

# NAVADNE DIFERENCIALNE ENAČBE - PAP

## UČNI NAČRT PREDMETA/COURSE SYLLABUS

<b>Predmet:</b>	Navadne diferencialne enačbe - PAP
<b>Course title:</b>	Ordinary Differential Equations - PAP
<b>Članica nosilka/UL</b>	UL FS
<b>Member:</b>	

Študijski programi in stopnja	Študijska smer	Letnik	Semestri	Izbirnost
Strojništvo - projektno aplikativni program, prva stopnja, visokošolski strokovni (od študijskega leta 2026/2027 dalje)	Ni členitve (študijski program)	1. letnik	2. semester	obvezni

<b>Univerzitetna koda predmeta/University course code:</b>	0562662
<b>Koda učne enote na članici/UL Member course code:</b>	3007-V

Predavanja /Lectures	Seminar /Seminar	Vaje /Tutorials	Klinične vaje /Clinical tutorials	Druge oblike študija /Other forms of study	Samostojno delo /Individual student work	ECTS
45		45			35	5

<b>Nosilec predmeta/Lecturer:</b>	doc. dr. Simon Brezovnik, izr. prof. dr. Aljoša Peperko, prof. ddr. Janez Žerovnik
-----------------------------------	--

<b>Izvajalci predavanj:</b>	
<b>Izvajalci seminarjev:</b>	
<b>Izvajalci vaj:</b>	
<b>Izvajalci kliničnih vaj:</b>	
<b>Izvajalci drugih oblik:</b>	
<b>Izvajalci praktičnega usposabljanja:</b>	

<b>Vrsta predmeta/Course type:</b>	Obvezni splošni predmet/Compulsory general course
------------------------------------	---

<b>Jeziki/Languages:</b>	Predavanja/Lectures:	Slovenščina
	Vaje/Tutorial:	Slovenščina

<b>Pogoji za vključitev v delo oz. za opravljanje študijskih obveznosti:</b>	<b>Prerequisites:</b>
Izpolnjevanje pogojev za vpis v Visokošolski strokovni študijski program I. stopnje Strojništvo - Projektno aplikativni program.	Meeting the enrollment conditions for the MECHANICAL ENGINEERING - Project Oriented Applied Programme.

<b>Vsebina:</b>	<b>Content (Syllabus outline):</b>
Navadne diferencialne enačbe 1. Osnovni pojmi. - Modeliranje z diferencialnimi enačbami. Primeri	Ordinary differential equations. 1. Basics. - Modelling with differential equations. Examples of

<p>navadnih diferencialnih enačb. Grafična metoda. Enačba z ločljivima spremenljivkama.</p> <p>2. Homogena enačba - Linearne diferencialne enačbe 1.reda. Homogene in nehomogene enačbe. Splošna metoda za reševanje linearne enačbe prvega reda.</p> <p>3. Aplikacije. - Bernoulijeva enačba. Clairtova enačba. Homogene enačbe drugega reda s konstantnimi koeficienti. Karakteristična kvadratna enačba.</p> <p>4. Nehomogene enačbe drugega reda. - Metode za reševanje nehomogenih linearnih diferencialnih enačb drugega reda: variacija konstant, metoda nedoločenih koeficientov.</p> <p>5. Primeri iz fizike in tehnike. - masno-vzmetni sistemi. Vsiljene oscilacije. Resonanca. Euler-Cauchyjeve enačbe.</p> <p>6. Linearni sistemi diferencialnih enačb 1.reda Prevedba preprostih sistemov linearnih diferencialnih enačb na linearno diferencialno enačbo drugega reda. Linearni sistemi diferencialnih enačb kot modeli v inženirstvu. - Splošna rešitev.</p> <p>7. Metoda lastnih vrednosti in lastnih vektorjev za homogene sisteme 1.reda s konstantnimi koeficienti. Partikularna rešitev nehomogenega sistema.</p> <p>8. Realne funkcije dveh ali več spremenljivk, limita, zveznost, parcialni odvodi. Smerni odvod funkcije dveh in treh spremenljivk.. Višji parcialni odvodi. Stacionarne točke funkcije dveh spremenljivk. Formula za odvajanje sestavljenih funkcij.</p> <p>9. Integrali funkcij dveh spremenljivk. Definicija. Osnovne lastnosti. Geometrijski in fizikalni zgledi. Fubinijev izrek na pravokotnikih.</p> <p>10. Fubinijev izrek na bolj splošnih območjih. Trojni integral. Uporaba dvojnega in trojnega integrala. Vpeljava polarnih koordinat v dvojni integral.</p> <p>11. Splošna formula za vpeljavo novih koordinat za dvojni in trojni integral. Jacobijeva matrika. Vpeljava cilindričnih koordinat in vpeljavo sferičnih koordinat v trojni integral. Fizikalni zgledi.</p> <p>12. Integrali s parametrom. - Odvajanje integralov s parametrom. Integriranje integralov s parametrom. Izlimitirani integrali s parametrom.</p> <p>13. Laplaceova transformacija. Inverzna Laplaceova transformacija.. Uporaba Laplaceove transformacije.</p> <p>14. (a) Zaporedja in limita zaporedja. Številске vrste (realne).</p> <p>14.(b) Fourierove vrste. - Sodi razvoj. Lih razvoj.</p> <p>15. Fourierova transformacija. - Inverzna Fourierova transformacija. Diskretna in hitra Fourierova transformacija.</p>	<p>ordinary differential equations. Graphical method. Separable ordinary differential equations.</p> <p>2. Homogenous equation. - Linear differential equations of first order. Homogeneous and nonhomogeneous equations. General method for solving a linear differential equation of first order.</p> <p>3. Applications. - Bernoulli equation. Clairot equation. Homeogenous linear differential equations of second order with constant coefficients. Characteristic square equation.</p> <p>4. Nonhomeogenous linear differential equations of second order. - Methods for solving nonhomogeneous linear differential equations of second order: variation of constants, methods of unknown coefficients.</p> <p>5. Examples from physics and engineering. - Mass-spring systems. Forced oscillations. Resonance. Euler-Cauchy equations.</p> <p>6. Linear systems of differential equations of order 1. Solving special simple systems of linear differential equations by solving an associate linear differential equation of second order. Linear systems of differential equations as models in engineering. - General solution.</p> <p>7. Method of eigenvalues and eigenvectors for homogeneous systems of order 1 with constant coefficients. Particular solution of nonhomogeneous system.</p> <p>8. Real functions of two or several real variables, limit, continuity and partial derivatives. Directional derivate of functions of two and three variables. Higher partial derivates. Stationary points of functions of two variables. Chain rule.</p> <p>9. Integrals of functions of two variables Definition. Basic properties. Geometrical and physical examples. Fubini theorem for rectangles.</p> <p>10. Fubini theorem on more general areas. Triple integral. Applications of double and triple integral. Polar coordinates in double integral.</p> <p>11. General formula for new coordinates in double and triple integral. Jacobi matrix. Cylindrical coordinates and spherical coordinates in triple integral. Examples from physics.</p> <p>12. Integrals with parameter. -Differentiation of integrals with parameter. Integrating integrals with parameter. Improper integrals with parameter.</p> <p>13. Laplace transform. Inverse Laplace transform. Application of Laplace transform. Sequences and a limit of a sequence. Number series (real).</p> <p>14.(a) Sequences and a limit. Number series (real).</p> <p>14.(b) Fourier series. - Even series. Odd series.</p> <p>15. Fourier transform. - Inverse Fourier transform. Discrete anf fast Fourier transform</p>
--	--

### Temeljna literatura in viri/Readings:

1. ŽEROVNIK, Janez, NOVAK, Tina, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. *Navadne diferencialne enačbe in linearna algebra*. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2022. VIII, 209 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-85-2. [COBISS.SI-ID [95247107](#)]
2. ŽEROVNIK, Janez, GABROVŠEK, Boštjan, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. *Analiza*. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2021. 258 str., graf. prikazi. ISBN 978-961-6980-79-1. [COBISS.SI-ID [74551299](#)]
3. ŽEROVNIK, Janez, GABROVŠEK, Boštjan, NOVAK, Tina, PEPERKO, Aljoša, ZAKRAJŠEK, Helena. *Linearna algebra in vektorska analiza*. 1. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2022. VII, 250 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-86-9. [COBISS.SI-ID [97895939](#)]
4. NOVAK, Tina, PEPERKO, Aljoša, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. Tehniška matematika 1 : naloge in postopki reševanja. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2015. COBISS.SI-ID [281515776](#)]
5. NOVAK, Tina, PEPERKO, Aljoša, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. Tehniška matematika 2 : naloge in postopki reševanja. 2. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2019 [COBISS.SI-ID [298792960](#)]
6. E. Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics*, Wiley, 9th Edition, 2006 [COBISS.SI-ID [69008385](#)]
7. PEPERKO, Aljoša, PERMAN, Mihael, RUPNIK POKLUKAR, Darja. Matematika 3 : naloge in postopki reševanja. 2. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2020 [COBISS.SI-ID [14594563](#)]

### Cilji in kompetence:

#### Cilji:

1. Študenti spoznajo osnovno teoretično podlago iz področij navadnih diferencialnih enačb, funkcij več spremenljivk, integralnih transformacij in Fourierove analize.
2. Spoznajo teoretične osnove metod za reševanje in izpeljavo rešitev nekaterih fizikalnih in tehniških problemov

#### Kompetence:

1. Sposobnost uporabe pridobljenih matematičnih znanj s področij navadnih diferencialnih enačb, funkcij več spremenljivk, integralnih transformacij in Fourierove analize za modeliranje, reševanje in evalviranje strokovnih tehniških problemov v strojništvu (S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, S4-PAP, S5-PAP, P2-PAP).
2. Sposobnost samostojnega pridobivanja ustreznega matematičnega znanja za namen reševanja strokovnih inženirskih problemov (S5-PAP, S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, P2-PAP).

### Objectives and competences:

#### Objectives:

1. Students learn theoretical basis the ordinary differential equations, functions of several variables, integral transformations and Fourier analysis.
2. Students learn theoretical foundations of methods to solve some physical and engineering problems.

#### Competences:

1. The ability to apply the obtained mathematical knowledge of ordinary differential equations, functions of several variables, integral transformations and Fourier analysis for analysis, modelling, and solving of mechanical engineering problems (S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, S4-PAP, S5-PAP, P2-PAP).
2. The ability to acquire new adequate mathematical knowledge for solving professional engineering problems (S5-PAP, S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, P2-PAP).

### Predvideni študijski rezultati:

#### Znanja:

- Obvladajo osnovne metode iz področij navadnih diferencialnih enačb, funkcij več spremenljivk, integralnih transformacij in Fourierove analize (Z1).
- Razumejo matematične modele nekaterih fizikalnih in tehniških problemov (Z1).

#### Spretnosti:

- Spretnost samostojnega matematičnega eksaktnega modeliranja primerno zahtevnih strokovnih problemov (S1.2, S1.3, S1.4).

### Intended learning outcomes:

#### Knowledge:

- Mastering the basic methods of ordinary differential equations, functions of several variables, integral transformations and Fourier analysis (Z1).
- Understanding mathematical models of some problems from physics and some technical problems (Z1).

#### Skills:

- The skill of independent mathematical exact modelling of suitably demanding professional problems (S1.2, S1.3, S1.4).

<ul style="list-style-type: none"> <li>Trdna analitična spretnost razmišljanja in analitično-sintetičnega reševanja eksaktnih problemov (S1.2, S1.3, S1.4).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Solid analytic skill of thinking and analytic-synthetic solving of exact problems (S1.2, S1.3, S1.4).</li> </ul>
--	---

<p><b>Metode poučevanja in učenja:</b></p> <p>P1 Avditorna predavanja z reševanjem izbranih - za področje značilnih - teoretičnih in praktično uporabnih primerov.</p> <p>P2 Obravnava snovi po urejeni in vnaprej razloženi sistematiki.</p> <p>P3 Avditorne vaje, kjer se teoretično znanje s predavanj podkrepi z računskimi primeri.</p> <p>P12 Individualizirane domače naloge v spletni učilnici (digitalno preverjanje domačih nalog).</p>	<p><b>Learning and teaching methods:</b></p> <p>P1 Auditorial lectures with solving selected field-specific theoretical and applied use cases.</p> <p>P2 Presenting the content according to the explained system.</p> <p>P3 Auditorial exercises, in which theoretical content from the lectures is supplemented with practical examples.</p> <p>P12 Individualised homeworks in a web classroom (digital validation of homeworks).</p>
---	--

Načini ocenjevanja:	Delež/Weight	Assessment:
Izpit - računski del (delni izpiti ali izpit ob koncu semestra).	80,00 %	Exam - calculating part (partial exams or final exam).
Izpit - teoretični del (delni izpiti ali izpit ob koncu semestra).	20,00 %	Exam - theoretical part (partial exams or final exam).

<p><b>Ocenjevalna lestvica:</b></p> <p>5 - 10, pri čemer velja, da je pozitivna ocena od 6 - 10</p>	<p><b>Grading system:</b></p> <p>5 - 10, a student passes the exam if he is graded from 6 to 10</p>
---	---

**Reference nosilca/Lecturer's references:**

**Janez Žerovnik:**

- BREZOVNIK, Simon, RUPNIK POKLUKAR, Darja, **ŽEROVNIK, Janez**. The 2-rainbow domination number of Cartesian product of cycles. *Ars mathematica contemporanea*. [Tiskana izd.]. 2025, vol. 25, no. 3, 17 str., ilustr. ISSN 1855-3966. <https://amc-journal.eu/index.php/amc/article/view/3168>, DOI: [10.26493/1855-3974.3168.74d](https://doi.org/10.26493/1855-3974.3168.74d). [COBISS.SI-ID [212017155](https://doi.org/10.26493/1855-3974.3168.74d)]
- SHAO, Zehui, LI, Zepeng, PEPERKO, Aljoša, WAN, Jiafu, **ŽEROVNIK, Janez**. Independent rainbow domination of graphs. *Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society*. March 2019, vol. 42, iss. 2, str. 417-435. ISSN 0126-6705. <http://dx.doi.org/10.1007/s40840-017-0488-6>, DOI: [10.1007/s40840-017-0488-6](https://doi.org/10.1007/s40840-017-0488-6). [COBISS.SI-ID [18014809](https://doi.org/10.1007/s40840-017-0488-6)]
- VIZINGER, Tea, **ŽEROVNIK, Janez**. A stochastic model for better planning of product flow in retail supply chains. *The Journal of the Operational Research Society*. 2019, vol. 70, iss. 11, str. 1900-1914, ilustr. ISSN 0160-5682. <https://doi.org/10.1080/01605682.2018.1501460>, DOI: [10.1080/01605682.2018.1501460](https://doi.org/10.1080/01605682.2018.1501460). [COBISS.SI-ID [512976701](https://doi.org/10.1080/01605682.2018.1501460)]
- NOVAK, Tina, RUPNIK POKLUKAR, Darja, **ŽEROVNIK, Janez**. The Hosoya polynomial of double weighted graphs. *Ars mathematica contemporanea*. [Tiskana izd.]. 2018, vol. 15, no. 2, str. 441-466, ilustr. ISSN 1855-3966. <https://amc-journal.eu/index.php/amc/article/download/1297/1239>, [Digitalna knjižnica Slovenije - dLib.si](https://doi.org/10.26493/1855-3974.1297.c7c), DOI: [10.26493/1855-3974.1297.c7c](https://doi.org/10.26493/1855-3974.1297.c7c). [COBISS.SI-ID [16257563](https://doi.org/10.26493/1855-3974.1297.c7c)]
- VIZINGER, Tea, **ŽEROVNIK, Janez**. Coordination of a retail supply chain distribution flow. *Tehnički vjesnik : znanstveno-stručni časopis tehničkih fakulteta Sveučilišta u Osijeku*. Sept./Oct. 2018, god.=vol. 25, br.=no. 5, str. 1298-1305, ilustr. ISSN 1330-3651. <https://doi.org/10.17559/TV-20161219120040>, DOI: [10.17559/TV-20161219120040](https://doi.org/10.17559/TV-20161219120040). [COBISS.SI-ID [512956477](https://doi.org/10.17559/TV-20161219120040)]

**Aljoša Peperko:**

- PEPERKO, Aljoša**. Uniform boundedness principle for nonlinear operators on cones of functions. *Journal of Function Spaces (Print)*, ISSN 2314-8896, 2018, vol. 2018, str. 1-5. [COBISS.SI-ID [18355289](https://doi.org/10.1155/2018/18355289)]
- BOGDANOVIĆ, Katarina, **PEPERKO, Aljoša**. Hadamard weighted geometric mean inequalities for the spectral and essential spectral radius of positive operators on Banach function and sequence spaces. *Positivity*. Feb. 2022, vol. 26, iss. 1, art. 25 (20 str.). ISSN 1385-129 <https://link.springer.com/article/10.1007/s11117-022-00891-4>, DOI: [10.1007/s11117-022-00891-4](https://doi.org/10.1007/s11117-022-00891-4). [COBISS.SI-ID [98976003](https://doi.org/10.1007/s11117-022-00891-4)]

3. KHALEGHZADE, Sedighe, ZANGIABAD, Mostafa, **PEPERKO, Aljoša**, HAJARIAN, Masoud. Interval multi-linear systems for tensors in the max-plus algebra and their application in solving the job shop problem. *Kybernetika*. 2022, vol. 58, no. 5, str. 708-732. ISSN 0023-5954. <https://www.kybernetika.cz/content/2022/5/708/paper.pdf>, DOI: [10.14736/kyb-2022-5-0708](https://doi.org/10.14736/kyb-2022-5-0708). [COBISS.SI-ID [138628611](#)]
4. REZNICHENKO, Igor, PODRŽAJ, Primož, **PEPERKO, Aljoša**. Control theory and numerical analysis of magnetic field involving mechanical systems. V: DROBNE, Samo (ur.), et al. *SOR '23 : proceedings of the 17th International Symposium on Operational Research in Slovenia : Bled, Slovenia, September 20-22, 2023*. 1st electronic version. Ljubljana: Slovenian Society Informatika - Section for Operational Research, 2023. Str. 53-56. ISBN 978-961-6165-61-7. <https://drustvo-informatika.si/uploads/documents/6a1c2595-7d3f-4dd2-ab6c-9ed9b168c19d/SOR23Proceedings.pdf>. [COBISS.SI-ID [166105859](#)]
5. NOVAK, Tina, **PEPERKO, Aljoša**, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. Tehniška matematika 2 : naloge in postopki reševanja. 2. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2019. 221 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-56-2. [COBISS.SI-ID [298792960](#)]

#### Simon Brezovnik:

1. **BREZOVIK, Simon**, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ŽEROVNIK, Janez. The 2-rainbow domination number of Cartesian product of cycles. *Ars mathematica contemporanea*. [Tiskana izd.]. 2025, vol. 25, no. 3, 17 str., ilustr. ISSN 1855-3966. <https://amc-journal.eu/index.php/amc/article/view/3168>, [Repozitorij Univerze v Ljubljani – RUL](#), [DiRROS - Digitalni repozitorij raziskovalnih organizacij Slovenije](#), [Digitalna knjižnica Slovenije - dLib.si](#), DOI: [10.26493/1855-3974.3168.74d](https://doi.org/10.26493/1855-3974.3168.74d). [COBISS.SI-ID [212017155](#)], [[JCR](#), [SNIP](#), [WoS](#)]
2. **BREZOVIK, Simon**, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ŽEROVNIK, Janez. The 2-rainbow domination number of Cartesian bundles over cycles. *Central European journal of operations research*. 2025, vol. 33, str. 641–659, ilustr. ISSN 1613-9178. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10100-024-00949-6>, [DiRROS - Digitalni repozitorij raziskovalnih organizacij Slovenije](#), DOI: [10.1007/s10100-024-00949-6](https://doi.org/10.1007/s10100-024-00949-6). [COBISS.SI-ID [216758531](#)], [[Odprti dostop](#), [JCR](#), [SNIP](#), [WoS](#)]
3. **BREZOVIK, Simon**. Kekulé structure of angularly connected even ring systems. *Axioms*. 2024, vol. 13, iss. 12, [art. no.] 827, str. 1-14, ilustr. ISSN 2075-1680. <https://www.mdpi.com/2075-1680/13/12/827>, [Repozitorij Univerze v Ljubljani – RUL](#), [DiRROS - Digitalni repozitorij raziskovalnih organizacij Slovenije](#), DOI: [10.3390/axioms13120827](https://doi.org/10.3390/axioms13120827). [COBISS.SI-ID [216596995](#)], [[Odprti dostop](#), [JCR](#), [SNIP](#), [WoS](#)]
4. **BREZOVIK, Simon**, CHE, Zhongyuan, TRATNIK, Niko, ŽIGERT PLETERŠEK, Petra. Outerplane bipartite graphs with isomorphic resonance graphs. *Discrete applied mathematics*. [Print ed.]. Jan. 2024, vol. 343, str. 340-349. ISSN 0166-218X. [Repozitorij Univerze v Ljubljani – RUL](#), [Digitalna knjižnica Univerze v Mariboru – DKUM](#), [DiRROS - Digitalni repozitorij raziskovalnih organizacij Slovenije](#), DOI: [10.1016/j.dam.2023.11.006](https://doi.org/10.1016/j.dam.2023.11.006), DOI: [20.500.12556/DKUM-86747](https://doi.org/20.500.12556/DKUM-86747). [COBISS.SI-ID [172545795](#)], [[Odprti dostop](#), [JCR](#), [SNIP](#), [WoS](#)]
5. REDŽEPOVIĆ, Izudin, ĐORĐEVIĆ, Slađana, **BREZOVIK, Simon**, TRATNIK, Niko, ŽIGERT PLETERŠEK, Petra, FURTULA, Boris, RADENKOVIĆ, Slavko. Partition of topological indices of benzenoid hydrocarbons into ring contributions. *International journal of quantum chemistry*. 2023, vol. 123, iss. 12, [article no.] e27108, 10 str. ISSN 1097-461X. DOI: [10.1002/qua.27108](https://doi.org/10.1002/qua.27108). [COBISS.SI-ID [143259395](#)], [[Odprti dostop](#), [JCR](#), [SNIP](#), [WoS](#)]