytic-synthetic solving of exact problems (S1.2, S1.3, S1.4). |
|--|--|

Metode poučevanja in učenja:

Learning and teaching methods:

| | |
|--|---|
| <p>P1 Avditorna predavanja z reševanjem izbranih - za področje značilnih - teoretičnih in praktično uporabnih primerov.</p> <p>P2 Obravnava snovi po urejeni in vnaprej razloženi sistematiki.</p> <p>P3 Avditorne vaje, kjer se teoretično znanje s predavanj podkrepi z računskimi primeri.</p> <p>P12 Individualizirane domače naloge v spletni učilnici. (Digitalno preverjanje domačih nalog)</p> | <p>P1 Auditorial lectures with solving selected field-specific theoretical and applied use cases.</p> <p>P2 Presenting the content according to the explained system.</p> <p>P3 Auditorial exercises, in which theoretical content from the lectures is supplemented with practical examples.</p> <p>P12 Individualised homeworks in a web classroom. (Digital validation of homeworks)</p> |
|--|---|

Načini ocenjevanja:

Delež/ Weight

Assessment:

| | | |
|--|---------|--|
| Izpit - računski del (delni izpiti ali izpit ob koncu semestra). | 80,00 % | Exam - calculating part (partial exams or final exam). |
| Izpit - teoretični del (delni izpiti ali izpit ob koncu semestra). | 20,00 % | Exam - theoretical part (partial exams or final exam). |

Ocenjevalna lestvica:

Grading system:

| | |
|--|--|
| 5 - 10, pri čemer velja, da je pozitivna ocena od 6 - 10 | 5 - 10, a student passes the exam if he is graded from 6 to 10 |
|--|--|

Reference nosilca/Lecturer's references:

Janez Žerovnik:

1. SHAO, Zehui, LI, Zepeng, PEPERKO, Aljoša, WAN, Jiafu, **ŽEROVNIK, Janez**. Independent rainbow domination of graphs. *Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society*, ISSN 0126-6705, March 2019, vol. 42, iss. 2, str. 417-435. [COBISS.SI-ID [18014809](#)]
2. VIZINGER, Tea, **ŽEROVNIK, Janez**. A stochastic model for better planning of product flow in retail supply chains. *The Journal of the Operational Research Society*, ISSN 0160-5682, 2019, vol. 70, iss. 11, str. 1900-1914. [COBISS.SI-ID [512976701](#)]
3. NOVAK, Tina, RUPNIK POKLUKAR, Darja, **ŽEROVNIK, Janez**. The Hosoya polynomial of double weighted graphs. *Ars mathematica contemporanea*, ISSN 1855-3966. [Tiskana izd.], 2018, vol. 15, nr. 2, str. 441-466. [COBISS.SI-ID [16257563](#)]
4. VIZINGER, Tea, **ŽEROVNIK, Janez**. Coordination of a retail supply chain distribution flow. *Tehnički vjesnik : znanstveno-stručni časopis tehničkih fakulteta Sveučilišta u Osijeku*, ISSN 1330-3651, Sept./Oct. 2018, god.=Vol. 25, br.=no. 5, str. 1298-1305. [COBISS.SI-ID [512956477](#)]
5. ČEVNIK, Maja, **ŽEROVNIK, Janez**. Broadcasting on cactus graphs. *Journal of combinatorial optimization*, ISSN 1382-6905, Jan. 2017, vol. 33, iss. 1, str. 292-316. [COBISS.SI-ID [14221851](#)]

Aljoša Peperko:

1. **PEPERKO, Aljoša**. Uniform boundedness principle for nonlinear operators on cones of functions. *Journal of Function Spaces (Print)*, ISSN 2314-8896, 2018, vol. 2018, str. 1-5. [COBISS.SI-ID [18355289](#)]
2. BOGDANOVIĆ, Katarina, **PEPERKO, Aljoša**. Hadamard weighted geometric mean inequalities for the spectral and essential spectral radius of positive operators on Banach function and sequence spaces. *Positivity*. Feb. 2022, vol. 26, iss. 1, art. 25 (20 str.). ISSN 1385-129
<https://link.springer.com/article/10.1007/s11117-022-00891-4>, DOI: [10.1007/s11117-022-00891-4](https://doi.org/10.1007/s11117-022-00891-4). [COBISS.SI-ID [98976003](#)]
3. KHALEGHZADE, Sedighe, ZANGIABAD, Mostafa, **PEPERKO, Aljoša**, HAJARIAN, Masoud. Interval multi-linear systems for tensors in the max-plus algebra and their application in solving the job shop problem. *Kybernetika*. 2022, vol. 58, no. 5, str. 708-732. ISSN 0023-5954.
<https://www.kybernetika.cz/content/2022/5/708/paper.pdf>, DOI: [10.14736/kyb-](https://doi.org/10.14736/kyb-)

[2022-5-0708](#). [COBISS.SI-ID [138628611](#)]

4. REZNICHENKO, Igor, PODRŽAJ, Primož, **PEPERKO, Aljoša**. Control theory and numerical analysis of magnetic field involving mechanical systems. V: DROBNE, Samo (ur.), et al. *SOR '23 : proceedings of the 17th International Symposium on Operational Research in Slovenia : Bled, Slovenia, September 20-22, 2023*. 1st electronic version. Ljubljana: Slovenian Society Informatika - Section for Operational Research, 2023. Str. 53-56. ISBN 978-961-6165-61-7. <https://drustvo-informatika.si/uploads/documents/6a1c2595-7d3f-4dd2-ab6c-9ed9b168c19d/SOR23Proceedings.pdf>. [COBISS.SI-ID [166105859](#)]
5. NOVAK, Tina, **PEPERKO, Aljoša**, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. Tehniška matematika 2 : naloge in postopki reševanja. 2. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2019. 221 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-56-2. [COBISS.SI-ID [298792960](#)]