

# INTEGRALSKE TRANSFORMACIJE IN FOURIEROVA ANALIZA

## UČNI NAČRT PREDMETA/COURSE SYLLABUS

<b>Predmet:</b>	Integralske transformacije in Fourierova analiza
<b>Course title:</b>	Integral transformations and Fourier analysis
<b>Članica nosilka/UL Member:</b>	UL FS

Študijski programi in stopnja	Študijska smer	Letnik	Semestri	Izbirnost
Strojništvo - razvojno raziskovalni program, prva stopnja, univerzitetni	Ni členitve (študijski program)	2. letnik	1. semester	obvezni

<b>Univerzitetna koda predmeta/University course code:</b>	0562749
<b>Koda učne enote na članici/UL Member course code:</b>	2012-U

Predavanja /Lectures	Seminar /Seminar	Vaje /Tutorials	Klinične vaje /Clinical tutorials	Druge oblike študija /Other forms of study	Samostojno delo /Individual student work	ECTS
45		45			60	6

<b>Nosilec predmeta/Lecturer:</b>	Aljoša Peperko, Boštjan Gabrovšek, Darja Rupnik Poklukar, Janez Žerovnik
-----------------------------------	--

<b>Izvajalci predavanj:</b>	
<b>Izvajalci seminarjev:</b>	
<b>Izvajalci vaj:</b>	
<b>Izvajalci kliničnih vaj:</b>	
<b>Izvajalci drugih oblik:</b>	
<b>Izvajalci praktičnega usposabljanja:</b>	

**Vrsta predmeta/Course type:**

Obvezni splošni predmet /Compulsory general course

**Jeziki/Languages:**

Predavanja/Lectures:

Slovenščina

Vaje/Tutorial:

Slovenščina

**Pogoji za vključitev v delo oz. za opravljanje študijskih obveznosti:****Prerequisites:**

Izpolnjevanje pogojev za vpis v Univerzitetni študijski program I. stopnje Strojništvo - Razvojno raziskovalni program.

Meeting the enrollment conditions for the Academic study programme of Mechanical Engineering - Research and Development program.

**Vsebina:****Content (Syllabus outline):**

Integrali s parametrom, Laplaceova transformacija in pomembne funkcije

- Integrali s parametrom.
  - Odvajanje integralov s parametrom.
- Integriranje integralov s parametrom.
- Izlimitirani integrali s parametrom.
- Odvajanje in integriranje.
- Laplaceova transformacija.
  - Inverzna Laplaceova transformacija.
- Pravila za uporabo Laplaceove transformacije. Tabela transformirank.
- Konvolucija funkcij.
  - Uporaba Laplaceove transformacije za reševanje linearnih sistemov diferencialnih enačb. Reševanje posebnih primerov integro-diferencialnih enačb z Laplaceovo transformacijo.
- Uporaba na fizikalnih primerih.
- Gama funkcija. Beta funkcija. Eulerjev izrek.
  - Aplikacije integralov s parametri v reševanju fizikalnih in inženirskih problemov in preprostih parcialnih diferencialnih enačb.
- Funkcijske vrste.
  - Definicija in osnovne lastnosti.
- Enakomerna konvergenca. Integriranje in odvajanje funkcijskih vrst.
- Legendrova enačba.
  - Reševanje s potenčno metodo.
- Legendrovi polinomi. Splošna rešitev.
- Frobeniusova metoda.
  - Besselova enačba. Besselove funkcije

Integrals with parameters, Laplace transform and special functions

- Integrals with a parameter.
  - Differentiation and integration of integrals with parameter. Improper integrals with a parameter.
- Differentiation and integration.
- Laplace transform
  - Inverse Laplace transform. Rules for Laplace transform. Table for the Laplace transform.
- Convolution of functions
  - Application of Laplace transform in solving linear systems of differential equations and in solving special cases of integro-differential equations.
- Application to examples from physics.
- Gamma function. Beta function. Euler theorem.
  - Application of integrals with parameters in solving physical and engineering problems and in solving simple partial differential equations.
- Function series.
  - Definition and basic properties.
- Uniform convergence. Integration and differentiation of function series.
- Legendre equation.
  - Solving via a power method.
- Legendre polynomials. General solution.
- Frobenius method.
  - Bessel equation. Bessel functions of first and second order.

<p>1.vrste. Besselove funkcije 2.vrste. Fourierova analiza.</p> <p>8. Fourierove vrste.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Sodi razvoj. Lihi razvoj. Izračun številskih vrst s pomočjo Fourierovega razvoja.</li> </ul> <p>9. Kompleksne Fourierove vrste.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Fizikalni zgledi. Vsiljene oscilacije. Vzmet-masa. Električno vezje.</li> </ul> <p>10. Aproximacije s trigonometričnimi polinomi.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Minimalna napaka. Parsevalova enakost. Zgledi.</li> </ul> <p>11. Sturm-Lioviellovi sistemi.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Robni pogoji. Ortogonalne funkcije. Ortogonalnost lastnih funkcij.</li> </ul> <p>12. Razvoj po ortogonalnih vrstah.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Posplošene Fourierove vrste. Fourier-Legendrove vrste. Fourier-Besselove vrste. <math>L^2</math> konvergenca. Polnost ortonormalnih množic funkcij.</li> </ul> <p>13. Fourierov integral.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Kosinusna Fourierova transformacija. Sinusna Fourierova transformacija. Pravila transformiranja.</li> </ul> <p>14. Fourierova transformacija.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Inverzna Fourierova transformacija. Fizikalna interpretacija. Transformacijska pravila.</li> </ul> <p>15. Tabela transformirank.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Diskretna Fourierova transformacija. Hitra Fourierova transformacija. Zgledi.</li> </ul>	<p>Fourier analysis</p> <p>8. Fourier series.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Even series. Odd series. Calculating scalar series via Fourier series.</li> </ul> <p>9. Complex Fourier series.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Application to examples from physics. Forced oscillations. Mass-spring systems. Electrical circuit.</li> </ul> <p>10. Approximation with trigonometric polynomials.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Minimal error. Parseval equation. Examples.</li> </ul> <p>11. Sturm-Lioviell systems</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Boundary conditions. Ortogonal functions. Ortogonality of eigenfunctions.</li> </ul> <p>12. Ortogonal series expansion</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Generalized Fourier series. Fourier-Legendre series. Fourier-Bessel series. <math>L^2</math> convergence. Completeness of ortonormal sets of functions.</li> </ul> <p>13. Fourier integral.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cosine Fourier transform. Sine Fourier transform. Transformation rules.</li> </ul> <p>14. Fourier transformation.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Inverse Fourier transform. Physical interpretation. Transformation rules.</li> </ul> <p>15. Table for Fourier transform.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Discrete Fourier transform. Fast Fourier transform. Examples.</li> </ul>
---	---

### Temeljna literatura in viri/Readings:

1. RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. *Integralske transformacije in Fourierova analiza*. 1. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2022. VII, 170 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-93-7. [COBISS.SI-ID [122139395](#)]
2. E. Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics*, Wiley, 10th Edition, 2011. ISBN 978-0-470-64613-7 [COBISS.SI-ID [69008385](#)]
3. PEPERKO, Aljoša, PERMAN, Mihael, RUPNIK POKLUKAR, Darja. *Matematika 3 : naloge in postopki reševanja*. 2. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2020. 210 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-69-2. [COBISS.SI-ID [14594563](#)]
4. Riley, Kenneth Franklin, Michael Paul Hobson, and Stephen John Bence. *Mathematical methods for physics and engineering*. 3rd ed. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press. 2006. ISBN 0-521-86153-5; 0-521-67971-0 [COBISS.SI-ID [2334827](#)]
5. MIZORI-OBLAK, Pavlina, *Matematika za študente tehnike in naravoslovja*, Del 2, Ljubljana, Fakulteta za strojništvo, 1992, ISBN 86-7217-086-5 [COBISS.SI-ID

[31264000](#)]

6. MIZORI-OBLAK, Pavlina, *Matematika za študente tehnike in naravoslovja*, Del 3, Ljubljana, Fakulteta za strojništvo, 1991, ISBN 86-7217-077-6 [COBISS.SI-ID [27196160](#)]

### Cilji in kompetence:

#### Cilji:

1. Študenti spoznajo napredne metode iz področja integralskih transformacij, funkcijskih vrst in Fourierove analize.
2. Spoznajo teoretične osnove metod za reševanje in izpeljavo rešitev nekaterih fizikalnih in tehniških problemov

#### Kompetence:

1. Sposobnost uporabe pridobljenih matematičnih znanj s področij integralskih transformacij, funkcijskih vrst in Fourierove analize za modeliranje, reševanje in evalviranje strokovnih tehniških problemov v strojništvu (S1-RRP, S6-RRP, P4-RRP)
2. Sposobnost samostojnega pridobivanja ustreznega matematičnega znanja za namen reševanja kompleksnih strokovnih problemov (P5-RR5, S1-RRP, S2-RRP, S6-RRP, P4-RRP).

### Objectives and competences:

#### Objectives:

1. Students learn advanced methods for solving partial differential equations.
2. Students learn theoretical foundations of methods to solve some physical and engineering problems.

#### Competences:

1. The ability to apply the obtained mathematical knowledge of integral transformations, functions series and Fourier analysis for modelling, solving and analysis professional technical problems from mechanical engineering (S1-RRP, S6-RRP, P4-RRP)
2. The ability of acquire new adequate mathematical knowledge for solving complex professional problems (P5-RR5, S1-RRP, S2-RRP, S6-RRP, P4-RRP).

### Predvideni študijski rezultati:

#### Znanja:

- Obvladajo metode uporabe integralskih transformacij, funkcijskih vrst in Fourierove analize na izbranih problemih. (Z1).
- Razumejo matematične modele nekaterih fizikalnih in tehniških problemov (Z1).

#### Spretnosti:

- Spretnost samostojnega matematičnega eksaktnega modeliranja primerno zahtevnih strokovnih problemov (S1.2, S1.3, S1.4).

### Intended learning outcomes:

#### Knowledge:

- Mastering the methods of applications of integral transformations, function series and Fourier analysis on selected problems (Z1).
- Understanding mathematical models of some physical and technical problems (Z1).

#### Skills:

- The skill of independent mathematical exact modelling of suitably demanding professional problems (S1.2, S1.3, S1.4).

<ul style="list-style-type: none"> <li>Trdna analitična spretnost razmišljanja in analitično-sintetičnega reševanja eksaktnih problemov (S1.2, S1.3, S1.4).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Solid analytic skill of thinking and analitic-synthetic solving of exact problems (S1.2, S1.3, S1.4).</li> </ul>
--	---

### Metode poučevanja in učenja:

### Learning and teaching methods:

<p>P1 Avditorna predavanja z reševanjem izbranih - za področje značilnih - teoretičnih in praktično uporabnih primerov.</p> <p>P2 Obravnava snovi po urejeni in vnaprej razloženi sistematiki.</p> <p>P3 Avditorne vaje, kjer se teoretično znanje s predavanj podkrepi z računskimi primeri.</p>	<p>P1 Auditorial lectures with solving selected field-specific theoretical and applied use cases.</p> <p>P2 Presenting the content according to the explained system.</p> <p>P3 Auditorial exercises, in which theoretical content from the lectures is supplemented with practical examples.</p>
---	---

### Načini ocenjevanja:

### Delež/ Weight

### Assessment:

Pisni izpit	50,00 %	Written exam.
Teoretični izpit.	50,00 %	Theoretical exam.

### Ocenjevalna lestvica:

### Grading system:

--	--

### Reference nosilca/Lecturer's references:

#### Janez Žerovnik:

- SHAO, Zehui, LI, Zepeng, ERVEŠ, Rija, **ŽEROVNIK, Janez**. The 2-rainbow domination numbers of  $C_4 \times C_n$  and  $C_8 \times C_n$  *National Academy Science Letters*. Feb. 2019, str. 1-8. [COBISS.SI-ID [16771355](#)]
- RUPNIK POKLUKAR, Darja, **ŽEROVNIK, Janez**. The differences among methods for computation of quartiles do matter. *Journal of mathematics and statistical science*. Oct. 2018, vol. 4, nr. 10, 379-388. [COBISS.SI-ID [16324891](#)]
- ŽEROVNIK, Janez**, RUPNIK POKLUKAR, Darja. Elementary methods for computation of quartiles. *Teaching statistics*. 2017, vol. 39, iss. 3, str. 88-91. [COBISS.SI-ID [15602715](#)]
- HRASTNIK LADINEK, Irena, **ŽEROVNIK, Janez**. On hamiltonian decomposition of direct graph bundle. *International journal of mathematical models and methods in applied sciences*. 2016, vol. 10, str. 120-133. [COBISS.SI-ID [19398166](#)]
- RUPNIK POKLUKAR, Darja, **ŽEROVNIK, Janez**. The reliability Wiener number of cartesian product graphs. *Iranian journal of mathematical chemistry*. 2015, vol. 6, no. 2, 129-13 [COBISS.SI-ID [14125339](#)]

### Aljoša Peperko:

1. MÜLLER, Vladimir, **PEPERKO, Aljoša**. On some aspects of spectral theory for infinite bounded non-negative matrices in max algebra. *Linear and Multilinear Algebra*. 2023, vol. , iss. , 20 str. ISSN 0308-1087. <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/03081087.2023.2188155>, DOI: [10.1080/03081087.2023.2188155](https://doi.org/10.1080/03081087.2023.2188155). [COBISS.SI-ID [145331459](#)]
2. BOGDANOVIĆ, Katarina, **PEPERKO, Aljoša**. Inequalities and equalities on the joint and generalized spectral and essential spectral radius of the Hadamard geometric mean of bounded sets of positive kernel operators. *Linear and Multilinear Algebra*. 2022, vol. , iss. , 19 str. ISSN 0308-1087. <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/03081087.2022.2121369>, DOI: [10.1080/03081087.2022.2121369](https://doi.org/10.1080/03081087.2022.2121369). [COBISS.SI-ID [123273475](#)]
3. **PEPERKO, Aljoša**. Inequalities for the spectral radius and essential spectral radius of positive operators on Banach sequence spaces. *Positivity*. Sep. 2021, vol. 25, iss. 4, str. 1659-1675. ISSN 1385-1292. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11117-021-00833-6>, DOI: [10.1007/s11117-021-00833-6](https://doi.org/10.1007/s11117-021-00833-6). [COBISS.SI-ID [64493059](#)]
4. **PEPERKO, Aljoša**, PERMAN, Mihael, RUPNIK POKLUKAR, Darja. *Matematika 3 : naloge in postopki reševanja*. 1. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2017. 184 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-39-5. [COBISS.SI-ID [291934720](#)]
5. PUSTAVRH, Jan, **PEPERKO, Aljoša**, MAJDIČ, Franc. Modeliranje in razvoj hidravličnega sistema Stewartove ploščadi. V: GOLOBIČ, Iztok (ur.). *Akademija strojništva 2022 : inženirstvo - inovativne rešitve za trajnostni razvoj in samooskrbo, Ljubljana, 23. november 2022 : [11. mednarodna konferenca]*. Ljubljana: Zveza strojnih inženirjev Slovenije - ZSIS, 2022. Letn. 11, št. 3/6, str. 122-123, ilustr. Svet strojništva, letn. 11, št. 3/6. ISSN 1855-6493. <https://www.zveza-zsis.si/2022/11/22/svet-strojnistva-akademija-strojnistva-2022/>. [COBISS.SI-ID [133691651](#)]

### Boštjan Gaborvšek:

1. **GABROVŠEK, Boštjan**. An invariant for colored bonded knots. *Studies in applied mathematics*, ISSN 0022-2526, April 2021, vol. 146, iss. 3, str. 586-604. [COBISS.SI-ID [49404163](#)].
2. CATTABRIGA, Alessia, **GABROVŠEK, Boštjan**. A Markov theorem for generalized plat decomposition. *Annali della Scuola normale superiore di Pisa, Classe di scienze*, ISSN 0391-173X, 2020, vol. 20, iss. 4, str. 1273-1289. [COBISS.SI-ID [47280643](#)].
3. **GABROVŠEK, Boštjan**, PEPERKO, Aljoša, ŽEROVNIK, Janez. Independent rainbow domination numbers of generalized Petersen graphs  $P(n,2)$  and  $P(n,3)$ . *Mathematics*, ISSN 2227-7390, June 2020, vol. 8, iss. 6, art. 996 (13 str.). [COBISS.SI-ID [20459011](#)].
4. **GABROVŠEK, Boštjan**, PEPERKO, Aljoša, ŽEROVNIK, Janez. 2-rainbow independent domination numbers of some graphs. V: DROBNE, Samo (ur.), et al. *SOR '21 proceedings: the 16th International Symposium on Operational Research in Slovenia: September 22-24, 2021, online*. Slovenian Society Informatika, Section for Operational Research. 2021, str. 173-178. [COBISS.SI-ID [84424451](#)].
5. ŽEROVNIK, Janez, **GABROVŠEK, Boštjan**, RUPNIK POKLUKAR, Darja,

ZAKRAJŠEK, Helena. Analiza. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2021. 258 str., graf. prikazi. ISBN 978-961-6980-79-1. [COBISS.SI-ID [74551299](#)].

6. Gügümcü, Neslihan ; **Gabrovšek, Boštjan** ; Kauffman, Louis H, Invariants of bonded knotoids and applications to protein folding, Leto: 2022, Symmetry [Elektronski vir]. - ISSN 2073-8994. - Vol. 14, iss. 8, art. 1724 (13 str.), [COBISS.SI-ID [119812099](#)]

#### **Darja Rupnik Poklukar:**

1. **RUPNIK POKLUKAR, Darja**, ŽEROVNIK, Janez. Double Roman domination : a survey. *Mathematics*. Jan. 2023, vol. 11, iss. 2, str. 1-20, ilustr. ISSN 2227-7390. <https://www.mdpi.com/2227-7390/11/2/351>, <https://repozitorij.uni-lj.si/IzpisGradiva.php?id=143746>, DOI: [10.3390/math11020351](https://doi.org/10.3390/math11020351). [COBISS.SI-ID [137104899](#)]
2. **RUPNIK POKLUKAR, Darja**, ŽEROVNIK, Janez. On the double Roman domination in generalized Petersen graphs  $P(5k, k)$ . *Mathematics*. Jan. 2022, vol. 10, iss. 1, str. 1-19, ilustr. ISSN 2227-7390. <https://www.mdpi.com/2227-7390/10/1/119>, DOI: [10.3390/math10010119](https://doi.org/10.3390/math10010119). [COBISS.SI-ID [93020931](#)]
3. ŽEROVNIK, Janez, **RUPNIK POKLUKAR, Darja**. Elementary methods for computation of quartiles. *Teaching statistics*. 2017, vol. 39, iss. 3, str. 88-91, ilustr. ISSN 1467-9639. <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/test.12133/abstract>, DOI: [10.1111/test.12133](https://doi.org/10.1111/test.12133). [COBISS.SI-ID [15602715](#)]
4. ŽEROVNIK, Janez, GABROVŠEK, Boštjan, **RUPNIK POKLUKAR, Darja**, ZAKRAJŠEK, Helena. Analiza. 1. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2021. 258 str., graf. prikazi. ISBN 978-961-6980-79-1. [COBISS.SI-ID [74551299](#)]
5. **RUPNIK POKLUKAR, Darja**, ZAKRAJŠEK, Helena. *Integralske transformacije in Fourierova analiza*. 1. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2022. VII, 170 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-93-7. [COBISS.SI-ID [122139395](#)]