

# ANALIZA IN LINEARNA ALGEBRA - PAP

## UČNI NAČRT PREDMETA/COURSE SYLLABUS

<b>Predmet:</b>	Analiza in linearna algebra - PAP
<b>Course title:</b>	Analysis and Linear Algebra - PAP
<b>Članica nosilka/UL Member:</b>	UL FS

Študijski programi in stopnja	Študijska smer	Letnik	Semestri	Izbirnost
Strojništvo - projektno aplikativni program, prva stopnja, visokošolski strokovni (od študijskega leta 2026/2027 dalje)	Ni členitve (študijski program)	1. letnik	1. semester	obvezni

<b>Univerzitetna koda predmeta/University course code:</b>	0562656
<b>Koda učne enote na članici/UL Member course code:</b>	3001-V

Predavanja /Lectures	Seminar /Seminar	Vaje /Tutorials	Klinične vaje /Clinical tutorials	Druge oblike študija /Other forms of study	Samostojno delo /Individual student work	ECTS
60		60			80	8

<b>Nosilec predmeta/Lecturer:</b>	doc. dr. Simon Brezovnik, izr. prof. dr. Aljoša Peperko, prof. ddr. Janez Žerovnik
-----------------------------------	--

<b>Izvajalci predavanj:</b>	
<b>Izvajalci seminarjev:</b>	
<b>Izvajalci vaj:</b>	
<b>Izvajalci kliničnih vaj:</b>	
<b>Izvajalci drugih oblik:</b>	
<b>Izvajalci praktičnega usposabljanja:</b>	

<b>Vrsta predmeta/Course type:</b>	Obvezni splošni predmet /Compulsory general course
------------------------------------	--

<b>Jeziki/Languages:</b>	Predavanja/Lectures:	Slovenščina
	Vaje/Tutorial:	Slovenščina

<b>Pogoji za vključitev v delo oz. za opravljanje študijskih obveznosti:</b>	<b>Prerequisites:</b>
Izpolnjevanje pogojev za vpis v Visokošolski strokovni študijski program I. stopnje Strojništvo - Projektno aplikativni program.	Meeting the enrollment conditions for the MECHANICAL ENGINEERING - Project Oriented Applied Programme.

<b>Vsebina:</b>	<b>Content (Syllabus outline):</b>
<i>Uvod in osnovni pojmi</i> 1. Matematika in matematično modeliranje.	<i>Introduction and basics</i> 1. Mathematics and mathematical modelling.

<p>Množice in števila. Kompleksna števila. Polarni zapis kompleksnega števila.  <i>Realne funkcije realne spremenljivke in odvod</i></p> <p>2. Realne funkcije.  - Elementarne funkcije. Limita funkcije. Zvezne funkcije. Osnovne lastnosti zveznih funkcij.  Definicija in geometrijski pomen odvoda.  - Diferencial.</p> <p>3. Pravila za odvajanje. Odvodi elementarnih funkcij. Izreki o odvedljivih funkcijah: Rolleov, Lagrangeov in Cauchyjev izrek. L'Hopitalovo pravilo.</p> <p>4. Odvodi višjega reda.  - Taylorjeva formula</p> <p>5. a) Lokalni ekstremi realne funkcije. Stacionarne točke odvedljive funkcije.  Analiza lastnosti funkcij s pomočjo odvoda in drugega odvoda.  - Risanje grafov funkcij. Uporaba odvoda.  <i>Nedoločeni in določeni integral</i></p> <p>6. Definicija določenega in nedoločenega integrala. Lastnosti integrala.  - Osnovni izrek analize. Integrali nekaterih elementarnih funkcij. Osnovne metode integriranja.</p> <p>7. Vpeljava nove spremenljivke.  Integracija po delih.  - Zgledi integriranja racionalnih in kotnih funkcij.</p> <p>8. Posplošeni integral. Uporaba integrala: prostornine, ploščine izsekov (navor), težišča, itd.</p> <p>9. Koordinatni sistem v prostoru (kartezične, polarne, sferične, valjaste, naravne koordinate), razdalja.</p> <p>10. Definicija vektorja. Osnovne operacije v brezkoordinatnem in koordinatnem zapisu.  Standardna ortonormirana baza.  - Linearna neodvisnost vektorjev in baza prostora.  Skalarni produkt.</p> <p>11. Vektorski produkt. Osnovne lastnosti produktov. Fizikalni pomen produktov in uporaba za računanje kotov, navorov, ploščin. Gradient funkcije dveh in treh spremenljivk, smer najhitrejšega naraščanja. Mešani produkt, determinante reda 3, prostornine.  - Dvakratni vektorski produkt.</p> <p>12. Enačbi ravnine in premice v prostoru.  Uporaba enačb ravnine in premice za računanje razdalj med geometrijskimi objekti (razdalja med točko in premico, med točko in ravnino, med dvema premicama) in za reševanje drugih geometrijskih nalog. Tangentna ravnina na graf funkcije dveh spremenljivk in diferencial.</p> <p>13. Matrike in osnovne operacije.  - Seštevanje matrik, množenje matrike s številom, množenje matrik. Determinante. Osnovne lastnosti determinante. Inverzne matrike.  - Karakterizacija obrnljivih matrik.</p> <p>14. Reševanje matričnih enačb. Sistemi linearnih enačb. Zapis sistema enačb v obliki matrične enačbe. Gaussov postopek.  - Analiza rešljivosti sistema enačb. Računanje inverzne matrike z Gaussovim postopkom.</p>	<p>Sets and numbers. Complex numbers. Polar form of a complex number.  <i>Real functions of real variables and differentiation</i></p> <p>2. Functions.  - Elementary functions. Limit of a function. Continuous functions. Basic properties of continuous functions. Definition of derivative and its geometrical meaning.  - Differential.</p> <p>3. Rules for differentiation. Derivates of elementary functions. Theorems for differential functions. Rolle, Lagrange and Cauchy. L'Hopital rule.</p> <p>4. Derivates of higher order.  - Taylor formula.</p> <p>5. a) Local extrens of a real function. Stationary points of differentiable functions.  Property analysis of functions via the first and second and derivates.  - Drawing graphs of functions. Applications of derivate.  <i>Indefinite and definite integral</i></p> <p>6. Definition of definite and indefinite integral. Properties of integral.  - Fundamental theorem of analysis. Integrals of elementary functions. Basic methods of integration.</p> <p>7. Substitution.  Per partes integration.  - Examples of integration of rational and trigonometric functions.</p> <p>8. Improper integral. Applications of integral: volumes, plates, torque, center of gravity.</p> <p>9. Coordinate system in Euclidean space (Cartesian, polar, spherical, natural coordinates). Euclidean metric.</p> <p>10. Definition of vectors. Basic operations in coordinate and noncoordinate form.  Standard orthonormed basis.  - Linear independence of vectors and basis of space.  Scalar product.</p> <p>11. Vector product. Basic properties of the products. Physical meaning of the products and applications for calculation of angles, torque, volumes. Gradient of functions of two and three variables, direction of fastest growth. Mixed product, determinants of order 3, volumes.  - Double vector product.</p> <p>12. Equations of planes and lines in the Euclidean space. Applications of these equations for calculation of distances between geometrical objects (a point and a line, a point and a plane, two lines) and for solving other geometric assignments. Tangent plane for functions of two variables and differential.</p> <p>13. Matrices and basic operations  - Summation of matrices, multiplication with a scalar, multiplication of matrices. Determinants. Basic properties of determinants. Invertible matrices.  - Characterization of invertible matrices.</p>
---	---

<p>15. Cramerjev izrek o rešitvah enolično rešljivega sistema linearnih enačb.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Lastni vektorji in lastne vrednosti matrik.</li> <li>- Metoda za računanje lastnih vrednosti in lastnih vektorjev.</li> </ul>	<p>14. Solving matrix equations. Systems of linear equations. Linear systems written in the form of a matrix equation. Gauss algorithm.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Analysis of solvability of linear systems.</li> <li>Gauss algorithm for calculating the inverse matrix.</li> </ul> <p>15. Cramer rule.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-Eigenvectors and eigenvalues of matrices.</li> <li>- Method of calculation of eigenvalues and eigenvectors.</li> </ul>
---	--

**Temeljna literatura in viri/Readings:**

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ŽEROVNIK, Janez, GABROVŠEK, Boštjan, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. <i>Analiza</i>. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 202 258 str., graf. prikazi. ISBN 978-961-6980-79-1. [COBISS.SI-ID <a href="#">74551299</a>]</li> <li>2. ŽEROVNIK, Janez, NOVAK, Tina, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. <i>Navadne diferencialne enačbe in linearna algebra</i>. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 202 VIII, 209 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-85-2. [COBISS.SI-ID <a href="#">95247107</a>]</li> <li>3. NOVAK, Tina, PEPERKO, Aljoša, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. Tehniška matematika 1 : naloge in postopki reševanja. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2015. COBISS.SI-ID <a href="#">281515776</a>]</li> <li>4. NOVAK, Tina, PEPERKO, Aljoša, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. Tehniška matematika 2 : naloge in postopki reševanja. 2. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2019. [COBISS.SI-ID <a href="#">298792960</a>]</li> <li>5. E. KREYSZIG, <i>Advanced Engineering Mathematics</i>, Wiley, 9th Edition, 2006 [COBISS.SI-ID <a href="#">69008385</a>]</li> </ol>
--

**Cilji in kompetence:**

<p>Cilji:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Študenti spoznajo osnovno teoretično podlago iz področij analize in linearne algebre.</li> <li>2. Spoznajo teoretične osnove metod za reševanje in izpeljavo rešitev nekaterih fizikalnih in tehniških problemov.</li> </ol> <p>Kompetence:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Sposobnost uporabe pridobljenih matematičnih znanj s področij analize in linearne algebre za modeliranje, reševanje in evalviranje strokovnih tehniških problemov v strojništvu (S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, S4-PAP, S5-PAP, P2-PAP).</li> <li>2. Sposobnost samostojnega pridobivanja ustreznega matematičnega znanja za namen reševanja strokovnih inženirskih problemov (S5-PAP, S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, P2-PAP).</li> </ol>	<p><b>Objectives and competences:</b></p> <p>Objectives:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Students learn theoretical basis of calculus and linear algebra.</li> <li>2. Students learn theoretical foundations of methods to solve some physical and engineering problems.</li> </ol> <p>Competences:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. The ability to apply the obtained mathematical knowledge of calculus and linear algebra for analysis, modelling, and solving of mechanical engineering problems (S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, S4-PAP, S5-PAP, P2-PAP).</li> <li>2. The ability to acquire new adequate mathematical knowledge for solving professional engineering problems (S5-PAP, S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, P2-PAP).</li> </ol>
---	---

**Predvideni študijski rezultati:**

<p>Znanja:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Obvladajo osnovne metode iz področij analize in linearne algebre (Z1).</li> <li>• Razumejo matematične modele nekaterih fizikalnih in tehniških problemov (Z1).</li> </ul> <p>Spretnosti:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Spretnost samostojnega matematičnega eksaktnega modeliranja primerno zahtevnih strokovnih problemov (S1.2, S1.3, S1.4).</li> <li>• Trdna analitična spretnost razmišljanja in analitično-sintetičnega reševanja eksaktnih problemov (S1.2, S1.3, S1.4).</li> </ul>	<p><b>Intended learning outcomes:</b></p> <p>Knowledge:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mastering the basic methods of calculus and linear algebra (Z1).</li> <li>• Understanding mathematical models of some physical and technical problems (Z1).</li> </ul> <p>Skills:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• The skill of independent mathematical exact modelling of suitably demanding professional problems (S1.2, S1.3, S1.4).</li> <li>• Solid skill of analytic thinking and analytic-synthetic solving of exact problems (S1.2, S1.3, S1.4).</li> </ul>
---	---

**Metode poučevanja in učenja:**

P1 Avditorna predavanja z reševanjem izbranih - za področje značilnih - teoretičnih in praktično uporabnih primerov.  
 P2 Obravnava snovi po urejeni in vnaprej razloženi sistematiki.  
 P3 Avditorne vaje, kjer se teoretično znanje s predavanj podkrepi z računskimi primeri.  
 P12 Individualizirane domače naloge v spletni učilnici (digitalno preverjanje domačih nalog).

**Learning and teaching methods:**

P1 Auditorial lectures with solving selected field-specific theoretical and applied use cases.  
 P2 Presenting the content according to the explained system.  
 P3 Auditorial exercises, in which theoretical content from the lectures is supplemented with practical examples.  
 P12 Individualised homeworks in a web classroom (digital validation of homeworks).

**Načini ocenjevanja:****Delež/Weight****Assessment:**

Izpit - računski del (delni izpiti ali izpit ob koncu semestra).	80,00 %	Exam - calculating part (partial exams or final exam).
Izpit - teoretični del (delni izpiti ali izpit ob koncu semestra).	20,00 %	Exam - theoretical part (partial exams or final exam).

**Ocenjevalna lestvica:****Grading system:**

5 - 10, pri čemer velja, da je pozitivna ocena od 6 - 10	5 - 10, a student passes the exam if he is graded from 6 to 10
--	--

**Reference nosilca/Lecturer's references:****Janez Žerovnik:**

- CANKAR, Gašper, **ŽEROVNIK, Janez**. Primerljivost dosežkov na osnovni in višji ravni izpita iz matematike na splošni maturi = Comparability of achievement at basic and higher level of mathematics at general matura. *Psihološka obzorja : slovenska znanstveno-strokovna psihološka revija*. [Spletna izd.]. 2020, letn. 29, str. 158-169, ilustr. ISSN 2350-5141. [http://psiholoska-obzorja.si/arhiv\\_clanki/2020/cankar\\_zerovnik.pdf](http://psiholoska-obzorja.si/arhiv_clanki/2020/cankar_zerovnik.pdf), DOI: [10.20419/2020.29.523](https://doi.org/10.20419/2020.29.523). [COBISS.SI-ID [39004675](https://www.cobiss.si/urn:nbn:si:coibis:39004675)],
- GABROVŠEK, Boštjan, PEPPERKO, Aljoša, **ŽEROVNIK, Janez**. Independent rainbow domination numbers of generalized Petersen graphs  $P(n,2)$  and  $P(n,3)$ . *Mathematics*. June 2020, vol. 8, iss. 6, art. 996 (13 str.). ISSN 2227-7390. <https://doi.org/10.3390/math8060996>, DOI: [10.3390/math8060996](https://doi.org/10.3390/math8060996). [COBISS.SI-ID [20459011](https://www.cobiss.si/urn:nbn:si:coibis:20459011)]
- ŽEROVNIK, Janez**. Rainbow domination regular graphs that are not vertex transitive. *Discrete applied mathematics*. [Online ed.]. 2024, vol. 349, str. 144-147, ilustr. ISSN 1872-6771. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0166218X24000842>, DOI: [10.1016/j.dam.2024.02.013](https://doi.org/10.1016/j.dam.2024.02.013). [COBISS.SI-ID [186086659](https://www.cobiss.si/urn:nbn:si:coibis:186086659)]
- GABROVŠEK, Boštjan, **ŽEROVNIK, Janez**. A fresh look at a randomized massively parallel graph coloring algorithm. *Croatian operational research review : CRORR*. [Tiskana izd.]. 2024, vol. 15, no. 2, str. 105-117, ilustr. ISSN 1848-0225. <https://hrcaj.srce.hr/ojs/index.php/crorr/article/view/29342>, DOI: [10.17535/crorr.2024.0009](https://doi.org/10.17535/crorr.2024.0009). [COBISS.SI-ID [210624771](https://www.cobiss.si/urn:nbn:si:coibis:210624771)]
- SHAO, Zehui, ERVEŠ, Rija, JIANG, Huiqin, PEPPERKO, Aljoša, WU, Pu, **ŽEROVNIK, Janez**. Double Roman graphs in  $P(3k,k)$ . *Mathematics*. Feb. 2021, vol. 9, iss. 4, f. 1-18, ilustr. ISSN 2227-7390. <https://www.mdpi.com/2227-7390/9/4/336>, DOI: [10.3390/math9040336](https://doi.org/10.3390/math9040336). [COBISS.SI-ID [50563587](https://www.cobiss.si/urn:nbn:si:coibis:50563587)]

**Aljoša Peperko:**

- ROSENMANN, Amnon, LEHNER, Franz, **PEPPERKO, Aljoša**. Polynomial convolutions in max-plus algebra. *Linear algebra and its applications*. [Print ed.]. Oct. 2019, vol. 578, str. 370-401. ISSN 0024-3795. <https://doi.org/10.1016/j.laa.2019.05.020>, DOI: [10.1016/j.laa.2019.05.020](https://doi.org/10.1016/j.laa.2019.05.020). [COBISS.SI-ID [18650969](https://www.cobiss.si/urn:nbn:si:coibis:18650969)]
- REZNICHENKO, Igor, PODRŽAJ, Primož, **PEPPERKO, Aljoša**. Calculation of stationary magnetic fields based on the improved quadrature formulas for a simple layer potential. *Mathematics*. 2024, vol. 12, iss. 1, [article no.] 21, str. 1-16, ilustr. ISSN 2227-7390. <https://www.mdpi.com/2227-7390/12/1/21>, DOI: [10.3390/math12010021](https://doi.org/10.3390/math12010021). [COBISS.SI-ID [184054275](https://www.cobiss.si/urn:nbn:si:coibis:184054275)]
- GABROVŠEK, Boštjan, **PEPPERKO, Aljoša, ŽEROVNIK, Janez**. On the 2-rainbow independent domination numbers of some graphs. *Central European journal of operations research*. Sept. 2023, vol. 31, iss. 3,

str. 817-831. ISSN 1435-246X. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10100-023-00840-w>,  
<https://repozitorij.uni-lj.si/IzpisGradiva.php?id=148033>, DOI: [10.1007/s10100-023-00840-w](https://doi.org/10.1007/s10100-023-00840-w).  
[COBISS.SI-ID [142159107](#)]

4. ŽUŽEK, Tena, **PEPERKO, Aljoša**, KUŠAR, Janez. A max-plus algebra approach for generating a non-delay schedule. Croatian operational research review : CRORR, ISSN 1848-0225. [Tiskana izd.], 2019, vol. 10, no. 1, str. 35-44 [COBISS.SI-ID [16696091](#)]
5. ŠFILIGOJ, Tina, **PEPERKO, Aljoša**. Estimating node importance in public transport network. V: DROBNE, Samo (ur.), et al. *SOR '23 : proceedings of the 17th International Symposium on Operational Research in Slovenia : Bled, Slovenia, September 20-22, 2023*. 1st electronic version. Ljubljana: Slovenian Society Informatika - Section for Operational Research, 2023. Str. 379-382, ilustr. ISBN 978-961-6165-61-7. <https://drustvo-informatika.si/uploads/documents/6a1c2595-7d3f-4dd2-ab6c-9ed9b168c19d//SOR23Proceedings.pdf>. [COBISS.SI-ID [166038019](#)]

#### **Simon Brezovnik:**

1. **BREZOVNIK, Simon**, CHE, Zhongyuan, TRATNIK, Niko, ŽIGERT PLETERŠEK, Petra. Resonance graphs of plane bipartite graphs as daisy cubes. *Discrete applied mathematics*. [Print ed.]. May 2025, vol. 366, str. 75-85, graf. prikazi. ISSN 0166-218X. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0166218X25000228>, [Digitalna knjižnica Univerze v Mariboru – DKUM](#), [Repozitorij Univerze v Ljubljani – RUL](#), [DiRROS - Digitalni repozitorij raziskovalnih organizacij Slovenije](#), DOI: [10.1016/j.dam.2025.01.017](https://doi.org/10.1016/j.dam.2025.01.017), DOI: [20.500.12556/DKUM-91731](https://doi.org/20.500.12556/DKUM-91731). [COBISS.SI-ID [224635651](#)], [Odprti dostop, JCR, SNIP, WoS]
2. **BREZOVNIK, Simon**, ŽEROVNIK, Janez. Roman domination of cartesian bundles of cycles over cycles. *Mathematics*. 2025, vol. 13, iss. 15, [art. no.] 2351, str. 1-18. ISSN 2227-7390. <https://www.mdpi.com/2227-7390/13/15/2351>, [Repozitorij Univerze v Ljubljani – RUL](#), [DiRROS - Digitalni repozitorij raziskovalnih organizacij Slovenije](#), DOI: [10.3390/math13152351](https://doi.org/10.3390/math13152351). [COBISS.SI-ID [243736579](#)], [Odprti dostop, JCR, SNIP, WoS]
3. **BREZOVNIK, Simon**, DEHMER, Matthias, TRATNIK, Niko, ŽIGERT PLETERŠEK, Petra. Szeged and Mostar root-indices of graphs. *Applied mathematics and computation*. [Print ed.]. Apr. 2023, vol. 442, [article no.] 127736, 11 str. ISSN 0096-3003. [Repozitorij Univerze v Ljubljani – RUL](#), DOI: [10.1016/j.amc.2022.127736](https://doi.org/10.1016/j.amc.2022.127736). [COBISS.SI-ID [139442179](#)], [Odprti dostop, JCR, SNIP, WoS]
4. **BREZOVNIK, Simon**, TRATNIK, Niko. Generalized cut method for computing Szeged-like polynomials with applications to polyphenyls and carbon nanocones. *Match : communications in mathematical and in computer chemistry*. 2023, vol. 90, no. 2, str. 401-427. ISSN 0340-6253. [DiRROS - Digitalni repozitorij raziskovalnih organizacij Slovenije](#), [Digitalna knjižnica Univerze v Mariboru – DKUM](#), DOI: [10.46793/match.90-2.401B](https://doi.org/10.46793/match.90-2.401B), DOI: [20.500.12556/DKUM-87692](https://doi.org/20.500.12556/DKUM-87692). [COBISS.SI-ID [150208771](#)], [Odprti dostop, JCR, SNIP, WoS]
5. **BREZOVNIK, Simon**, TRATNIK, Niko, ŽIGERT PLETERŠEK, Petra. Resonance graphs and a binary coding of perfect matchings of outerplane bipartite graphs. *Match : communications in mathematical and in computer chemistry*. 2023, vol. 90, no. 2, str. 453-468. ISSN 0340-6253. [DiRROS - Digitalni repozitorij raziskovalnih organizacij Slovenije](#), [Digitalna knjižnica Univerze v Mariboru – DKUM](#), DOI: [10.46793/match.90-2.453B](https://doi.org/10.46793/match.90-2.453B), DOI: [20.500.12556/DKUM-87532](https://doi.org/20.500.12556/DKUM-87532). [COBISS.SI-ID [150211587](#)], [Odprti dostop, JCR, SNIP, WoS]