

PARCIALNE DIFERENCIALNE ENAČBE, KOMPLEKSNA ANALIZA IN OPTIMIZACIJA

UČNI NAČRT PREDMETA/COURSE SYLLABUS

Predmet:	Parcialne diferencialne enačbe, kompleksna analiza in optimizacija
Course title:	Partial differential equations, complex analysis and optimization
Članica nosilka/UL Member:	UL FS

Študijski programi in stopnja	Študijska smer	Letnik	Semestri	Izbirnost
Strojništvo - razvojno raziskovalni program, prva stopnja, univerzitetni	Ni členitve (študijski program)	2. letnik	2. semester	obvezni

Univerzitetna koda predmeta/University course code:

0577592

Koda učne enote na članici/UL Member course code:

2017-U

Predavanja /Lectures	Seminar /Seminar	Vaje /Tutorials	Klinične vaje /Clinical tutorials	Druge oblike študija /Other forms of study	Samostojno delo /Individual student work	ECTS
45		45			35	5

Nosilec predmeta/Lecturer:

Aljoša Peperko, Boštjan Gabrovšek, Darja Rupnik Poklucar, Janez Žerovnik

Izvajalci predavanj:

Izvajalci seminarjev:

Izvajalci vaj:

Izvajalci kliničnih vaj:

Izvajalci drugih oblik:

Izvajalci praktičnega

usposabljanja:

--

Vrsta predmeta/Course type:

Obvezni splošni predmet /Compulsory general course

Jeziki/Languages:

Predavanja/Lectures:

Slovenščina

Vaje/Tutorial:

Slovenščina

Pogoji za vključitev v delo oz. za opravljanje študijskih obveznosti:

Prerequisites:

Izpolnjevanje pogojev za vpis v Univerzitetni študijski program I. stopnje Strojništvo - Razvojno raziskovalni program.

Meeting the enrollment conditions for the Academic study programme of Mechanical Engineering - Research and Development program.

Vsebina:

Content (Syllabus outline):

Parcialne diferencialne enačbe
1. Klasifikacija parcialnih diferencialnih enačb.
- Robni pogoji. Začetni pogoji.
Linearna kombinacija rešitev. Valovna enačba.
2. Reševanje valovne enačbe.
- Separacija spremenljivk. Reševanje valovne enačbe. Rešitev s Fourierovimi vrstami.
3. D'Alembertova rešitev valovne enačbe.
- Linearne parcialne diferencialne enačbe drugega reda. Transformacija v normalno obliko. Metoda karakteristik.
4. Hiperbolični tip. Eliptični tip. Parabolični tip.
- Zgledi. Toplotna enačba.
5. Rešitev toplotne enačbe s Fourierovimi vrstami.
- Stacionarni dvodimenzionalni toplotni problemi. Laplaceova enačba.
6. Rešitev toplotne enačbe s pomočjo Fourierovih integralov.
- Rešitev toplotne enačbe s Fourierovimi transformacijami.
7. Reševanje parcialnih diferencialnih enačb z Laplaceovo transformacijo.
- Dvodimenzionalna valovna enačba. Pravokotna membrane.

Partial differential equations
1. Classification of partial differential equations
- Boundary and initial conditions.
Linear combination of solutions. Wave equation.
2. Solving wave equation.
- Separation of variables and solving wave equation by using it. Solution with Fourier series.
3. D'Alembert solution of wave equation.
- Linear partial differential equations of second order. Normal form. Method of characteristics.
4. Hyperbolic type. Elliptic type. Parabolic type.
- Examples. Heat equation.
5. Solving heat equation with Fourier series.
- Stationary twodimensional heat problems. Laplace equation.
6. Solving heat equation with Fourier integrals.
- Solving heat equation with Fourier transforms.
7. Solving partial differential equations with Laplace equation.
- Twodimensional heat equation. Rectangular membrane.

<p>8. Rešitev s pomočjo dvojnih Fourierovih vrst.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Posplošena Eulerjeva formula. <p>9. Krožna membrana.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Laplaceov operator v polarnih koordinatah. Fourier-Besselove vrste. Rešitev problema. <p>10. Laplaceova enačba v cilindričnih in sferičnih koordinatah.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Robni problem. Rešitev s pomočjo Fourier- Legendrovih vrst. Sferni kapacitator. <p>Osnove linearne in diskretne optimizacije.</p> <p>11. Linearno programiranje.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Praktični primeri linearnih optimizacijskih nalog. Grafična metoda. Različne oblike linearnih programov. Metoda simpleksov. <p>12. Primeri diskretnih optimizacijskih problemov.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Celoštevilsko programiranje. Osnovni pojmi teorije grafov. Primeri optimizacijskih problemov. Algoritmi za računanje najkrajših in najdaljših poti. Tropska algebra. Problem trgovskega potnika. <p>Osnove kompleksne analize</p> <p>13. Odvod kompleksne funkcije.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Analitične funkcije. Cauchy-Riemannove enačbe. Harmonične funkcije. <p>14. Osnovne kompleksne funkcije; eksponentna funkcija; trigonometrične; hiperbolične; logaritem; potenca; glavna veja.</p> <p>15. Krivuljni integral kompleksne funkcije.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Cauchyjev izrek. Cauchyjeva integralska formula. Lioviellov in Morerov izrek. 	<p>8. Solution via double Fourier series.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Generalized Euler formula. <p>9. Circular membrane.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Laplace operator in polar coordinates. Fourier-Bessel series. Solution of the problem. <p>10. Laplace equation in cylindrical and spherical coordinates.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Boundary problem. Solution via Fourier-Legendre series. <p>Basics of linear and discrete optimization.</p> <p>11. Linear programming.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Practical examples of linear optimization assignments. Different forms of linear programs. Simplex method. <p>12. Examples of discrete optimization problems.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Integer programming. Basic concepts of graph theory. Examples of optimization problems. Algorithms for calculating longest and shortest paths. Tropical algebra. Travelling salesman problem. <p>Basics of complex analysis</p> <p>13. Derivate of a complex function.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Analytic functions. Cauchy-Riemann equations. Harmonic functions. <p>14. Basic complex functions; exponent function; trigonometric; hyperbolic; logarithm; powers; principal branch.</p> <p>15. Line integral of a complex function</p> <ul style="list-style-type: none"> - Cauchy theorem. Cauchy integral formula. Liovielle and Morera theorem.
---	--

Temeljna literatura in viri/Readings:

1. RUPNIK POKLUKAR, Darja, PEPERKO, Aljoša, ŽEROVNIK, Janez. *Parcialne diferencialne enačbe, kompleksna analiza in optimizacija*. 1. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2023. VII, 244 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-97-5. [COBISS.SI-ID [138586371](#)]
2. E. Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics*, Wiley, 10th Edition, 2011, ISBN 978-81-265-5423-2 [COBISS.SI-ID [14696731](#)]

3. S. J. Farlow, *Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*, Dover Publications Inc., 1993. ISBN 0-486-67620-X [COBISS.SI-ID [3246619](#)]
4. Saff EB, Snider AD. *Fundamentals of complex analysis with applications to engineering and science*. 3rd ed. New York (NY): Pearson; 2018. 574p. ISBN 0-13-468948-8; 978-0-13-468948-7 [COBISS.SI-ID [17002011](#)]
5. Novak, Tina, Janez Povh in Janez Žerovnik, *Izbrana poglavja iz operacijskih raziskav*. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2020. ISBN 978-961-6980-73-9 [COBISS.SI-ID [38246915](#)]
6. Mizori-Oblak, Pavlina. *Matematika za študente tehnike in naravoslovja*. Del 3. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 1991. ISBN 86-7217-077-6 [COBISS.SI-ID [27196160](#)]

Cilji in kompetence:

Cilji:

1. Študenti spoznajo napredne metode za reševanje parcialnih diferencialnih enačb.
2. Spoznajo teoretične osnove metod za reševanje in izpeljavo rešitev nekaterih fizikalnih in tehniških problemov
3. Spoznajo osnove linearne in diskretne optimizacije in kompleksne analize

Kompetence:

1. Sposobnost reševanja standardnih parcialnih diferencialnih enačb z različnimi pristopi in analiza dobljenih rezultatov (S2-RRP, P4-RRP)
2. Sposobnost uporabe pridobljenih matematičnih znanj s področij parcialnih diferencialnih enačb, linearne in diskretne optimizacije in kompleksne analize za modeliranje, reševanje in evalviranje strokovnih tehniških problemov v strojništvu (S1-RRP, S6-RRP, P4-RRP)
3. Sposobnost samostojnega pridobivanja ustreznega matematičnega znanja za namen reševanja kompleksnih strokovnih problemov (P5-RR5, S1-RRP, S2-RRP, S6-RRP, P4-RRP).

Objectives and competences:

Objectives:

1. Students learn advanced methods for solving partial differential equations.
2. Students learn theoretical foundations of methods to solve some physical and engineering problems.
3. Students learn the basics of linear and discrete optimization and of complex analysis.

Competences:

1. The ability to solve standard partial differential equations with different approaches and the analysis of obtained results (S2-RRP, P4-RRP)
2. The ability to apply the obtained mathematical knowledge of partial differential equations, linear and discrete optimization and complex analysis for modelling, solving and analysis professional technical problems from mechanical engineering (S1-RRP, S6-RRP, P4-RRP)
3. The ability of acquire new adequate mathematical knowledge for solving complex professional problems (P5-RR5, S1-RRP, S2-RRP, S6-RRP, P4-RRP).

Predvideni študijski rezultati:

Znanja:

Intended learning outcomes:

Knowledge:

<ul style="list-style-type: none"> • Obvladajo metode osnovne linearne algebre, osnovne vektorske analize in teorije sistemov linearnih diferencialnih enačb s konstantnimi koeficienti (Z1). • Razumejo matematične modele nekaterih fizikalnih in tehniških problemov (Z1). <p>Spretnosti:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Spretnost samostojnega matematičnega eksaktnega modeliranja primerno zahtevnih strokovnih problemov (S1.2, S1.3, S1.4). • Trdna analitična spretnost razmišljanja in analitično-sintetičnega reševanja eksaktnih problemov (S1.2, S1.3, S1.4). 	<ul style="list-style-type: none"> • Mastering the methods of basic linear algebra, basic vector analysis and the theory of systems of linear differential equations with constant coefficients (Z1). • Understanding mathematical models of some physical and technical problems (Z1). <p>Skills:</p> <ul style="list-style-type: none"> • The skill of independent mathematical exact modelling of suitably demanding professional problems (S1.2, S1.3, S1.4). • Solid analytic skill of thinking and analytic-synthetic solving of exact problems (S1.2, S1.3, S1.4).
--	---

Metode poučevanja in učenja:

P1 Avditorna predavanja z reševanjem izbranih - za področje značilnih - teoretičnih in praktično uporabnih primerov.
P2 Obravnava snovi po urejeni in vnaprej razloženi sistematiki.
P3 Avditorne vaje, kjer se teoretično znanje s predavanj podkrepi z računskimi primeri.
P8 Izdelava aplikativnih seminarskih nalog

Learning and teaching methods:

P1 Auditorial lectures with solving selected field-specific theoretical and applied use cases.
P2 Presenting the content according to the explained system.
P3 Auditorial exercises, in which theoretical content from the lectures is supplemented with practical examples.
P8 Making applied seminar exercises.

Načini ocenjevanja:

Delež/ Weight

Assessment:

Pisni izpit.	40,00 %	Written exam.
Teoretični izpit.	40,00 %	Theoretical exam.
Projektna naloga.	20,00 %	Project assignment.

Ocenjevalna lestvica:

Grading system:

--	--

Reference nosilca/Lecturer's references:

Janez Žerovnik:

1. YE, Ansheng, MIAO, Fang, SHAO, Zehui, LIU, Jia-Bao, **ŽEROVNIK, Janez**, REPOLUSK, Polona. More results on the domination number of Cartesian product of two directed cycles. *Mathematics*. 2019, vol. 7, no. 2, str. 1-9. [COBISS.SI-ID [24462088](#)]
2. SHAO, Zehui, WU, Pu, JIANG, Huiqin, LI, Zepeng, **ŽEROVNIK, Janez**, ZHANG, XiuJun. Discharging approach for double roman domination in graphs. *IEEE access*. Oct. 2018, vol. 6, f. 63345-63351, ilustr. ISSN 2169-3536. [COBISS.SI-ID [16501787](#)]
3. KALJUN, David, NOVAK, Tina, **ŽEROVNIK, Janez**. Improved approximation of spatial light distribution. *PloS one*. Apr. 2017, vol. 12, nr. 4, f. 1-16. [COBISS.SI-ID [15491355](#)]
4. NOVAK, Tina, **ŽEROVNIK, Janez**. Weighted domination number of cactus graphs. *International journal of applied mathematics*. 2016, vol. 29, nr. 4, str. 401-423. [COBISS.SI-ID [14808603](#)]
5. HRASTNIK LADINEK, Irena, **ŽEROVNIK, Janez**. Perfect codes in direct graph bundles. *Information processing letters*. [Print ed.]. 2015, vol. 115, issue 9, str. 707-711. [COBISS.SI-ID [18688790](#)]

Aljoša Peperko:

1. **PEPERKO, Aljoša**. Inequalities on the joint and generalized spectral and essential spectral radius of the Hadamard geometric mean of bounded sets of positive kernel operators. *Linear and Multilinear Algebra*. 2019, vol. 67, iss. 11, str. 2159-2172. ISSN 0308-1087. <https://doi.org/10.1080/03081087.2018.1484423>, DOI: [10.1080/03081087.2018.1484423](https://doi.org/10.1080/03081087.2018.1484423). [COBISS.SI-ID [18390617](#)]
2. SHAO, Zehui, LI, Zepeng, **PEPERKO, Aljoša**, WAN, Jiafu, ŽEROVNIK, Janez. Independent rainbow domination of graphs. *Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society*. March 2019, vol. 42, iss. 2, str. 417-435. ISSN 0126-6705. <http://dx.doi.org/10.1007/s40840-017-0488-6>, DOI: [10.1007/s40840-017-0488-6](https://doi.org/10.1007/s40840-017-0488-6). [COBISS.SI-ID [18014809](#)]
3. GABROVŠEK, Boštjan, **PEPERKO, Aljoša**, ŽEROVNIK, Janez. On the independent rainbow domination numbers of generalized Petersen graphs $P(n,2)$ and $P(n,3)$. V: ZADNIK STIRN, Lidija (ur.), et al. SOR '19 proceedings. Ljubljana: Slovenian Society Informatika, Section for Operational Research. 2019, str. 107-112. [COBISS.SI-ID [16811547](#)]
4. PUSTAVRH, Jan, **PEPERKO, Aljoša**, MAJDIČ, Franc. Razvoj in raziskave prototipa Stewartove ploščadi. *Ventil : revija za fluidno tehniko in avtomatizacijo*. [Tiskana izd.]. avg. 2020, letn. 26, št. 4, str. 264-271, ilustr. ISSN 1318-7279. <http://www.dlib.si/details/URN:NBN:SI:doc-YSQVRTB5>. [COBISS.SI-ID [28293891](#)]
5. RUPNIK POKLUKAR, Darja, **PEPERKO, Aljoša**, ŽEROVNIK, Janez. *Parcialne diferencialne enačbe, kompleksna analiza in optimizacija*. 1. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2023. VII, 244 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-97-5. [COBISS.SI-ID [138586371](#)]

Boštjan Gabrovšek:

1. **GABROVŠEK, Boštjan**. Tabulation of prime knots in lens spaces.

- Mediterranean journal of mathematics, ISSN 1660-5446, 2017, iss. 2, art. 88 [COBISS.SI-ID [18024793](#)]
2. **GABROVŠEK, Boštjan**, MROCZKOWSKI, Maciej. The HOMFLYPT skein module of the lens spaces $L_p(1)$. *Topology and its Applications*, ISSN 0166-8641. [Print ed.], 2014, vol. 175, str. 72-80. [COBISS.SI-ID [17080409](#)]
 3. **GABROVŠEK, Boštjan**, MANFREDI, Enrico. On the Seifert fibered space link group. *Topology and its Applications*, ISSN 0166-8641. [Print ed.], 2016, vol. 206, str. 255-275. [COBISS.SI-ID [17665369](#)]
 4. **GABROVŠEK, Boštjan**, MROCZKOWSKI, Maciej. Link diagrams in Seifert manifolds and applications to skein modules. V: LAMBROPOULOU, Sofia (ur.). *Algebraic modeling of topological and computational structures and applications : THALES, Athens, Greece, July 1-3, 2015, (Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, ISSN 2194-1009, vol. 219)*. Cham: Springer International Publishing. cop. 2017, str. 117-141. [1.06 Objavljeni znanstveni prispevek na konferenci (vabljeni predavanja)] [COBISS.SI-ID [18217305](#)]
 5. **Gabrovšek, Boštjan** ; Novak, Tina ; Povh, Janez ; Rupnik Poklukar, Darja ; Žerovnik, Janez, Multiple Hungarian method for k-assignment problem [Elektronski vir], Leto: 2020, [COBISS.SI-ID [38799875](#)]

Darja Rupnik Poklukar:

1. BREZOVNIK, Simon, **RUPNIK POKLUKAR, Darja**, ŽEROVNIK, Janez. On 2-Rainbow Domination of Generalized Petersen Graphs $P(ck, k)$. *Mathematics*. 2023, vol. 11, iss. 10, [article no.] 2271, 16 str., tabele. ISSN 2227-7390. <https://www.mdpi.com/2227-7390/11/10/2271>, DOI: [10.3390/math11102271](https://doi.org/10.3390/math11102271). [COBISS.SI-ID [152994051](#)]
2. DENG, Fei, JIANG, Huiqin, LIU, Jia-Bao, **RUPNIK POKLUKAR, Darja**, SHAO, Zehui, WU, Pu, ŽEROVNIK, Janez. The Sanskruti index of trees and unicyclic graphs. *Open chemistry*. Jan. 2019, vol. 17, iss. 1, f. 448-455, ilustr. ISSN 2391-5420. <https://www.degruyter.com/downloadpdf/j/chem.2019.17.issue-1/chem-2019-0046/chem-2019-0046.xml>, DOI: [10.1515/chem-2019-0046](https://doi.org/10.1515/chem-2019-0046). [COBISS.SI-ID [16758043](#)]
3. BREZOVNIK, Simon, **RUPNIK POKLUKAR, Darja**, ŽEROVNIK, Janez. Roman and Italian rainbow domination number of graphs. V: DROBNE, Samo (ur.), et al. *SOR '23 : proceedings of the 17th International Symposium on Operational Research in Slovenia : Bled, Slovenia, September 20-22, 2023*. 1st electronic version. Ljubljana: Slovenian Society Informatika - Section for Operational Research, 2023. Str. 45-48. ISBN 978-961-6165-61-7. <https://drustvo-informatika.si/uploads/documents/6a1c2595-7d3f-4dd2-ab6c-9ed9b168c19d/SOR23Proceedings.pdf>. [COBISS.SI-ID [166110467](#)]
4. ŽEROVNIK, Janez, NOVAK, Tina, **RUPNIK POKLUKAR, Darja**, ZAKRAJŠEK, Helena. *Navadne diferencialne enačbe in linearna algebra*. 1. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2022. VIII, 209 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-85-2. [COBISS.SI-ID [95247107](#)]
5. **RUPNIK POKLUKAR, Darja**, PEPERKO, Aljoša, ŽEROVNIK, Janez. *Parcialne diferencialne enačbe, kompleksna analiza in optimizacija*. 1. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2023. VII, 244 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-97-5. [COBISS.SI-ID [138586371](#)]