

Jernej Klemenc

Dinamika vozil



Ljubljana, 2019

Naslov dela:	Dinamika vozil
Avtor:	Jernej Klemenc
Strokovni recenzenti:	prof. dr. Robert Kunc prof. dr. Janko Slavič
Lektoriranje besedila:	Andreja Cigale
Izdala in založila:	Fakulteta za strojništvo Univerze v Ljubljani, Aškerčeva 6, 1000 Ljubljana
Izdaja:	1. elektronska izdaja
Leto izida:	2019
Naslovnica knjige:	Jernej Klemenc
Naklada:	spletna izdaja
Cena:	prosto dostopno na repozitoriju UL

http://urnregister.nuk.uni-lj.si/?URN=URN:SI:UL:RUL:doc-XI61PJIC

Kataložni zapis o publikaciji (CIP) pripravili v Narodni in uviverzitetni knjižnici v Ljubljani

COBISS.SI-ID=300788992

ISBN 978-961-6980-60-9

© Jernej Klemenc in Faukulteta za strojništvo

Avtorske pravice so pridržane. Gradiva iz publikacije ni dovoljeno kopirati, objavljati ali prevajati v druge jezike brez pisnega dovoljenja založbe.

Predgovor

Modernega transporta ljudi in dobrin si ni mogoče predstavljati brez cestnih vozil. Predmet Dinamika vozil, ki se kot izbirni predmet predava na Magistrskem študijskem programu druge stopnje Strojništvo, omogoča študentu pridobiti znanja, s pomočjo katerih bo sposoben razumeti vplive, ki med vožnjo delujejo na vozilo, ter odziv vozila nanje. Študent se seznani z osnovnimi koncepti pogonov cestnih vozil ter njihovimi prednostmi in slabosti. Predmet študentu omogoča pridobitev teoretičnega znanja, s katerim je sposoben analitično določiti mejne zmogljivosti vozila pri danem pogonskem stroju in transmisiji vozila, izdelati zasnovo podvozja vozila, napovedati obnašanje vozila v pogojih mejnih zdrsov ter ovrednotiti vzdolžno, prečno in navpično dinamiko vozila pri vožnji naravnost, v ovinek ali po klancu ter pri pospeševanju in zaviranju vozila. V sklopu predmeta študent pridobi tudi ustrezno znanje o tistih elementih podvozja vozil, ki niso predmet drugih predavanj na Fakulteti za strojništvo Univerze v Ljubljani. Poleg teoretičnih znanj omogoča predmet Dinamika vozil pridobivanje praktičnih znanj, ki jih bodoči magistri znanosti potrebujejo pri svojem vsakodnevnem delu v razvojnih oddelkih podjetij, ki delujejo v panogah avtomobilske industrije ter industrije tovornih, kmetijskih, gradbenih in vojaških vozil. Predloge za predavanja so učni pripomoček, ki smo ga prilagodili študijskemu programu druge stopnje Strojništvo. Podajajo teoretično osnovo za vaje pri tem predmetu in so dopolnitev zbirke vaj, ki obsega izbor praktičnih vaj, ki smo jih pri tem predmetu izvajali v zadnjih šolskih letih.

V Ljubljani, dne 19. 6. 2019

prof.dr. Jernej Klemenc

i

ii

Zahvala

V prvi vrsti bi se rad zahvalil kolegu dr. Simonu Omanu, ki je vsa pretekla leta vodil vaje pri predmetu Dinamika vozil. S pomočjo njegovih predlogov in komentarjev sem lahko izboljšal predloge za predavanja, ki so končno izdana tudi v obliki skripte. Zahvala gre tudi študentom, ki so s svojo zagnanostjo podprli način dela pri tem predmetu in nam s svojim odzivom pomagali, da smo lahko izboljšali določene tematike. Posebna zahvala gre recenzentom za njihove tehtne pripombe, s pomočjo katerih je učbenik pridobil na kakovosti. Zahvalil bi se tudi kolegu dr. Alešu Gosarju za pomoč pri oblikovanju naslovnice. Na koncu bi se rad zahvalil še svoji družini, ki me je pri mojem delu vedno nesebično podpirala.

iv

Kazalo

Kazalo sl	lik	ix
Kazalo p	reglednic	XV
Seznam u	uporabljenih simbolov	xvii
Seznam u	uporabljenih okrajšav	xxi
Barvna n	nomenklatura fizikalnih količin	xxiii
1. Bilan	ca vlečnih sil in pogon vozila	1
1.1. In	terakcije vozila in njegova učinkovitost	1
1.2. Vo	ozni upori	2
1.2.1.	Upor kolesnih ležajev	2
1.2.2.	Kotalni upor	3
1.2.3.	Zračni upor	5
1.2.4.	Upor strmine	6
1.2.5.	Upor priklopnika	7
1.2.6.	Vsota voznih uporov na vozilu	8
1.3. Ka	arakteristike pogonskih strojev	9
1.3.1.	Prožnost motorja z notranjim zgorevanjem in vpliv prestavnih razmerij	12
1.3.2.	Dinamični faktor vozila	15
1.3.3.	Bilanca moči vozila	15
1.4. Hi	ibridna vozila	16
1.4.1.	Hibridno električno vozilo	19
1.4.2.	Hibridno hidravlično vozilo	21
1.4.3.	Mehansko hibridno vozilo	25
1.4.4.	Elektro-mehansko hibridno vozilo	26
1.4.5.	Transmisija in delilniki moči	27

v

2.	Gibal	na enačba vozila	29
	2.1. Si	le in navori na kolesih	33
	2.1.1.	Pogon 4 x 2	35
	2.1.2.	Pogon 4 x 4	36
3.	Ravn	otežje sil na vozilu	39
	3.1. St	atično ravnotežje sil na strmini	39
	3.2. Di	namično ravnotežje sil na strmini pri pospeševanju	41
	3.3. Di	namično ravnotežje sil na strmini pri zaviranju	45
	3.4. Ra	avnotežje sil na premo vozila pri vožnji v ovinek	48
	3.4.1.	Nevzmetena nadgradnja	48
	3.4.2.	Vzmetena nadgradnja	50
	3.5. Ti	pi obešenja in prečni nagib nadgradnje vozila	52
	3.5.1.	Posamično obešenje koles	53
	3.5.2.	Vzmetena toga prema	58
	3.5.3.	Vzmetena poltoga prema	63
	3.5.4.	Dušilni elementi na obešenju vozila	64
	3.5.5.	Elementi vzmetenja na vozilu	65
	3.6. M	ehanika obešenja in nadgradnje vozila	70
	3.6.1.	Določitev geometrije vodilnih elementov obešenja	70
	3.6.2.	Navpično nihanje vozila in obremenitve podvozja	80
4.	Trans	smisija vozil	97
	4.1. Pr	nevmatike vozil	99
	4.1.1.	Zgradba in označevanje pnevmatik	99
	4.1.2.	Pnevmatika kot torno gonilo	102
	4.1.3.	Mikro-kontakt pnevmatike in vozne površine	106
	4.2. Di	ferencialno gonilo	110

vi

4.2.1.	Vpliv diferencialnega gonila na sojemanje pnevmatik s	
	podlago	111
4.2.2.	Najpogostejši tipi diferencialov	117
4.3. Vp	oliv bočne prožnosti pnevmatik na obnašanje vozila	125
4.3.1.	Bočna prožnost pnevmatik in podkrmarjenost vozila	128
4.3.2.	Bočna prožnost pnevmatik in prekrmarjenost vozila	131
4.3.3.	Vpliv bočnega vetra na stabilnost vozila	133
4.3.4.	Stabilizacija vozila pri vožnji v ovinek pri veliki hitrosti	134
4.4. Po	stavitev vodilnih koles vozila	135
4.4. Po 4.5. M	stavitev vodilnih koles vozila enjalniki	135 138
4.4. Po 4.5. M 4.5.1.	stavitev vodilnih koles vozila enjalniki Ročni predležni menjalnik	135138138
4.4. Po 4.5. Mo 4.5.1. 4.5.2.	stavitev vodilnih koles vozila enjalniki Ročni predležni menjalnik Ročni menjalnik s pomičnim trnom	 135 138 138 141
4.4. Po 4.5. Mo 4.5.1. 4.5.2. 4.5.3.	stavitev vodilnih koles vozila enjalniki Ročni predležni menjalnik Ročni menjalnik s pomičnim trnom Avtomatski menjalnik s hidravličnim pretvornikom	135138138141
4.4. Po 4.5. Mo 4.5.1. 4.5.2. 4.5.3.	stavitev vodilnih koles vozila enjalniki Ročni predležni menjalnik Ročni menjalnik s pomičnim trnom Avtomatski menjalnik s hidravličnim pretvornikom navora	 135 138 138 141 142
4.4. Po 4.5. Mo 4.5.1. 4.5.2. 4.5.3. 4.5.4.	stavitev vodilnih koles vozila enjalniki Ročni predležni menjalnik Ročni menjalnik s pomičnim trnom Avtomatski menjalnik s hidravličnim pretvornikom navora Menjalniki z zvezno nastavljivim prestavnim razmerjem	 135 138 138 141 142 148
4.4. Po 4.5. Mo 4.5.1. 4.5.2. 4.5.3. 4.5.4.	stavitev vodilnih koles vozila enjalniki Ročni predležni menjalnik Ročni menjalnik s pomičnim trnom Avtomatski menjalnik s hidravličnim pretvornikom navora Menjalniki z zvezno nastavljivim prestavnim razmerjem	 135 138 138 141 142 148

5.	Literatura		7
----	------------	--	---

vii

viii

Kazalo slik

Slika 1.1: Vozilo kot interakcija značilnosti vozila, uporabe in okolja 1
Slika 1.2: Primarni vplivi na učinkovitost vozila
Slika 1.3: Upor kolesnih ležajev
Slika 1.4: Kotalni upor
Slika 1.5: Histereza materiala pri obremenitveno-razbremenitvenem ciklu 4
Slika 1.6: Zračni upor pri gibanju vozila
Slika 1.7: Zračni upor pri gibanju vozila
Slika 1.8: Sila upora strmine
Slika 1.9: Sila upora strmine
Slika 1.10: Vsi upori, ki delujejo na vozilo
Slika 1.11: Sila vsote voznih uporov na vozilo ΣR
Slika 1.12: Idealna karakteristika pogonskega stroja vozila
Slika 1.13: Izhodna karakteristika navora M_m v odvisnosti od vrtilne frekvence n za elektromotor
Slika 1.14: Izhodni karakteristiki Ottovega in Dieslovega motorja [1]-[4] 12
Slika 1.15: Transmisija osebnega cestnega vozila s pogonom na zadnja kolesa 13
Slika 1.16: Sila na kolesih za vozilo z batnim motorjem z notranjim zgorevanjem
in večstopenjskim menjalnikom [2] 13
in večstopenjskim menjalnikom [2]

ix

Slika 1.29: Vzporedno HHV pri križarjenju/zmernem pospeševanju [14]	24
Slika 1.30: Vzporedno HHV pri regenerativnem zaviranju [14]	25
Slika 1.31: Vzporedno HHV pri močnem pospeševanju [14]	25
Slika 1.32: Vzporedno MHV s sistemom KERS [15]	26
Slika 1.33: Elektro-mehansko hibridno vozilo [16]	27
Slika 1.34: Sklopka na osnovi magnetno-reološkega fluida [17]	28
Slika 2.1: Koordinatni sistem in geometrijske veličine vozila [2], [18]	29
Slika 2.2: Sile in navori, ki delujejo na vozilo v x-z ravnini [2]	30
Slika 2.3: Obodni zdrs koles zaradi obremenitve z navorom M	32
Slika 2.4: Sile in navori na potiskanem ali vlečenem kolesu	34
Slika 2.5: Sile in navori na gnanem kolesu, ko pogonski navor <i>M</i> kompenzira vse izgube na kolesu	. 34
Slika 2.6: Sile in navori na gnanem kolesu pri presežku pogonskega navora M	35
Slika 2.7: Pogon 4x2 s pogonskimi kolesi na zadnji premi	35
Slika 2.8: Pogon 4x2 s pogonskimi kolesi na sprednji premi	36
Slika 2.9: Pogon 4x4	37
Slika 3.1: Statično ravnotežje sil na strmini	39
Slika 3.2: Določitev višine težišča vozila	40
Slika 3.3: Dinamično ravnotežje sil na strmini pri pospeševanju	41
Slika 3.4: Sojemalni diagram za elastično kolo vozila	43
Slika 3.5: Dinamično ravnotežje sil na strmini pri zaviranju	45
Slika 3.6: Maksimalne zavorne sile kot funkcija koeficienta sojemanja	48
Slika 3.7: Porazdelitev sil med kolesi na nevzmeteni premi vozila in podlago p vožnji skozi ovinek	ori 49
Slika 3.8: Porazdelitev sil med kolesi na vzmeteni premi vozila in podlago pri	
vožnji skozi ovinek	51
Slika 3.9: Prečni stabilizator na premi vozila	52
Slika 3.10: Prečni nagib vzmetene nadgradnje vozila okoli vzdolžne osi	52
Slika 3.11: Posamično obešenje koles z dvojnim paralelogramskim vodilom	53
Slika 3.12: Posamično obešenje koles z več-paličnim vodilom	54
Slika 3.13: McPhersonova vzmetna noga	55
Slika 3.14: Posamično obešenje koles z enojnim vzdolžnim vodilom	56
Slika 3.15: Posamično obešenje koles z enojnim prostorskim vodilom	57
Slika 3.16: Obešenje toge preme z listnatimi vzmetmi	58

х

Slika 3.17: Obešenje toge preme s štirimi vzdolžnimi paličnimi vodili, ki so	50
Slike 2.18: Obečenie tego nemo z vzporodnime spednime vedileme	39
Slika 3.18. Obešenje toge preme z vzdelžnim trikatnim vodilom	60
Slika 3.19. Obesenje toge preme z vzdolznim urkommi vodnom	01
Slika 3.20: Obesenje toge preme s Panhardovim drogom	62
Slika 3.21: Obesenje toge preme z Wattovim menanizmom	63
Slika 3.22: Vzmetena poltoga prema	64
Slika 3.23: Dvocevni oljni dušilni element vozila	65
Slika 3.24: Vzmetenje vozila Chevrolete Corvette	67
Slika 3.25: Vzmetenje vozila Chevrolete Corvette	67
Slika 3.26: Pnevmatski vzmetni meh	68
Slika 3.27: Citröenov hidro-pnevmatski sistem vzmetenja [19]	69
Slika 3.28: Pogonska toga zadnja prema s štiri-paličnim vodilom [3]	71
Slika 3.29: Ekvivalentno obešenje za pogonsko zadnjo togo premo [3]	73
Slika 3.30: Ekvivalentno obešenje za pogonsko sprednjo togo premo [3]	75
Slika 3.31: Ekvivalentno obešenje za pogonsko zadnjo premo s posamičnim obešenjem [3]	76
Slika 3.32: Ekvivalentno obešenje za pogonsko sprednjo premo s posamičnim obešenjem [3]	78
Slika 3.33: Mejna geometrijska razmerja $e_{1,2}/d$ za proti-počep na spredni prem in proti-dvig na zadnji premi [3]	i 80
Slika 3.34: Četrtinski model vozila	82
Slika 3.35: Ravninski model vozila z dvema prostostnima stopnjama	82
Slika 3.36: Eno-masni polovični model sprednje in zadnje preme vozila	86
Slika 3.37: Tipična položaja vozlišč za sklopljeno nihanje vzmetene nadgradn pri osebnem vozilu [3]	je 87
Slika 3.38: Dinamični model vozila s sedmimi prostostnimi stopnjami za	88
posamicno obesena kolesa	
Slika 3.39: Dinamični model vozila s sedmimi prostostnimi stopnjami za vzmetene toge preme	89
Slika 3.39: Dinamični model vozila s sedmimi prostostnimi stopnjami za vzmetene toge preme Slika 3.40: Ravninski dinamični model vozila s štirimi prostostnimi stopnjami	89 .90
 Slika 3.39: Dinamični model vozila s sedmimi prostostnimi stopnjami za vzmetene toge preme Slika 3.40: Ravninski dinamični model vozila s štirimi prostostnimi stopnjami Slika 3.41: Ravninski dinamični model vozila s štirimi prostostnimi stopnjami deformirani obliki 	89 90 v 91
 Slika 3.39: Dinamični model vozila s sedmimi prostostnimi stopnjami za vzmetene toge preme Slika 3.40: Ravninski dinamični model vozila s štirimi prostostnimi stopnjami Slika 3.41: Ravninski dinamični model vozila s štirimi prostostnimi stopnjami deformirani obliki Slika 4.1: Dvokolesni pogon dvoslednega vozila s pogonom na sprednji kolesni 	89 90 v 91 ni

xi

Slika 4.2: Dvokolesni pogon dvoslednega vozila s pogonom na zadnji kolesni
par
Slika 4.3: Štirikolesni pogon dvoslednega vozila
Slika 4.4: Različne dolžine poti kolesa pri naletu na oviro
Slika 4.5: Prečni prerez radialne pnevmatike
Slika 4.6: Pnevmatika vozila pri pospeševanju 102
Slika 4.7: Sojemalni diagram pnevmatike pri pospeševanju 103
Slika 4.8: Pnevmatika vozila pri zaviranju 104
Slika 4.9: Sojemalni diagram pnevmatike pri zaviranju 104
Slika 4.10: Sojemalni diagrami za različne vrste in starost pnevmatike [2] 105
Slika 4.11: Enotni sojemalni diagram za pnevmatiko 106
Slika 4.12: Porazdelitev navpične kolesne sile vzdolž kontaktne površine dZ/dx za mirujoče deformabilno kolo [2] 107
Slika 4.13: Porazdelitev navpične kolesne sile <i>Z</i> in sile pospeševanja <i>F</i> _t vzdolž kontaktne površine za deformabilno kolo pri pospeševanju [2] 108
Slika 4.14: Porazdelitev navpične kolesne sile <i>Z</i> in sile zaviranja <i>K</i> vzdolž kontaktne površine za deformabilno kolo pri zaviranju [2] 109
Slika 4.15: Klasično diferencialno gonilo 110
Slika 4.16: Dvosledno vozilo s pogonom na vsa štiri kolesa brez diferencialnega gonila na sredinskem razdelilniku pogona
Slika 4.17: Poenostavljeno enosledno vozilo s pogonom na vsa štiri kolesa brez diferencialnega gonila na sredinskem razdelilniku pogona 112
Slika 4.18: Dvojni sojemalni diagram za vožnjo vozila s štirikolesnim pogonom brez sredinskega diferencialnega gonila v ovinek po trdi podlagi 113
Slika 4.19: Tok moči v transmisiji vozila s štirikolesnim pogonom brez sredinskega diferenciala pri pospeševanju v ovinek na trdi podlagi 114
Slika 4.20: Dvojni sojemalni diagram za vožnjo vozila s štirikolesnim pogonom brez sredinskega diferencialnega gonila v ovinek po trdi podlagi 115
Slika 4.21: Tok moči v transmisiji vozila s štirikolesnim pogonom s sredinskim diferencialom pri pospeševanju v ovinek na trdi podlagi 115
Slika 4.22: Dvojni sojemalni diagram za vožnjo vozila s štirikolesnim pogonom s sredinskim diferencialom v ovinek po mehki in trdi podlagi 116
Slika 4.23: Dvojni sojemalni diagram za vožnjo vozila s štirikolesnim pogonom brez sredinskega diferenciala po mehki in trdi podlagi 117
Slika 4.24: Shema TORSEN samozapornega diferenciala 118
Slika 4.25: Shema mehanskega samozapornega diferenciala z lamelami 119
Slika 4.26: Avtomatski samozaporni diferencial z lamelami [19] 121

xii

Slika 4.27: Diferencial z vektorskim usmerjanjem navora ZF [28]	122
Slika 4.28: Neaktiviran diferencial z vektorskim usmerjanjem navora [28]	122
Slika 4.29: Aktivirano desno planetno gonilo v diferencialu z vektorskim usmerjanjem navora [28]	123
Slika 4.30: Jalov tok moči pri aktiviranem desnem planetnem gonilu v diferencialu z vektorskim usmerjanjem navora [28]	124
Slika 4.31: Vpliv vektorskega usmerjanja navora v diferencialu na dinamiko vožnje vozila v ovinku [28]	124
Slika 4.32: Prečna deformacija mirujoče pnevmatike pri obremenitvi z bočno silo [2]) 125
Slika 4.33: Poševno nakotaljevanje pnevmatike pri obremenitvi z bočno silo	[2] 126
Slika 4.34: Kot poševnega nakotaljevanja [2]	126
Slika 4.35: Kot poševnega nakotaljevanja [2]	127
Slika 4.36: Krmilni kot vozila pri vožnji v ovinek	128
Slika 4.37: Razmere pri vožnji vozila s prožnimi pnevmatikami v ovinek	129
Slika 4.38: Odvisnost srednjega polmera ovinka R od bočnega koeficienta sojemanja μ_s za podkrmarjeno vozilo	131
Slika 4.39: Odvisnost srednjega polmera ovinka R od bočnega koeficienta sojemanja μ_s za prekrmarjeno vozilo	132
Slika 4.40: Vpliv bočnega vetra na podkrmarjeno vozilo	133
Slika 4.41: Vpliv bočnega vetra na prekrmarjeno vozilo	134
Slika 4.42: Stabilizacija podkrmarjenega vozila v ovinku [4]	134
Slika 4.43: Stabilizacija prekrmarjenega vozila v ovinku [4]	135
Slika 4.44: Previs kolesa [19]	136
Slika 4.45: Prečni nagib premnega sornika [19]	136
Slika 4.46: Vzdolžni nagib premnega sornika [19]	137
Slika 4.47: Stekanje in raztekanje koles na vodilni premi vozila [19], [29]	137
Slika 4.48: Ročni predležni menjalnik s petimi prestavami	139
Slika 4.49: Sinhron predležnega menjalnika [19]	140
Slika 4.50: Sinhronizacija kotnih hitrosti zobnika in izhodne gredi [19]	140
Slika 4.51: Ročni menjalnik s pomičnim trnom [19]	142
Slika 4.52: Sestav avtomatskega menjalnika [19], [30]	142
Slika 4.53: Triosno planetno gonilo tipa 1AI	143
Slika 4.54: Štiriosno planetno gonilo Ravigneaux [19], [30]	143

xiii

Slika 4.55: Štiriosno planetno gonilo Simpson [19]14	4
Slika 4.56: Prva prestava pri planetnem gonilu Ravigneaux [19]14	4
Slika 4.57: Druga prestava pri planetnem gonilu Ravigneaux [19] 14	5
Slika 4.58: Tretja prestava pri planetnem gonilu Ravigneaux [19]14	5
Slika 4.59: Shema hidravličnega pretvornika navora [19], [30]14	6
Slika 4.60: Hidravlični pretvornik kot ojačevalnik navora [19], [30] 14	7
Slika 4.61: Hidravlični pretvornik navora v sklopnem načinu delovanja [19], [30]14	7
Slika 4.62: Hidravlični pretvornik navora v sklopnem načinu delovanja [19], [30]14	8
Slika 4.63: Shema jermenskega variatorja 14	9
Slika 4.64: Transmisija vozila z jermenskim variatorjem 15	0
Slika 4.65: Toroidni variator z enojnim vmesnim tornim kolesom [33] 15	1
Slika 4.66: Toroidni variator z dvojnim vmesnim tornim kolesom [34] 15	1
Slika 4.67: Transmisija vozila s toroidnim variatorjem 15	2
Slika 4.68: Mehansko-hidrostatični menjalnik z zvezno nastavljivim prestavnim razmerjem Fendt [36]	ו 3
Slika 4.69: Mehansko-hidrostatični menjalnik Fendt v položaju s 100% mehanskim prenosom moči [37]	4
Slika 4.70: Mehansko-hidrostatični menjalnik Fendt v položaju z deljenim (mehansko-hidravličnim) prenosom moči [37]	5

xiv

Kazalo preglednic

Preglednica 4.1: Hitrostni razredi pnevmatik [17]	. 101
Preglednica 4.2: Indeksi nosilnosti pnevmatik [17]	. 101

XV

xvi

Seznam uporabljenih simbolov

Oznaka	Enota	Pomen
A	mm^2 , m^2	Prečni presek vozila
b	mm	Širina koloteka vozila
b	mm; "	Širina pnevmatike
c^*	-	Korigirani koeficient zračnega upora
$c_{\rm s}$	-	Bočna prožnost pnevmatike pri poševnem
		nakotaljevanju
d	Ns/mm	Koeficient dušenja
D_{p}	mm; "	Premer platišča
e	mm; mm	Premik navpične reakcije podlage na kolo
		zaradi kotalnega upora; premik prijemališča
		sile Y za osjo vrtenja kolesa
f	-	Faktor kotalnega upora
F	Ν	Sila
$F_{\rm c}$	Ν	Centrifugalna sila
$F_{\mathbf{k}}$	Ν	Pogonska sila na kolesih
g	m/s^2	Zemeljski težni pospešek
G	Ν	Sila teže
i	-	Indeks nosilnosti pnevmatike
h	mm	Višina boka pnevmatike
$h_{ m n}$	mm	Višina težišča vozila
$h_{ m p}$	mm	Višina priključka za priklopno vozilo
$h_{\rm r}$	mm	Trenutna višina centra prečnega nagiba
		vzmetene nadgradnje vozila
i	-	Prestava gonila
J	kg∙m ²	Masni vztrajnostni moment
k	N/mm	Togost vzmeti
Κ	Ν	Zaviralna sila na kolesih
l	mm	Medosna razdalja
<i>l'</i>	mm	Razdalja med osjo sprednje preme in
		težiščem vozila
<i>l''</i>	mm	Razdalja med osjo zadnje sprednje preme in
		težiščem vozila
l_p	mm	Razdalja med osjo zadnje preme in
		priključkom za priklopno vozilo

xvii

M	Nm	Navor
$M_{\rm s}$	Nm	Navor poševnega nakotaljevanja
n	vrt/min; -	Vrtilna frekvenca; Eksponent politropne
		krivulje
р	Pa, bar	tlak
Р	kW; -	Moč; pol hitrosti
P_{ind}	kW	Inducirana izhodna moč pogonskega stroja
$P_{\rm k}$	kW	Pogonska moč na kolesih vozila
$P_{\rm z}$	Ν	Reakcija podlage na navpično silo na kolesu
r	mm, m	Polmer kolesa
r _d	mm, m	Dinamični polmer kolesa
r _{st}	mm, m	Statični polmer kolesa
$r_{\rm v}$	mm	Vztrajnostni polmer
R	mm, m	Polmer ovinka
$R_{ m f}$	Ν	Sila kotalnega upora
$R_{\rm L}$	Ν	Sila upora ležajev
$R_{\rm p}$	Ν	Sila upora priklopnika
$R_{\rm s}$	Ν	Sila upora strmine
$R_{\rm z}$	Ν	Sila zračnega upora
S	mm	Poves vzmeti
S	Ν	Prečna sila na kolo vozila
Т	-	Oznaka težišča vozila
$U_{\rm x}$	Ν	Reakcija podlage na horizontalno silo na
		kolesu
V	m/s	Hitrost vozila
v_0	m/s	Teoretična obodna hitrost kolesa
x	mm	Koordinata v vzdolžni smeri osi vozila
Y	Ν	Reakcija podlage na prečno silo, ki deluje na
		kolo vozila
У	mm	Koordinata v prečni smeri glede na vozilo
Z	mm	Koordinata v navpični smeri glede na vozilo
Ζ	Ν	Sila, s katero kolo pritiska v smeri
		pravokotno na podlago
α	0	Naklonski kot (strmina) vozne površine
$lpha_{ m s}$	0	Kot poševnega nakotaljevanja kolesa
γ	0	Previs kolesa
δ	0	Prečni nagib premnega sornika
Е	0	Vzdolžni nagib premnega sornika
η	-	Energijski izkoristek
σ_t	-	Obodni zdrs kolesa

xviii

φ	0	Zasuk koles
$\mu_{ m H}$	-	Koeficient sojemanja
$\mu_{\rm s}$	-	Bočni koeficient sojemanja pri poševnem nakotaljevanju
$\mu_{ m tr}$	-	Koeficient trenja
$\mu_{ m tr,g}$	-	Koeficient drsnega trenja
$\mu_{\rm tr,m}$	-	Koeficient lepenja
$\eta_{ m t}$	-	Izkoristek transmisije
λ	0	Krmilni kot koles
θ	rad	Zasuk nadgradnje vozila okoli težišča
$ ho_{z}$	kg/m ³	Gostota zraka
ω	rad/s	Kotna hitrost, krožna frekvenca
Δ	N, mm, m/s	Sprememba količine

Indeksi

0	začetna ali teoretična vrednost veličine
1	oznaka sprednje preme
2	oznaka zadnje preme
А	aksialna smer
Č	črpalka
D	desna stran vozila
el	elastična komponenta veličine
g	gonilo
i	tekoči indeks; vhodna veličina
izg	izgube
J	izgube zaradi vztrajnosti mase
k	kolo
L	Ležaj; leva stran vozila
max	indikator največje vrednosti
min	indikator najmanjše vrednosti
m	oznaka motorja ali menjalnika
n	oznaka nadgradnje vozila
st	stabilizacija, statična količina
р	oznaka preme vozila ali pnevmatike
Т	turbina
V	vozilo
x, y, z	osi Kartezijevega koordinatnega sistema

xix

XX

Seznam uporabljenih okrajšav

Okrajšava	Pomen
ABS	Sistem proti blokiranju koles pri zaviranju
AUDC	Avstralski testni cikel (angl. »Australian Urban Drive Cycle«)
CUEDC	Avstralski testni cikel (angl. »Composite Urban Emissions Drive Cycle«)
CVT	Gonilo z zvezno nastavljivim prestavnim razmerjem (angl. »Continously Variable Transmission«)
EMHV	Elektro-mehanska hibridna vozila
FTP-75	Testni cikel ZDA (angl. »Federal Test Procedure«);
HEV	Hibridna električna vozila
HHV	Hibridna hidravlična vozila
HWFET	Testni cikel ZDA (angl. »The Highway Fuel Economy Cycle«)
KERS	Rekuperator kinetične energije (angl. »Kinetic Energy Recovery System«)
MHV	Mehanska hibridna vozila
MNZ	Motor z notranjim zgorevanjem
MRF	Magnetno-reološki fluid
NEDC	Novi evropski vozni cikel (angl. »New European Driving Cycle«)
RVT	Reverzibilno gonilo z zvezno nastavljivim prestavnim razmerjem (angl. »Reversible Variable Transmission«)

xxi

xxii

Barvna nomenklatura fizikalnih količin

Barva	Pomen
rdeča	Zunanje sile, ki delujejo na vozilo ali sile med elementi vozila
modra	Reakcijske sile podlage, ki delujejo na podvozje vozila
zelena	Navori
oranžna	Kinematične veličine stanja (hitrost, kotna hitrost, pospešek itn.)
črna	Dimenzije elementov vozila

xxiii

xxiv

1. Bilanca vlečnih sil in pogon vozila

1.1. Interakcije vozila in njegova učinkovitost

Na obratovalno in obremenitveno stanje vozila imata primarni vpliv uporabnik in okolje, v katerem vozilo deluje. Enako vozilo bi pri različnih načinih uporabe (na primer mirna/agresivna vožnja, avtocestna/mestna /ruralna uporaba vozila, itn.) in različnih pogojih okolja (na primer kontinentalno/gorsko,obmorsko okolje itn.) doseglo različne dobe trajanja. Poleg tega zaradi negotovosti v proizvodnem procesu, pri kontroli vgrajenih sklopov, komponent in materialov, niti dve vozili nista popolnoma enaki. Zaradi naključnosti uporabe, okolja in lastnosti vozila je učinkovitost vozila v statističnem smislu presek teh treh verjetnostnih prostorov – glej sliko 1.1.



Slika 1.1: Vozilo kot interakcija značilnosti vozila, uporabe in okolja

Bilanca vlečnih sil in pogon vozila

Učinkovitost oziroma efektivnost vozila je tako verjetnost, da bo vozilo pri določenih pogojih uporabe, pogojih okolja in pogojih vzdrževanja dosegalo funkcionalne zahteve glede na pripravljenost na obratovanje, razpoložljivost in zmogljivost vozila znotraj specificiranega tolerančnega polja – glej sliko 1.2.



Slika 1.2: Primarni vplivi na učinkovitost vozila

Primarna funkcija kateregakoli cestnega, gradbenega, kmetijskega ali tirničnega kolesnega vozila je prevoz bremena med dvema točkama v prostoru. Od značilnosti bremena, delovnega okolja in zahtevanih karakteristik sta odvisni oblika in ustroj vozila. Ne glede na vrsto mora vsako kolesno vozilo v principu premagovati naslednje vozne upore:

- upor kolesnih ležajev;
- kotalni upor;
- zračni upor;
- upor strmine;
- upor priklopnega vozila.

Razmerja med posameznimi vrstami uporov so odvisna od namembnosti vozila. Premagovanje voznih uporov omogoča pogonski sklop vozila. V nadaljevanju poglavja so predstavljene različne vrste voznih uporov ter različne vrste pogonskih sklopov in njihov vpliv na karakteristike vozila.

1.2. Vozni upori

1.2.1. Upor kolesnih ležajev

Pri vsakem vrtenju ležaja se v njem pojavljajo izgube, ki so posledica deformacij kotalnih elementov med kotaljenjem in uporom pri kotaljenju,

ki ga povzroča mazivo v ležaju. Izgube v ležaju povzročijo izgubo torzijskega navora $M_{izg,L}$, ki ga prek statičnega ravnotežja glede na pol hitrosti prevedemo v silo upora R_L s pomočjo naslednje enačbe, pri čemer je r_{st} statični polmer kolesa – glej tudi sliko 1.3:



Slika 1.3: Upor kolesnih ležajev

Sila uporov na kolesnih ležajih se ne spreminja bistveno s spreminjanjem kotne hitrosti kolesa.

1.2.2. Kotalni upor

Kotalni upor se pojavi pri vsakem kotaljenju realnega deformabilnega kolesa po realni deformabilni podlagi, če je kolo obremenjeno z navpično silo Z, ki deluje na vrtilno os kolesa v pravokotni smeri glede na podlago – glej sliko 1.4. Pri realnem deformabilnem kolesu in realni deformabilni podlagi ima obremenitveno-razbremenitvena karakteristika materiala določeno histerezo – glej sliko 1.5. Posledica te histereze je, da se energija, ki je bila med obremenjevanjem kolesa in podlage pred vrtilno osjo kolesa shranjena v deformacijo kolesa in podlage, pri razbremenjevanju kolesa in podlage za vrtilno osjo kolesa ne povrne v celoti. Posledica tega je, da porazdelitev navpične kolesne obremenitve Z vzdolž kontakta kolesa s podlago ni simetrična glede na vertikalno simetrijsko os kolesa, ampak ima vrh pred vrtilno osjo kolesa, če kolo

opazujemo, gledamo v smeri kotaljenja. Posledica tega je, da se reakcija podlage P_z na navpično kolesno obremenitev Z premakne za razdaljo e pred vrtilno os kolesa v smeri potovanja kolesa – glej sliko 1.4 [1].



Slika 1.5: Histereza materiala pri obremenitveno-razbremenitvenem ciklu Ob predpostavki, da se masa kolesa zanemari, veljajo za sile in dimenzije na sliki 1.4 naslednje relacije:

$$P_z = Z \tag{1.2}$$

$$U_{\rm x} = R_{\rm f} \tag{1.3}$$

$$\sum M = 0 \implies Z \cdot e - R_{\rm f} \cdot r_{\rm st} = 0 \tag{1.4}$$

$$R_{\rm f} = Z \cdot \left(\frac{e}{r_{\rm st}}\right) = Z \cdot f \tag{1.5}$$

 $R_{\rm f}$ je sila kotalnega upora kolesa, $U_{\rm x}$ je reakcija podlage na silo kotalnega upora $R_{\rm f}$ in f je faktor kotalnega upora. Faktor kotalnega upora f je različen za različne kombinacije deformabilnega kolesa in deformabilne podlage. Tipične vrednosti faktorja kotalnega upora f za cestno vozilo s pnevmatikami so naslednje [1]-[4]:

- *f* = 0,01 do 0,015 za pravilno napolnjeno pnevmatiko na asfaltu ali betonu;
- f = 0,035 za pravilno napolnjeno pnevmatiko na makadamu;
- f = 0.3 za pravilno napolnjeno pnevmatiko na sipkem pesku.

Za primerjavo naj navedemo, da je tipična vrednost faktorja kotalnega upora f za tirnično vozilo z jeklenim vencem kolesa, ki teče po jekleni tračnici, enaka 0,001 [5]. Sila kotalnega upora se ne spreminja bistveno s spreminjanjem kotne hitrosti kolesa.

1.2.3. Zračni upor

Sila zračnega upora R_z predstavlja silo upora gibanju vozila, ko le-ta s hitrostjo v potuje skozi zračni tok, ki ga obteka – glej sliko 1.6.



Slika 1.6: Zračni upor pri gibanju vozila

Silo zračnega upora izračunamo z naslednjo enačbo:



Bilanca vlečnih sil in pogon vozila

$$R_{z} = c^{*} \cdot A_{v} \cdot \rho_{z} \cdot \frac{v_{v}^{2}}{2}$$
(1.6)

 A_v je prečni prerez vozila (glej sliko 1.7), ρ_z je gostota zraka in c^* je korigirani koeficient zračnega upora.



Slika 1.7: Zračni upor pri gibanju vozila

Korigirani koeficient zračnega upora c^* vsebuje naslednje vplive:

- dinamični upor vozila zaradi hidrodinamičnega tlaka zraka ob vozilu;
- trenje zraka ob vozilo (ki je v praksi za vsa vozila, ki se gibljejo po površini zemlje, zanemarljivo);
- vpliv uporov zaradi pretoka zraka skozi vozilo.

Tipične vrednosti korigiranega koeficienta zračnega upora c^* [1]-[4]:

- $c^* = 0,3$ za osebno vozilo;
- $c^* = 0,6$ za avtobus;
- $c^* = 0.9$ za tovornjak;
- $c^* = 0.98$ za tovornjak s priklopnikom ali vlak z veliko razdaljo med vlečnim in priklopni(mi) vozilom(i).

V enačbi (1.6) vidimo, da se sila zračnega upora vozila spreminja s kvadratom potovalne hitrosti vozila.

1.2.4. Upor strmine

Sila upora strmine R_s predstavlja dinamično komponento sile teže vozila, ko vozilo vozi v klanec z naklonskim kotom α - glej sliko 1.8. Izračunamo jo takole:

$$R_{\rm s} = G \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha \tag{1.7}$$

G je teža vozila, m je masa vozila in g je zemeljski težni pospešek: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.



Slika 1.8: Sila upora strmine

Sila upora strmine za določen naklon klanca ni odvisna od potovalne hitrosti vozila.

1.2.5. Upor priklopnika

Sila upora priklopnika R_p predstavlja vsoto voznih uporov (sila upora na kolesnih ležajih, sila kotalnega upora na kolesih, sila zračnega upora in sila upora strmine) za priklopno vozilo – glej tudi sliko 1.9:



Slika 1.9: Sila upora strmine

1.2.6. Vsota voznih uporov na vozilu

Vsota vseh voznih uporov na vozilu predstavlja skupno silo, ki se upira vozilu pri gibanju. Vsota vseh voznih uporov na vozilu je enaka vsoti sile uporov na kolesnih ležajih, sile kotalnega upora, sile zračnega upora, sile upora strmine in sile upora priklopnika – glej tudi sliko 1.10:



Slika 1.10: Vsi upori, ki delujejo na vozilo

Sile kotalnih uporov R_f in uporov na ležajih R_L delujejo v rotacijskih oseh koles, sila zračnega upora R_z deluje v težišču prečnega preseka vozila A_v , sila upora strmine R_s deluje v masnem središču (težišču) vozila in sila upora priklopnika R_p deluje na vlečni kljuki za priklopnik. Ker sta po višini koordinati prijemališč sil R_z in R_s pogosto zelo blizu, zaradi enostavnosti pogosto predpostavimo, da obe sili delujeta v masnem središču vozila. Iz poglavij 1.2.1 do 1.2.5 in enačbe (1.9) lahko vidimo, da ima sila vsote voznih uporov na vozilo kvadratično odvisnost od potovalne hitrosti – glej sliko 1.11.

Pri vožnji vozila morajo obodne sile med kolesom in podlago $F_{1,2}$ premagovati vse vozne upore pri vožnji in še vztrajnost vozila v primeru, ko vozilo pospešuje. V primeru zaviranja vozila sila vsote voznih uporov pomaga pri zaviranju vozila.

Pogonske obodne sile na kolesih $F_{1,2}$ so v primeru pospeševanja vozila posledica v transmisiji vozila transformiranega navora pogonskega motorja. V primeru zaviranja so zaviralne obodne sile na kolesih $F_{1,2}$ posledica transformiranega zaviralnega navora na zavorah.



Slika 1.11: Sila vsote voznih uporov na vozilo ΣR

1.3. Karakteristike pogonskih strojev

Idealni pogonski stroj za vozilo ima konstantno moč v celotnem območju obratovanja, to je od ničelne do maksimalne vrtilne frekvence izhodne gredi – glej sliko 1.12.¹



Slika 1.12: Idealna karakteristika pogonskega stroja vozila

¹ Najkrajši čas pospeševanja ob dani maksimalni moči pogonskega stroja vozilo doseže, če je moč njegovega pogonskega stroja konstantna v celotnem območju vrtilne frekvence.

Ker je moč $P_{\rm m}$ pogonskega stroja produkt kotne hitrosti $\omega_{\rm m}$ in navora $M_{\rm m}$:

$$P_{\rm m} = M_{\rm m} \cdot \omega_{\rm m} \tag{1.10}$$

sledi, da je v tem primeru pogonska sila na kolesih *F* vozila hiperbolično odvisna od potovalne hitrosti *v* vozila, pri čemer je *r* polmer kolesa:

$$F = \frac{M}{r} = \frac{P}{\omega \cdot r} = \frac{P}{v} \tag{1.11}$$

V primeru, ko vozilo nima idealnega pogonskega stroja, ima bodisi omejeno sposobnost pospeševanja zaradi primanjkljaja moči pri nizkih vrtilnih frekvencah, bodisi omejeno končno hitrost zaradi nezadostnega obsega vrtilnih hitrosti. Kot kaže slika 1.12, je končna hitrost vozila določena z vsoto voznih uporov pri danem naklonu klanca α . Največji klanec (to je kot α_{max}) je definiran z zalogo moči in posledično navora, ki ga ima pogonski stroj pri nizkih vrtilnih frekvencah.

Idealni karakteristiki pogonskega stroja s slike 1.12 je najbližje elektromotor. Njegova izhodna karakteristika navora $M_{\rm m}$ v odvisnosti od kotne hitrosti $\omega_{\rm m}$ je prikazana na sliki 1.13.



Slika 1.13: Izhodna karakteristika navora M_m v odvisnosti od vrtilne frekvence *n* za elektromotor

Če primerjamo sliki 1.12 in 1.13, vidimo, da ima elektromotor v večini območja vrtilne frekvence n hiperbolično odvisnost navora od vrtilne frekvence, kar pomeni, da je odvisnost pogonske sile F na kolesih od kotne hitrosti kolesa ω hiperbolična. To pomeni, da bo gonilo, ki služi za
prenos moči iz pogonskega stroja (to je elektromotorja) do koles, v tem primeru enostavno, saj mora zagotoviti le ustrezno velikost kolesne sile za pospeševanje oziroma kotne hitrosti kolesa za doseganje končne hitrosti vozila. Delni primanjkljaj navora pri elektromotorju je le pri nizkih vrtilnih frekvencah. Vendar, če je čas pospeševanja omejen, lahko na primer pri asinhronskih elektromotorjih izkoristimo dejstvo, da je njihov največji pogonski navor $M_{m,max}$ znatno večji od imenskega pogonskega navora M_m , s čimer se zmanjša čas pospeševanja.²

Čeprav je s tehniškega vidika elektromotor skorajda idealen pogonski stroj za vozilo, je njegova uporaba za cestna vozila omejena zaradi premajhne kapacitete baterij za shranjevanje električne energije. Na trgu dostopne baterije, ki temeljijo na litijevih tehnologijah, imajo namreč gostoto shranjene energije le od 200 do 300 Wh/kg [6]-[8], medtem ko je v 1 kg dieselskega goriva shranjene 12000 Wh energije. Tudi, če upoštevamo bistveno večji energijski izkoristek elektromotorja v primerjavi z dieselskim motorjem z notranjim zgorevanjem, je v 1 kg dieselskega goriva še vedno shranjene skoraj 20-krat več pogonske energije kakor v 1 kg Li-ionske baterije. Zato je doseg električnih cestnih vozil močno omejen v primerjavi z vozili, ki jih poganja motor z notranjim zgorevanjem. Po drugi strani pa uporablja večina vlečnih vozil (lokomotiv) na železnici za pogon elektromotorje, bodisi v izvedbi dieselelektričnih lokomotiv, bodisi v izvedbi čistih električnih lokomotiv.

Kadar želimo pri cestnih ali terenskih vozilih imeti velik doseg, uporabimo za pogon vozila motor z notranjim zgorevanjem. V praksi se uporabljata dva tipa batnih motorjev z notranjim zgorevanjem: Ottov bencinski motor in Dieslov motor, ki ga poganja plinsko olje oziroma dieselsko gorivo. Njune izhodne karakteristike so prikazane na sliki 1.14.

Če primerjamo sliki 1.12 in 1.14 vidimo, da so pogonske karakteristike batnih motorjev z notranjim zgorevanjem daleč od želene idealne karakteristike pogonskega stroja vozila. To pomeni, da bo gonilo za prenos moči iz pogonskega stroja na kolo zapleteno, saj je z njim potrebno kompenzirati pomanjkanje moči motorja z notranjim zgorevanjem pri nizkih vrtilnih frekvencah.

² Zaradi tega dejstva je pri železniških vlečnih vozilih (lokomotivah) s pogonskimi elektromotorji tako imenovana začetna vlečna sila znatno večja od dovoljene kontinuirane vlečne sile. Preobremenitev pogonskega elektromotorja s pogonskim navorom $M_{m,max}$ bi namreč povzročila pregretje in posledično odpoved pogonskih elektromotorjev lokomotive.





Slika 1.14: Izhodni karakteristiki Ottovega in Dieslovega motorja [1]-[4]

1.3.1. Prožnost motorja z notranjim zgorevanjem in vpliv prestavnih razmerij

Če želimo prilagoditi zunanjo karakteristiko batnega motorja z notranjim zgorevanjem, potem potrebujemo v različnih voznih režimih različne prestave gonila. Pri speljevanju in pospeševanju potrebujemo veliko pogonskega navora na kolesih, kar pogojuje veliko začetno prestavo v gonilu. Za doseganje velike hitrosti vozila pa potrebujemo manjšo prestavo med pogonskim motorjem in kolesom. Rešitev je bodisi gonilo z več prestavami ali gonilo z brezstopenjsko nastavljivim prestavnim razmerjem. Ker so v praksi pri cestnih vozilih v večini primerov gonila v gonil obliki večstopenjskih zobniških (menjalnikov), bomo nadaljevanju predstavili vpliv večstopenjskega gonila v transmisiji na pogonsko silo na kolesih vozila. Tipična transmisija osebnega cestnega vozila s 5-stopenjskim menjalnikom je shematsko prikazana na sliki 1.15. V skladu s to sliko je pogonska sila na kolesih enaka:

$$F_{\rm k} = \frac{M_{\rm m} \cdot i_{\rm g,i} \cdot i_0 \cdot \eta_{\rm T}}{r_{\rm st}}$$
(1.12)

 $M_{\rm m}$ je navor na gredi pogonskega motorja, $i_{{\rm g},i}$ je prestava v gonilu (i = 1, 2, 3, 4, 5, R), i_0 je prestava v kotnem gonilu, $r_{\rm st}$ je statični polmer kolesa in $\eta_{\rm T}$ je mehanski izkoristek transmisije vozila. Z večstopenjskim menjalnikom skušamo za dano izhodno karakteristiko pogonskega motorja čim bolj prilagoditi pogonsko silo na kolesih idealni karakteristiki pogonske sile na kolesih – glej sliko 1.16.



Slika 1.15: Transmisija osebnega cestnega vozila s pogonom na zadnja kolesa



Slika 1.16: Sila na kolesih za vozilo z batnim motorjem z notranjim zgorevanjem in večstopenjskim menjalnikom [2]

Bilanca vlečnih sil in pogon vozila

S slike 1.16 vidimo, da se idealni karakteristiki pogonske sile na kolesih pravzaprav prilagodi le padajoči del navorne karakteristike pogonskega batnega stroja z notranjim zgorevanjem. Zato potrebujemo v menjalniku sorazmerno veliko prestav. Končna hitrost v vsaki prestavi je pogojena z zgornjo mejo vrtilne frekvence motorja ali s silo voznih uporov pri določenem naklonu klanca α . Najbolj strm klanec lahko prevozimo le s prvo prestavo, pri čemer pa mora ostati neka rezerva pogonske sile na kolesih, da lahko vozilo v takšnem klancu premaknemo iz mirovanja (pospešimo) v primeru zaustavitve vozila – glej silo na kolesih v prvi prestavi na sliki 1.16. Zaradi nizkega navora pogonskega stroja pri nizkih vrtilnih hitrostih je speljevanje vozila mogoče le z drsenjem sklopke med pogonskim strojem in menjalnikom – glej sliko 1.17. Kljub sorazmerno velikemu številu prestav v zobniškem gonilu, na koncu navorne karakteristike obstajajo tako imenovane »luknje« v pogonski sili zaradi končnega števila prestav – glej sliko 1.17. Vidimo, da pri takšnem vozilu dejanska pogonska sila na kolesih F_k kljub večstopenjskemu menjalniku pogosto odstopa od idealne pogonske sile na kolesih. Bolj kot se transformirana navorna karakteristika pogonskega motorja prilagodi idealni pogonski sili na kolesih, bolj je motor »prožen«.



Slika 1.17: Pomanjkanje kolesne sile na koncu navorne karakteristike zaradi končnega števila prestav v menjalniku

1.3.2. Dinamični faktor vozila

Dinamični faktor D je razpoložljiva specifična sila glede na težo vozila, ki je na voljo za pospeševanje vozila in premagovanje uporov v ležajih, kotalnih uporov ter uporov strmine, pri čemer je G lastna teža vozila [2]:

$$\frac{F_{\rm k} - R_{\rm z}}{G} = D = \frac{R_{\rm L} + R_{\rm f} + R_{\rm s}}{G}$$
(1.13)

Pri tem velja:

$$F_{\rm k} \ge R_{\rm L} + R_{\rm f} + R_{\rm z} + R_{\rm s} \tag{1.14}$$

$$\frac{F_{\rm k}}{G} = \frac{R_{\rm L} + R_{\rm f} + R_{\rm z} + R_{\rm s}}{G}$$
(1.15)

1.3.3. Bilanca moči vozila

Podobno, kot smo prikazali vpliv transformacije navora na pogonsko silo na kolesih v poglavju 1.3.1, lahko to storimo tudi za bilanco moči na kolesu vozila. Pogonska moč na kolesu vozila P_k mora biti večja (pri pospeševanju) ali enaka (pri maksimalni hitrosti vozila) moči vseh voznih uporov:

$$F_k \cdot v = R_L \cdot v + R_f \cdot v + R_z \cdot v + R_s \cdot v \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow P_k = P_L + P_f + P_z + P_s \qquad (1.16)$$

Bilanca moči na kolesu vozila je prikazana na sliki 1.18. Na tej sliki vidimo, da je moč na kolesu vozila P_k manjša od inducirane moči na izhodni gredi pogonskega stroja P_{ind} za vrednost izkoristka transmisije vozila. Presežek pogonske moči na kolesih nad močjo voznih uporov v vsaki prestavi je mogoče izkoristiti za pospeševanje vozila. Na sliki 1.18 tudi vidimo, da se z več prestavami v menjalniku le približamo idealni karakteristiki moči, to je konstantni moči na kolesih v celotnem območju vrtilnih frekvenc kolesa.

Študij bilance sil na pogonskih kolesih vozila je ekvivalenten študiju bilance moči na pogonskih kolesih vozila. Z obema pristopoma namreč pridemo do enake maksimalne hitrosti vozila in enake največje strmine klanca, v katerega vozilo še lahko spelje.



Slika 1.18: Bilanca moči na kolesu vozila [2]

1.4. Hibridna vozila

Hibridno cestno vozilo je tisto vozilo, pri katerem je energija za pogon na voljo iz dveh ali več vrst energije, načinov shranjevanja energije ali pretvornikov energije. Za razliko od konvencionalnega vozila z motorjem z notranjim zgorevanjem (slika 1.19) je hibridni pogonski sistem vozila sestavljen iz naslednjih sklopov:

- motor z notranjim zgorevanjem (MNZ);
- pretvornik energije in/ali hranilnik energije;
- gonilo ali delilnik moči (planetno gonilo, (reverzibilno) gonilo z brezstopenjskim prestavnim razmerjem ipd.), ki je odvisen od tipa hibridnega vozila.

Hibridna vozila delimo na različne tipe glede na medsebojne povezave MNZ ter pretvornikov energije [9]:

- pri zaporednem hibridu ni direktne mehanske povezave med MNZ in kolesom vozila glej sliko 1.20;
- 16

- pri vzporednem hibridnem vozilu je MNZ prek transmisije direktno mehansko povezan s kolesi, na mehansko transmisijo pa je prek ustreznega gonila povezan pretvornik energije – glej sliko 1.21;
- pri kombiniranem hibridnem vozilu sicer obstaja mehanska povezava MNZ s kolesom, vendar je ta izvedena prek delilnika moči (na primer planetno gonilo), na katerega je priključen(ih) en ali več pretvornikov energije – glej sliko 1.22; primer kombiniranega hibridnega pogona je Toyotin sinergijski pogon (angl. »Toyota synergy drive«) v modelu Prius.



Slika 1.19: Konvencionalno vozilo z motorjem z notranjim zgorevanjem



Slika 1.20: Zaporedno hibridno vozilo [9]

Bilanca vlečnih sil in pogon vozila



Slika 1.22: Kombinirano hibridno vozilo [9]

Hibridna vozila delimo na različne tipe tudi glede na vrsto pretvornika in hranilnika energije [9]:

- hibridna električna vozila (HEV), pri katerih se energija za pogon shranjuje v obliki električne energije v baterijah ali superkondenzatorjih, pretvornik energije, ki služi za podporo ali nadomestek pogona, je elektromotor/generator;
- hibridna hidravlična vozila (HHV), pri katerih se energija za pogon shranjuje v obliki tlačne energije v hidravličnih akumulatorjih, pretvornika energije sta hidravlična črpalka in hidravlični motor/črpalka;
- 18

- mehanska hibridna vozila (MHV), pri katerih se energija za pogon shranjuje kot kinetična energija v vztrajniku, pretvornik energije je brezstopenjsko torno gonilo;
- elektro-mehanska hibridna vozila (EMHV), ki so kombinacija mehanskih in električnih hibridnih vozil; v tem primeru se energija pri (sunkovitem) zaviranju najprej shrani kot kinetična energija v vztrajniku, nato pa se prek generatorja, ki počasi zavira vztrajnik, shranjena kinetična energija pretvori v električno baterijo, ki se jo končno shrani v baterijah.

1.4.1. Hibridno električno vozilo

Pri hibridnem električnem vozilu navadno (vzporedni, zaporedni hibrid) kombiniramo pogonsko moč iz motorja z notranjim zgorevanjem in električne energije iz baterije. Elektromotor podpira ali zamenjuje motor z notranjim zgorevanjem. Izkoristek vpliva na ekonomičnost porabe goriva hkrati zmanjšuje onesnaževanje ozračja. Ekonomičnost porabe goriva in karakteristike vozila so močno odvisne od mase vozila in voznega režima. Pomanjkanje kapacitete za shranjevanje energije zmanjšuje doseg in uporabnost električnih in hibridnih vozil. Glede na stopnjo elektrifikacije se uporabljajo različni tipi HEV – glej sliko 1.23.



Slika 1.23: Stopnja elektrifikacije vozila [9]



Bilanca vlečnih sil in pogon vozila

Na sliki 1.23 vidimo, da najnižjo stopnjo elektrifikacije predstavljajo vozila s sistemom start/stop, najvišjo stopnjo elektrifikacije pa popolna električna vozila brez motorja z notranjim zgorevanjem. Prava hibridna vozila pa so vmes, in sicer srednja in popolna hibridna vozila ter priključna hibridna vozila s povečano kapaciteto shranjevanja električne baterije in z možnostjo polnjenja le-te iz omrežja. Ta vozila so navadno v izvedbi vzporednih (slika 1.21) ali kombiniranih (slika 1.22) hibridnih vozil. Pretvorniki energije so elektromotorji/generatorji. Končno so tu še priključna hibridna vozila s povečevalnikom dosega. Pri slednjih gre navadno za zaporedna hibridna vozila (slika 1.20) z veliko kapaciteto shranjevanja energije in možnostjo polnjenja baterije iz omrežja, motor z notranjim zgorevanjem pa služi le kot pomožno sredstvo za proizvodnjo električne energije v primeru, ko se takšnemu vozilu izprazni baterija.

Hibridna električna vozila so danes edina, ki se s tržnim uspehom uporabljajo za osebni cestni transport. Učinkovitost takšnega vozila je dobra le takrat, ko je med regenerativnim zaviranjem shranjena električna energija večja od izgub v električnem sistemu, vključno z električnim motorjem/generatorjem, nadzornim sistemom in baterijo. Ustrezna strategija ravnanja z energijo pripomore k optimizaciji učinkovitosti HEV. Ta strategija je algoritem, ki razčleni pozitivne zahteve po energiji med motor z notranjim zgorevanjem in baterijo, pri čemer mora biti sposobnost regenerativnega zaviranja največja možna. Ekonomičnost HEV je močno odvisna od uporabljene strategije ravnanja z energijo, kakor tudi od sposobnosti sistema za shranjevanje/vračanje energije. Pri določanju optimalne strategije ravnanja z energijo se za referenco večinoma uporablja standardizirane vozne cikle, kot so na primer:

- Novi evropski vozni cikel NEDC (angl. »New European Driving Cycle«);
- Testni cikel ZDA US FTP-75 (angl. »Federal Test Procedure«);
- Testni cikel ZDA US HWFET (angl. »The Highway Fuel Economy Cycle«);
- Avstralski testni cikel AUDC (angl. »Australian Urban Drive Cycle«);
- Avstralski testni cikel CUEDC (angl. »Composite Urban Emissions Drive Cycle«).

Zato je učinkovitost hibridnih električnih vozil v praksi najboljša, če se vozilo uporablja podobno standardiziranemu spektru voženj [10]-[13].

1.4.2. Hibridno hidravlično vozilo

Pri hibridnem hidravličnem vozilu se med zaviranjem kinetična energija shranjuje v hidravlično-pnevmatske akumulatorje. Med pospeševanjem se v transmisijo vrača shranjena tlačna energija, zmanjšana za izgube zaradi polnitve, shranjevanja in izpraznitve hidravlično-pnevmatskih akumulatorjev. Tehnologija je sicer še v razvojni fazi, eden vodilnih razvijalcev sistemov za rekuperacijo kinetične energije s hidravličnim principom pa je podjetje Bosch [14]. Hibridna hidravlična vozila (HHV) so zasnovana v zaporedni in vzporedni konfiguraciji.

Zaporedno hibridno hidravlično vozilo

Pri zaporednem hibridno hidravličnem vozilu motor z notranjim zgorevanjem ni direktno priključen na kolesa, ampak na hidravlično črpalko 1. Le-ta črpa olje v hidravlični motor/črpalko, ki je prek transmisije povezan s kolesi. Direktni povezavi hidravlične črpalke 1 s hidravličnim motorjem/črpalko imata odcepa za nizkotlačni rezervoar olja in visokotlačni hidravlični akumulator – glej sliko 1.24.

Takšno vozilo ima tri tipične režime obratovanja:

- križarjenje in zmerno pospeševanje: motor z notranjim zgorevanjem poganja hidravlično črpalko 1, le-ta pa prek hidravličnih vodov poganja hidravlični motor/črpalko, ki je v motorskem režimu delovanja – glej sliko 1.25;
- regenerativno zaviranje: motor z notranjim zgorevanjem je v prostem teku, hidravlični motor/črpalka je v načinu delovanja črpalke, gnane s strani pogonskih koles in s črpanjem hidravličnega fluida iz nizkotlačnega rezervoarja v visokotlačni hidravlični akumulator zavira vozilo – glej sliko 1.26;
- kratkotrajno močno pospeševanje: ko je v visokotlačnem hidravličnem akumulatorju shranjen znaten delež tlačne energije, bistveni delež energije, potrebne za kratko in močno pospeševanje, pride iz tlačne energije fluida tako, da je hidravlični motor/črpalka v motorskem režimu delovanja in zaradi pretoka olja iz visokotlačnega hidravličnega akumulatorja v nizkotlačni rezervoar poganja pogonska kolesa – glej sliko 1.27.

Bilanca vlečnih sil in pogon vozila



Slika 1.25: Zaporedno HHV pri križarjenju/zmernem pospeševanju [14]



Slika 1.26: Zaporedno HHV pri regenerativnem zaviranju [14]



Slika 1.27: Zaporedno HHV pri močnem pospeševanju [14]

Transmisija hibridnega zaporednega hidravličnega vozila je sorazmerno enostavna. Ker ni direktne mehanske povezave med motorjem z notranjim zgorevanjem in pogonskimi kolesi, lahko z ustrezno izbiro hidravlične črpalke 1 in/ali hidravličnega motorja/črpalke (na primer hidromotor ali črpalka s krmiljeno nagibno ploščo) zagotovimo zvezno nastavljivo prestavno razmerje. Slabost takšne izvedbe pogona je relativno majhen izkoristek transmisije vozila v primerjavi z mehansko transmisijo. Dandanes so takšni pogoni brez opcije regenerativnega zaviranja najpogosteje uporabljeni v transmisijah težkih gradbenih strojev.

Vzporedno hibridno hidravlično vozilo

Pri zaporednem hibridnem hidravličnem vozilu so motor z notranjim zgorevanjem, standardna transmisija in hidravlična hibridna tehnologija povezani na pogonsko gred koles. Element hidravličnega motorja/črpalke, je povezan z mehansko transmisijo vozila prek posebne sklopke – glej sliko 1.28. Kot kaže slika 1.28, motor z notranjim zgorevanjem dovaja energijo kolesom prek standardne transmisije. Na pogonsko gred pa so dodatno vzporedno povezane hidravlične komponente, ki asistirajo pogonu pri zaustavljanju in pospeševanju. Tudi v tem primeru ima vozilo tri tipične režime obratovanja:

- križarjenje in zmerno pospeševanje: motor z notranjim zgorevanjem dovaja energijo prek menjalnika direktno na pogonska kolesa – glej sliko 1.29;
- regenerativno zaviranje: motor z notranjim zgorevanjem je v prostem teku, hidravlični motor/črpalka je v načinu delovanja črpalke, gnane s strani pogonskih koles in s črpanjem

hidravličnega fluida iz nizkotlačnega rezervoarja v visokotlačni hidravlični akumulator zavira vozilo – glej sliko 1.30;

 kratkotrajno močno pospeševanje: motor z notranjim zgorevanjem poganja kolesa, pri tem mu asistira hidravlični motor/črpalka, ki je v motorskem režimu delovanja in zaradi pretoka olja iz visokotlačnega hidravličnega akumulatorja v nizkotlačni rezervoar dodatno poganja pogonska kolesa – glej sliko 1.31.



Slika 1.28: Vzporedno hibridno hidravlično vozilo [14]



Slika 1.29: Vzporedno HHV pri križarjenju/zmernem pospeševanju [14]



Slika 1.30: Vzporedno HHV pri regenerativnem zaviranju [14]



Slika 1.31: Vzporedno HHV pri močnem pospeševanju [14]

Vzporedno hibridno hidravlično vozilo ima bistveno boljši izkoristek transmisije v primerjavi z zaporednim hidravličnim hibridnim vozilom, zato je primernejše za cestni promet.

1.4.3. Mehansko hibridno vozilo

Mehansko hibridno vozilo za shranjevanje energije pri regenerativnem zaviranju ne uporablja močnostne elektronike in baterij. Sklop za shranjevanje energije je sestavljen iz gonila z zvezno nastavljivim

Bilanca vlečnih sil in pogon vozila

prestavnim razmerjem (CVT), ki povezuje mehansko transmisijo vozila in hitro vrteči se vztrajnik. Shranjevanje kinetične energije v vztrajnikih pri regenerativnem zaviranju ter črpanje shranjene kinetične energije iz vztrajnika pri pospeševanju se izvaja s kontinuirano regulacijo prestave gonila z zvezno nastavljivim prestavnim razmerjem. Prestavno razmerje med transmisijo in vztrajnikom za shranjevanje kinetične energije je namreč tisto, ki določa smer toka moči v transmisiji. Optimalno delovanje takšnega sistema je mogoče le z ustrezno računalniško podporo. Takšni sistemi so danes znani pod imenom KERS (angl. »Kinetic Energy Recovery System«). Primer vzporednega mehanskega hibridnega vozila je prikazan na sliki 1.32.



Slika 1.32: Vzporedno MHV s sistemom KERS [15]

Cilj razvoja mehanskih hibridnih vozil je ponuditi na trgu hibridni pogonski sistem, ki močno zmanjša porabo goriva ob najnižjih možnih stroških. Preskusi takšnih sistemov v laboratorijskih preskusih pri različnih voznih ciklih obljubljajo prihranke pri porabi goriva med 15 % in 25 % [15].

1.4.4. Elektro-mehansko hibridno vozilo

Razvit je bil tudi že stroškovno učinkovit hibridni pogon na temelju 48 V tehnologije. Hibridni pogon predstavlja zaključen modul, ki je lahko prilagodljivo vgrajen na sprednjo ali zadnjo premo obstoječih platform vozil [16]. Shema takšnega hibridnega pogona je prikazana na sliki 1.33. Hibridni pogon na sliki 1.33 funkcionira tako, da planetno gonilo in električni sistem skupaj delujeta kot gonilo z zvezno spremenljivim prestavnim razmerjem med vztrajnikom in preostalo transmisijo vozila.

Vztrajnik se uporablja za povečanje učinka elektromotorja, pri regenerativnem zaviranju pa se vanj shrani energija, ki je zaradi omejenosti polnilnega sistema ni mogoče shraniti v baterije.



Slika 1.33: Elektro-mehansko hibridno vozilo [16]

1.4.5. Transmisija in delilniki moči

V transmisiji hibridnega vozila se kombinirata in prenašata navor in moč iz motorja z notranjim zgorevanjem ter pretvornika energije/ shranjevalnika energije na kolesa. Glavni razlog za izgube v transmisiji in posledično povečane porabe goriva predstavlja trenje v transmisiji.

Gonila z zvezno spremenljivimi prestavnimi razmerji predstavljajo eno izmed okoljsko učinkovitih tehnologij za zmanjšanje porabe goriva v konvencionalnih vozilih. Uporabljeni tipi transmisijskih elementov so:

- planetna gonila;
- gonila z zvezno spremenljivimi prestavnimi razmerji;
- reverzibilna gonila z zvezno spremenljivimi prestavnimi razmerji (RVT);
- sklopke na osnovi magnetno-reoloških fluidov.

Ker so različni tipi gonil predstavljeni v poglavju 4, je na tem mestu opisan le princip delovanja sklopke na osnovi magnetno-reoloških fluidov. Magnetno-reološki fluidi (MRF) so tako imenovani »pametni fluidi«, katerim se značilno spremeni viskoznost v prisotnosti zunanjega

Bilanca vlečnih sil in pogon vozila

magnetnega polja. Ta učinek se doseže s suspenzijo mikrometrsko velikih sferičnih feromagnetnih delcev (carbonyl-železni prah s premerom 5-10 μ m) v nosilnem fluidu, ki je navadno olje. Pod vplivom magnetnega polja se delci formirajo v verige v smeri delovanja magnetnega polja, kar spremeni strižno mejo tečenja fluida MRF v odvisnosti od gostote magnetnega toka. Fluidi MRF so primerni za uporabo v mehanskih zavorah in sklopkah, v katerih mora biti navor zvezno nastavljiv [17]. Slika 1.34 shematsko prikazuje sklopko na osnovi fluida MRF.



Slika 1.34: Sklopka na osnovi magnetno-reološkega fluida [17]

Sklopka na sliki 1.34 je sestavljena iz pogonske gredi, odgonske gredi s permanentnim magnetom, fiksnega ohišja z elektro-magnetno tuljavo ter praznim prostorom med ohišjema pogonske in odgonske gredi, v katerem je fluid MRF. Če skozi tuljavo ne teče električni tok, permanentni magnet prek feromagnetnega jedra odgonske gredi potegne ves fluid MRF na stran odgonske gredi in sklopka je izklopljena. Če pa je sklopka vklopljena, kot je prikazano na sliki 1.34, skozi nepomično tuljavo teče električni tok in ustvari magnetno polje, ki je prikazano z zeleno črtkano črto. Ker to magnetno polje poteka skozi prostor, v katerem je fluid MRF, le-tega usmeri tako, da se vzpostavi stolpec fluida MRF med feromagnetom pogonske in feromagnetom odgonske gredi. Sklopka tako prenaša torzijski navor in vrtilno gibanje s pogonske na odgonsko gred.

2. Gibalna enačba vozila

V gibalni enačbi vozila povežemo vozne upore ter pogonske in zavorne sile s pospeškom ali pojemkom vozila v smeri vožnje. Gibalna enačba tako opisuje vzdolžno dinamiko pri vožnji vozila. Za izpeljavo gibalne enačbe vozila najprej definiramo koordinatni sistem vozila in osnovne geometrijske veličine, ki vplivajo na horizontalno dinamiko vozila – glej sliko 2.1.



Slika 2.1: Koordinatni sistem in geometrijske veličine vozila [2], [18]

Koordinatni sistem vozila je po konvenciji SAE [18] orientiran tako, da je koordinatna os x v vzdolžni smeri osi vozila, koordinatna os y je usmerjena v prečni smeri glede na vozilo, koordinatna os z pa je

usmerjena v navpični smeri – glej sliko 2.1. l je medosna razdalja vozila, l' je razdalja med osjo sprednje preme in težiščem vozila v smeri x, l'' je razdalja med osjo zadnje preme in težiščem vozila v smeri x. Te veličine povezuje naslednja relacija:

$$l = l' + l'' \tag{2.1}$$

 l_p je razdalja med osjo zadnje preme in priključkom za priklopno vozilo, h_n je višina težišča vozila, h_p je višina priključka za priklopno vozilo, T je težišče vozila, α je naklonski kot klanca.

Za izpeljavo gibalne enačbe je dovolj, če opišemo ravnotežja sil v ravnini x-z – glej sliko 2.2.



Slika 2.2: Sile in navori, ki delujejo na vozilo v ravnini x-z [2]

Za izpeljavo gibalne enačbe smo na sliki 2.2 vozilo razdelili na nadgradnjo ter sprednjo in zadnjo premo. Posamezne geometrijske veličine vozila so definirane na sliki 2.1, kolesa imajo statični premer $r_{stl,2}$

na sprednji (1) oziroma zadnji (2) premi. m_n je masa nadgradnje, $m_{1,2}$ sta masi sprednje in zadnje preme, G_n in $G_{1,2}$ so ustrezne teže:

$$G_{n} = m_{n} \cdot g \; ; \; G_{1} = m_{1} \cdot g \; ; \; G_{2} = m_{2} \cdot g$$
 (2.2)

 $J_{1,2}$ sta masna vztrajnostna momenta sprednje in zadnje preme, $M_{1,2}$ sta pogonska/zaviralna navora na sprednji oziroma zadnji premi, $Z_{1,2}$ sta vertikalni kolesni sili, $X_{1,2}$ sta horizontalni kolesni sili, $U_{x1,2}$ sta reakciji podlage na sile v *x*-smeri, $P_{z1,2}$ sta reakciji podlage na sile v *z*-smeri, $e_{1,2}$ sta premika vertikalnih reakcij zaradi kotalnega upora, R_z je sila zračnega upora, R_p je sila upora priklopnika.

Za izpeljavo gibalne enačbe vozila najprej zapišemo ravnotežje sil za:

nadgradnjo vozila:

$$\sum F_{x,i} = m_{\rm n} \cdot \ddot{x} = -G_{\rm n} \cdot \sin \alpha + X_1 + X_2 - R_z - (R_{\rm p})$$
(2.3)

$$\sum F_{z,i} = 0 = Z_1 + Z_2 - G_n \cdot \cos \alpha$$
 (2.4)

$$\sum M_{i} = 0 = -(M_{1} + M_{2}) - Z_{1} \cdot l'_{n} + Z_{2} \cdot l''_{n} - X_{1} \cdot (h_{n} - r_{st1}) - X_{2} \cdot (h_{n} - r_{st2}) + [R_{p} \cdot (h_{n} - h_{p})]$$
(2.5)

• Sprednjo premo vozila:

$$\sum F_{x,i} = m_1 \cdot \ddot{x} = U_{x1} - X_1 - G_1 \cdot \sin \alpha$$
 (2.6)

$$\sum F_{z,i} = 0 = P_{z1} - Z_1 - G_1 \cdot \cos \alpha$$
 (2.7)

$$\sum M_{i} = J_{1} \cdot \ddot{\varphi}_{1} = M_{1} - U_{x1} \cdot r_{s1} - P_{z1} \cdot e_{1}$$
(2.8)

• Zadnjo premo vozila:

$$\sum F_{x,i} = m_2 \cdot \ddot{x} = U_{x2} - X_2 - G_2 \cdot \sin \alpha$$
 (2.9)

$$\sum F_{z,i} = 0 = P_{z2} - Z_2 - G_2 \cdot \cos \alpha$$
 (2.10)

$$\sum M_{i} = J_{2} \cdot \ddot{\varphi}_{2} = M_{2} - U_{x2} \cdot r_{st2} - P_{z2} \cdot e_{2}$$
(2.11)

 \ddot{x} je pospešek nadgradnje in obeh prem vozila, $\ddot{\varphi}_{1,2}$ je kotni pospešek koles sprednje oziroma zadnje preme.

Iz enačb (2.4), (2.7) in (2.10) sledi:

$$P_{z1} + P_{z2} = (G_n + G_1 + G_2) \cdot \cos \alpha$$
 (2.12)

kjer sta G skupna teža vozila in m skupna masa vozila:

$$G = G_{n} + G_{1} + G_{2} = (m_{n} + m_{1} + m_{2}) \cdot g = m \cdot g$$
(2.13)

Enačbi (2.8) in (2.11) lahko preoblikujemo takole:

$$\frac{J_{1} \cdot \ddot{\varphi}_{1}}{r_{\text{st1}}} = \frac{M_{1}}{r_{\text{st1}}} - U_{\text{x1}} - \underbrace{P_{\text{z1}} \cdot \frac{e_{1}}{r_{\text{st1}}}}_{R_{\text{f1}}} = \frac{M_{1}}{r_{\text{st1}}} - U_{\text{x1}} - R_{\text{f1}}$$
(2.14)

$$\frac{J_2 \cdot \ddot{\varphi}_2}{r_{\text{st2}}} = \frac{M_2}{r_{\text{st2}}} - U_{x2} - \underbrace{P_{z2} \cdot \frac{e_2}{r_{\text{st2}}}}_{R_{\text{f2}}} = \frac{M_2}{r_{\text{st2}}} - U_{x2} - R_{\text{f2}}$$
(2.15)

 $R_{\rm fl}$ in $R_{\rm f2}$ sta sili kotalnih uporov na sprednji in zadnji premi.

Pri zvezi med pospeškom vozila \ddot{x} in kotnima pospeškoma koles na obeh premah $\ddot{\varphi}_{1,2}$ moramo upoštevati obodni zdrs koles σ_{t} zaradi vrtenja s kotnima hitrostma $\omega_{1,2}$ ob hkratni obremenitvi koles z navoroma $M_{1,2}$ – glej tudi sliko 2.3.



Slika 2.3: Obodni zdrs koles zaradi obremenitve z navorom M

Zaradi obodnega zdrsa koles hitrost potovanja preme v ni enaka teoretični obodni hitrosti kolesa v_0 :

$$r_{\rm st} \cdot \omega = v_0 < v = \dot{x} \tag{2.16}$$

Obodni zdrs je definiran takole:

$$\sigma_{t} = \frac{v - v_{0}}{v_{0}} \Longrightarrow v = \omega \cdot r_{d}$$
(2.17)

 $r_{\rm d}$ je dinamični polmer kolesa in je manjši od statičnega polmera kolesa $r_{\rm st}$. Iz enačbe (2.17) sledi:

$$\ddot{\varphi}_{1,2} = \frac{\ddot{x}}{r_{d1,2}} \tag{2.18}$$

Če seštejemo enačbe (2.3), (2.6), (2.8), (2.9) in (2.11) ter v seštevku upoštevamo enačbe (2.12), (2.13), (2.14), (2.15) in (2.18), dobimo zvezo med pogonskimi silami na kolesih $F_{k1,2}$, pospeškom vozila in voznimi upori:

$$\frac{M_{1}}{r_{\text{st1}}} + \frac{M_{2}}{r_{\text{st2}}} = F_{\text{k1}} + F_{\text{k2}} =
= \left[\frac{G}{g} + \frac{J_{1}}{r_{\text{st1}} \cdot r_{\text{d1}}} + \frac{J_{2}}{r_{\text{st2}} \cdot r_{\text{d2}}}\right] \cdot \ddot{x} + G \cdot \sin \alpha + R_{z} + \underbrace{R_{\text{f1}} + R_{\text{f2}}}_{R_{\text{f}}} + (R_{\text{p}})$$
(2.19)

Enačbo (2.19) imenujemo **gibalna enačba vozila**. R_f je sila vseh kotalnih uporov vozila. Enačba (2.19) ne upošteva izgub v pogonskem stroju.

2.1. Sile in navori na kolesih

Nepoganjano kolo moramo potiskati (če je pogon na zadnji premi) ali vleči (če je pogon na sprednji premi) s takšno silo R, da premagamo silo kotalnega upora, izgube navora v ležajih, ventilacijske izgube M_L ter izgube navora zaradi vztrajnosti $M_J = J \cdot \ddot{\varphi}$, ki je posledica pospeševanja kolesa – glej sliko 2.4:

$$R = U_{\rm x} = \underbrace{Z \cdot \frac{e}{r_{\rm st}}}_{R_{\rm r}} + \frac{M_{\rm L}}{r_{\rm st}} + \frac{M_{\rm J}}{r_{\rm st}}$$
(2.20)

Ko so sile in navori na gnanem kolesu v ravnotežju, pogonski navor na kolesu *M* ravno kompenzira izgube zaradi sile kotalnega upora, izgube

navora v ležajih in ventilacijske izgube $M_{\rm L}$ ter inercijskega navora $M_{\rm J}$ – glej sliko 2.5:



Slika 2.4: Sile in navori na potiskanem ali vlečenem kolesu



Slika 2.5: Sile in navori na gnanem kolesu, ko pogonski navor *M* kompenzira vse izgube na kolesu

Če pogonski navor povečamo tako, da preseže izgube zaradi kotalnega upora, navora v ležajih, ventilacijske izgube M_L ter izgube navora zaradi vztrajnosti M_J , potem presežek navora ustvari vlečno silo F, s katero prema vleče nadgradnjo vozila v smeri gibanja – glej sliko 2.6:



Slika 2.6: Sile in navori na gnanem kolesu pri presežku pogonskega navora *M*

2.1.1. Pogon 4 x 2

Pri pogonu 4 x 2 v primeru, ko je zadnja prema pogonska, presežek navora na zadnji premi ustvari silo F_2 , s katero prek nadgradnje potiska kolesa sprednje preme s silo F_1 v nakotaljevanje. Sila F_1 mora biti tako velika, da premaga vse izgube pri kotaljenju koles na sprednji premi – glej sliko 2.7.



Slika 2.7: Pogon 4 x 2 s pogonskimi kolesi na zadnji premi

Slabost pogona 4 x 2 zadaj je, če je sila kotalnega upora R_1 na sprednji premi tako velika, da trenje pod pogonskimi kolesi zadnje preme ne dopušča dovolj velike pogonske sile F_2 na podlago:

$$R_{\rm f1} > R_{\rm f2} \tag{2.23}$$

$$F_1 = F_2 > F_{\text{tr},2} = \frac{Z_2}{\mu_{\text{tr}}} \Longrightarrow \text{zdrs}$$
 (2.24)

V tem primeru vozilo obstane, ker ni sposobno premagovati voznih uporov na kolesih sprednje preme. Takšne razmere se navadno pojavijo pri vožnji v globokem nespluženem snegu, ko sprednja kolesa grabijo v cel sneg in potem ta sneg potlačijo pod seboj. Ko na potlačen sneg zapeljejo zadnja kolesa, je koeficient trenja močno zmanjšan, zato potisne sile ni mogoče prenesti na podlago. Rezultat tega je zdrs zadnjih pogonskih koles in zaustavitev vozila.

Če pa so pri pogonu 4 x 2 pogonska kolesa na sprednji premi, se pogonski navor dodaja na tistih kolesih, kjer je večja sila kotalnega upora (glej sliko 2.8), hkrati pa pod sprednjimi kolesi sneg še ni popolnoma zbit. Zaradi tega je v zimskih razmerah pogon 4 x 2 s pogonskimi kolesi spredaj ugodnejši od pogona 4 x 2 s pogonskimi kolesi zadaj.



Slika 2.8: Pogon 4 x 2 s pogonskimi kolesi na sprednji premi

2.1.2. Pogon 4 x 4

Najboljši pogon s stališča oprijema koles s podlago je v vseh voznih razmerah pogon 4 x 4. V tem primeru vozilo vozne upore premaga s pogonskima navoroma M_1 in M_2 na vsaki premi posebej – glej sliko 2.9. Pogon 4 x 4 pa ima še eno prednost in to je, da za sojemanje pogonskih koles s podlago izkorišča celoten pritisk vozila na podlago, to je skupno silo $Z_1 + Z_2$. To pomeni, da je za enak učinek (pospešek vozila) pri pogonu 4 x 4 potrebno na vsako kolo pripeljati bistveno manj pogonskega navora, kakor pri pogonu 4 x 2, ki za sojemanje pogonskih koles izkorišča le kolesne pritiske prve ali zadnje preme na podlago. Rezultat tega je, da sta pogonski sili med kolesom in podlago F_1 in F_2 pri pogonu 4 x 4 bistveno bolj oddaljeni od meje zdrsa, kakor pri pogonu 4 x 2, zato je vozilo bolj vodljivo.



Slika 2.9: Pogon 4 x 4

Gibalna enačba vozila

3. Ravnotežje sil na vozilu

3.1. Statično ravnotežje sil na strmini

Ko vozilo miruje na strmini z naklonom α , kolesna pritiska sprednje oziroma zadnje preme na podlago Z_1 in Z_2 odražata statično prerazporeditev obremenitve vozila v smeri koordinatne osi z zaradi dinamične komponente sile teže vozila G – glej sliko 3.1.



Slika 3.1: Statično ravnotežje sil na strmini

Silo Z_1 , s katero kolesa sprednje preme pritiskajo na podlago, izračunamo tako, da nastavimo momentno enačbo za točko stika koles zadnje preme s podlago:

$$\Sigma M_{(2)} = 0 = l \cdot Z_1 - l'' \cdot G \cdot \cos \alpha + h_n \cdot G \cdot \sin \alpha$$
(3.1)

$$Z_1 = \frac{l''}{l} \cdot G \cdot \cos \alpha - \frac{h_n}{l} \cdot G \cdot \sin \alpha$$
(3.2)

Podobno silo Z_2 , s katero kolesa zadnje preme pritiskajo na podlago, izračunamo tako, da nastavimo momentno enačbo za točko stika koles sprednje preme s podlago:

$$\Sigma M_{(1)} = 0 = l \cdot Z_2 - l' \cdot G \cdot \cos \alpha - h_n \cdot G \cdot \sin \alpha$$
(3.3)

$$Z_2 = \frac{l'}{l} \cdot G \cdot \cos \alpha + \frac{h_n}{l} \cdot G \cdot \sin \alpha$$
(3.4)

Iz enačb (3.2) in (3.4) vidimo, da dinamična komponenta sile teže vozila na strmini $G \cdot \sin \alpha$ za faktor razmerja ročic h_n/l povečuje kolesni pritisk Z_2 zadnje preme na podlago in zmanjšuje kolesni pritisk Z_1 sprednje preme na podlago.

Statično ravnotežje sil na strmini lahko izkoristimo za to, da določimo višino težišča vozila h_n – glej sliko 3.3.



Slika 3.2: Določitev višine težišča vozila

Če poznamo težo vozila, porazdelitev teže vozila na sprednjo in zadnjo premo in izmerimo kolesni pritisk G'' koles zadnje preme na podlago, ko

je vozilo nagnjeno za kot α , tedaj iz momentne enačbe za točko A določimo višino težišča vozila h_n :

$$\sin \alpha = \frac{h'}{l} \tag{3.5}$$

$$\sum M_{A} = 0 = l \cdot G'' \cdot \cos \alpha - l' \cdot G \cdot \cos \alpha - h_{n} \cdot G \cdot \sin \alpha = 0$$
(3.6)

$$h_{\rm n} = \left(\frac{G''}{G} \cdot l - l'\right) \cdot \operatorname{ctg}\alpha \tag{3.7}$$

3.2. Dinamično ravnotežje sil na strmini pri pospeševanju

Ko vozilo pospešuje na strmini z naklonom α , kolesna pritiska sprednje oziroma zadnje preme na podlago Z_1 in Z_2 odražata dinamično prerazporeditev obremenitve vozila v smeri koordinatne osi z tako zaradi dinamične komponente sile teže vozila *G* kot tudi pospeška vozila a - glej sliko 3.3. $M_{J1,2} = J_{1,2} \cdot \ddot{\varphi}_{1,2}$ sta izgubi navora zaradi pospeševanja koles sprednje oziroma zadnje preme vozila. $R_J = m \cdot a_x$ je vztrajnostni upor mase vozila zaradi pospeševanja v smeri x koordinatnega sistema.



Slika 3.3: Dinamično ravnotežje sil na strmini pri pospeševanju

Ravnotežje sil na vozilu

Podobno kakor v primeru statičnega ravnotežja sil na vozilu, silo Z_1 , s katero kolesa sprednje preme pritiskajo na podlago, izračunamo tako, da najprej nastavimo momentno enačbo za točko stika koles zadnje preme s podlago:

$$\sum M_{(2)} = 0 = Z_1 \cdot l = l'' \cdot G \cdot \cos \alpha - h_n \cdot (G \cdot \sin \alpha + R_J + R_z) - (h_p \cdot R_p) - \underbrace{M_{J1} - M_{J2}}_{\approx 0} - M_{L1} - M_{L2}$$
(3.8)

Nato iz ravnotežja vseh sil v smeri x koordinatnega sistema:

$$\sum F_{\rm x} = 0 = F_{\rm 1} + F_{\rm 2} - R_{\rm f1} - R_{\rm f2} = G \cdot \sin \alpha + R_{\rm J} + R_{\rm z} + (R_{\rm p})$$
(3.9)

dobimo naslednji zvezi:

$$F_1 + F_2 = F$$
; $R_{f1} + R_{f2} = R_f = f \cdot G \cdot \cos \alpha$ (3.10)

F je celotna pogonska sila na kolesih in R_f je skupna sila kotalnih uporov koles. Če zanemarimo silo upora priklopnika R_p ter izgubo navora zaradi vztrajnosti M_{J1} in M_{J2} , dobimo naslednjo enačbo za izračun sile sprednjih koles na podlago v smeri *z* koordinatnega sistema:

$$Z_1 = G \cdot \cos \alpha \cdot \left(\frac{l''}{l} + \frac{f \cdot h_n}{l}\right) - \frac{h_n}{l} \cdot F - \frac{M_{L1} + M_{L2}}{l}$$
(3.11)

Relativna sila sprednjih koles na podlago je tako enaka:

$$\frac{Z_1}{G} = \cos\alpha \cdot \left(\frac{l''}{l} + \frac{f \cdot h_n}{l}\right) - \frac{h_n}{l \cdot G} \cdot F - \frac{M_{L1} + M_{L2}}{l \cdot G}$$
(3.12)

Iz enačb (3.11) in (3.12) vidimo, da pogonska sila na kolesih F zmanjšuje silo, s katero kolesa sprednje preme pritiskajo na podlago.

Podobno kakor za kolesa sprednje preme, izračunamo tudi silo Z_2 , s katero pri pospeševanju vozila pritiskajo kolesa zadnje preme ob podlago v smeri z koordinatnega sistema tako, da nastavimo momentno enačbo za točko stika koles sprednje preme s podlago:

$$\sum M_{(1)} = 0 = Z_2 \cdot l = l' \cdot G \cdot \cos \alpha + h_n \cdot (G \cdot \sin \alpha + R_J + R_z) + (h_p \cdot R_p) + \underbrace{M_{J1} + M_{J2}}_{\approx 0} + M_{L1} + M_{L2}$$
(3.13)

Iz enačbe (3.13) sledi:

$$Z_2 = G \cdot \cos \alpha \cdot \left(\frac{l'}{l} - \frac{f \cdot h_n}{l}\right) + \frac{h_n}{l} \cdot F + \frac{M_{L1} + M_{L2}}{l}$$
(3.14)

in:

$$\frac{Z_2}{G} = \cos\alpha \cdot \left(\frac{l'}{l} - \frac{f \cdot h_n}{l}\right) + \frac{h_n}{l \cdot G} \cdot F + \frac{M_{L1} + M_{L2}}{l \cdot G}$$
(3.15)

Iz enačb (3.14) in (3.15) vidimo, da pogonska sila na kolesih F povečuje silo, s katero kolesa zadnje preme pritiskajo na podlago. Ker takšna dinamična prerazporeditev sil izdatno poveča kolesni pritisk pod zadnjimi kolesi pri močnem pospeševanju, imajo hitra športna vozila navadno pogon na zadnja kolesa, saj s tem bolje izkoristijo sojemanje koles s podlago. Namreč, močnejši kot je pospešek vozila, večji je kolesni pritisk zadnjih koles na vozno površino. Zato lahko prek zadnjih koles na podlago s pomočjo trenja prenesemo relativno večjo pogonsko silo kakor prek sprednjih koles, če je statična porazdelitev teže vozila med prvo in zadnjo premo v razmerju 50 % : 50 %.

Maksimalno pogonsko silo na kolesih dosežemo takrat, ko je koeficient sojemanja $\mu_{\rm H} = F/Z$ kot razmerje pogonske sile na kolesu *F* in pritisne sile kolesa na podlago *Z* enak statičnemu koeficientu trenja oziroma koeficientu lepenja $\mu_{\rm tr,m}$ – glej sliko 3.4. $\sigma_{\rm t}$ je obodni zdrs, $\mu_{\rm tr,g}$ pa je koeficient trenja pri drsenju kolesa po vozni površini.



Slika 3.4: Sojemalni diagram za elastično kolo vozila

Maksimalne pogonske sile na sprednji premi pri pogonu 4 x 2

Pri pogonu vozila 4 x 2 s pogonskimi kolesi na sprednji premi vozila je maksimalna pogonska sila vozila $F_{1,max}$ enaka:

$$F_{1,\max} = Z_1 \cdot \mu_{H,\max} = Z_1 \cdot \mu_{tr,m}$$
 (3.16)

Z združitvijo enačb (3.11) in (3.16) ter ob predpostavki, da zanemarimo izgube navora v ležajih $M_{L1,2}$, dobimo naslednji izraz:

$$F_{l,\max} = \mu_{tr,m} \cdot \left[\frac{l''}{l} \cdot G \cdot \cos \alpha - \frac{h_n}{l} \cdot (F_{l,\max} - f \cdot G \cdot \cos \alpha) \right]$$
(3.17)

iz katerega določimo maksimalno pogonsko silo na kolesih sprednje preme vozila relativno glede na težo vozila:

$$\frac{F_{1,\max}}{G} = \mu_{\text{tr},\text{m}} \cdot \cos\alpha \cdot \frac{l'' + h_{\text{n}} \cdot f}{l + h_{\text{n}} \cdot \mu_{\text{tr},\text{m}}}$$
(3.18)

Maksimalne pogonske sile na zadnji premi pri pogonu 4 x 2

Pri pogonu vozila 4 x 2 s pogonskimi kolesi na zadnji premi vozila je maksimalna pogonska sila vozila $F_{2,max}$ enaka:

$$F_{2,\max} = Z_2 \cdot \mu_{H,\max} = Z_2 \cdot \mu_{tr,m}$$
(3.19)

Z združitvijo enačb (3.11) in (3.19) ter ob predpostavki, da zanemarimo izgube navora v ležajih $M_{L1,2}$, dobimo naslednji izraz:

$$F_{2,\max} = \mu_{tr,m} \cdot \left[\frac{l'}{l} \cdot G \cdot \cos \alpha + \frac{h_n}{l} \cdot (F_{2,\max} - f \cdot G \cdot \cos \alpha) \right]$$
(3.20)

iz katerega določimo maksimalno pogonsko silo na kolesih zadnje preme vozila relativno glede na težo vozila:

$$\frac{F_{2,\max}}{G} = \mu_{tr,m} \cdot \cos\alpha \cdot \frac{l' - h_n \cdot f}{l - h_n \cdot \mu_{tr,m}}$$
(3.21)

Maksimalne pogonske sile pri pogonu 4 x 4

Pri pogonu 4 x 4 za sojemanje koles s podlago izkoristimo celotne kolesne pritiske vozila. Ob predpostavki, da zanemarimo izgube navora v ležajih $M_{L1,2}$, zato velja:

$$\frac{F_{1,\max} + F_{2,\max}}{G} = \frac{F_{4x4,\max}}{G} = \mu_{tr,m} \cdot \frac{Z_1 + Z_2}{G} = \mu_{tr,m} \cdot \cos\alpha$$
(3.22)

Da se trenje med kolesi in podlago pri pogonu 4 x 4 izkoristi v največji možni meri, morata biti maksimalni pogonski sili v razmerju:

$$\frac{F_{1,\max,4x4}}{F_{2,\max,4x4}} = \frac{Z_1}{Z_2}$$
(3.23)

3.3. Dinamično ravnotežje sil na strmini pri zaviranju

Ko vozilo zavira na strmini z naklonom α , kolesna pritiska sprednje oziroma zadnje preme na podlago Z_1 in Z_2 odražata dinamično prerazporeditev obremenitve vozila v smeri koordinatne osi z zaradi dinamične komponente sile teže vozila *G* in pojemka vozila a – glej sliko 3.5. K_1 in K_2 sta zavorni sili na kolesih sprednje oziroma zadnje preme, $M_{J1,2}$ sta inercijska navora koles zaradi pojemka vozila.



Slika 3.5: Dinamično ravnotežje sil na strmini pri zaviranju

Silo Z_1 , s katero kolesa sprednje preme pritiskajo na podlago pri zaviranju, izračunamo tako, da najprej nastavimo momentno enačbo za točko stika koles zadnje preme s podlago:

Ravnotežje sil na vozilu

$$\sum M_{(2)} = 0 = Z_1 \cdot l = l'' \cdot G \cdot \cos \alpha + h_n \cdot (R_J - G \cdot \sin \alpha - R_z) - (h_p \cdot R_p) + \underbrace{M_{J1} + M_{J2}}_{\approx 0} - M_{L1} - M_{L2}$$
(3.24)

Iz ravnotežja vseh sil v smeri x koordinatnega sistema:

$$\sum F_{\rm x} = 0 = K_1 + K_2 + R_{\rm f1} + R_{\rm f2} = R_{\rm J} - \left[G \cdot \sin \alpha + R_{\rm z} + (R_{\rm p})\right] \quad (3.25)$$

dobimo naslednji zvezi:

$$K_1 + K_2 = K$$
; $R_{f1} + R_{f2} = R_f = f \cdot G \cdot \cos \alpha$ (3.26)

K je celotna zavorna sila na kolesih. Če zanemarimo silo upora priklopnika R_p ter navora M_{J1} in M_{J2} zaradi vztrajnosti koles, izračunamo sile sprednjih koles na podlago v smeri *z* koordinatnega sistema:

$$Z_1 = G \cdot \cos \alpha \cdot \left(\frac{l''}{l} + \frac{f \cdot h_n}{l}\right) + \frac{h_n}{l} \cdot K - \frac{M_{L1} + M_{L2}}{l}$$
(3.27)

Relativna sila sprednjih koles na podlago je tako enaka:

$$\frac{Z_1}{G} = \cos\alpha \cdot \left(\frac{l''}{l} + \frac{f \cdot h_n}{l}\right) + \frac{h_n}{l \cdot G} \cdot K - \frac{M_{L1} + M_{L2}}{l \cdot G}$$
(3.28)

Iz enačb (3.27) in (3.28) vidimo, da zaviralna sila na kolesih K povečuje silo, s katero kolesa sprednje preme pritiskajo na podlago.

Kakor za kolesa sprednje preme, izračunamo tudi silo Z_2 , s katero pri zaviranju vozila pritiskajo kolesa zadnje preme ob podlago v smeri z koordinatnega sistema tako, da nastavimo momentno enačbo za točko stika koles sprednje preme s podlago:

$$\sum M_{(1)} = 0 = Z_1 \cdot l = l' \cdot G \cdot \cos \alpha - h_n \cdot (R_J - G \cdot \sin \alpha - R_z) + (h_p \cdot R_p) - \underbrace{M_{J1} - M_{J2}}_{\approx 0} + M_{L1} + M_{L2}$$
(3.29)

Iz enačbe (3.29) sledi:

$$Z_{2} = G \cdot \cos \alpha \cdot \left(\frac{l'}{l} - \frac{f \cdot h_{n}}{l}\right) - \frac{h_{n}}{l} \cdot K + \frac{M_{L1} + M_{L2}}{l}$$
(3.30)

in:
$$\frac{Z_2}{G} = \cos\alpha \cdot \left(\frac{l'}{l} - \frac{f \cdot h_n}{l}\right) - \frac{h_n}{l \cdot G} \cdot K + \frac{M_{L1} + M_{L2}}{l \cdot G}$$
(3.31)

Iz enačb (3.30) in (3.31) vidimo, da zaviralna sila na kolesih *K* zmanjšuje silo, s katero kolesa zadnje preme pritiskajo na podlago. Ker se pri zaviranju dinamična prerazporeditev kolesnih pritiskov prenese na kolesa sprednje preme, je lahko zaviralna sila zaradi večjega trenja pod sprednjimi kolesi vozila večja na sprednjih kot na zadnjih kolesih. Zaradi tega imajo vozila navadno na kolesih sprednje preme močnejše zavore, kot na kolesih zadnje preme.

Maksimalne zaviralne sile na kolesih izpeljemo s pomočjo koeficienta sojemanja pri zaviranju $\mu_{\rm H} = K/Z$, ki predstavlja razmerje zavorne sile na kolesih in pritisne sile koles na podlago. Ker vedno zaviramo vsa kolesa na vozilu zato, da se vozilo čim prej ustavi, lahko zapišemo:

$$K_1 = Z_1 \cdot \mu_{\rm H} \tag{3.32}$$

$$K_2 = Z_2 \cdot \mu_{\rm H} \tag{3.33}$$

Iz enačb (3.32) in (3.33) sledi:

$$K_1 + K_2 = K = Z_1 \cdot \mu_{\rm H} + Z_2 \cdot \mu_{\rm H} = \mu_{\rm H} \cdot G \cdot \cos \alpha$$
 (3.34)

Če upoštevamo enačbo (3.34) v enačbah (3.28) in (3.31) ter zanemarimo vpliv izgube navora v ležajih $(M_{L1} + M_{L2} \approx 0)$, tedaj veljata naslednji zvezi:

$$\frac{Z_1}{G \cdot \cos \alpha} = \frac{l''}{l} + \frac{h_n}{l} \cdot (f + \mu_H)$$
(3.35)

$$\frac{Z_2}{G \cdot \cos \alpha} = \frac{l'}{l} - \frac{h_{\rm n}}{l} \cdot (f + \mu_{\rm H})$$
(3.36)

Relativna maksimalna zavorna sila na kolesih sprednje preme glede na skupni kolesni pritisk vozila na podlago je tako enaka:

$$\frac{K_1}{G \cdot \cos \alpha} = \frac{\mu_{\rm H} \cdot Z_1}{G \cdot \cos \alpha} = \mu_{\rm H} \cdot \left(\frac{l''}{l} + \frac{h_{\rm n}}{l} \cdot f\right) + \mu_{\rm H}^2 \cdot \frac{h_{\rm n}}{l}$$
(3.37)

na kolesih zadnje preme pa:

$$\frac{K_2}{G \cdot \cos \alpha} = \frac{\mu_{\rm H} \cdot Z_2}{G \cdot \cos \alpha} = \mu_{\rm H} \cdot \left(\frac{l'}{l} - \frac{h_{\rm n}}{l} \cdot f\right) - \mu_{\rm H}^2 \cdot \frac{h_{\rm n}}{l}$$
(3.38)

Odvisnost maksimalnih zavornih sil na kolesih sprednje in zadnje preme vozila od koeficienta sojemanja pri zaviranju $\mu_{\rm H} = K/Z$ je prikazana na sliki 3.6.



Slika 3.6: Maksimalne zavorne sile kot funkcija koeficienta sojemanja

Iz diagrama na sliki 3.6 vidimo, da zaviralna sila na kolesih sprednje preme narašča s kvadratom koeficienta sojemanja. Nasprotno zaviralna sila na kolesih zadnje preme najprej narašča, nato pa pada z naraščanjem koeficienta sojemanja. Da je bila zagotovljena ustrezna vodljivost vozila tudi pri zaviranju, so imela vozila včasih, ko še ni bilo na voljo sistema proti blokiranju koles pri zaviranju (sistem ABS), v zavorni sistem vgrajen omejevalec zavorne sile za kolesa zadnje preme. Dandanes za omejevanje zavorne sile na kolesih zadnje preme poskrbi sistem ABS.

3.4. Ravnotežje sil na premo vozila pri vožnji v ovinek

3.4.1. Nevzmetena nadgradnja

Če nadgradnja vozila ni vzmetena, se pri vožnji skozi ovinek ne nagne na zunanjo stran ovinka, čeprav v težišču vozila deluje centrifugalna sila – glej sliko 3.7. *b* je širina koloteka vozila, to je razdalja med srednjima navpičnima ravninama koles. F_c je centrifugalna sila, ki deluje iz centra

krožnega gibanja proti zunanjosti ovinka, G_n je teža nadgradnje, G_p je teža preme, h_n je višina težišča nadgradnje vozila.



Slika 3.7: Porazdelitev sil med kolesi na nevzmeteni premi vozila in podlago pri vožnji skozi ovinek

Če prema vozila ni vzmetena, se v prečni smeri (koordinata y) teža nadgradnje in teža preme enakomerno porazdelita med zunanje in notranje kolo. V vzdolžni smeri vozila (koordinata x) se pri enakomerni vožnji skozi ovinek v odsotnosti klanca teža nadgradnje G_n porazdeli med sprednjo (1) in zadnjo (2) premo takole:

$$G_{\rm n1} = G \cdot \frac{l''}{l} \tag{3.39}$$

$$G_{n2} = G \cdot \frac{l'}{l} \tag{3.40}$$

Na enak način kakor teža nadgradnje se pri teh pogojih v vzdolžni smeri vozila na posamezni premi porazdeli tudi centrifugalna sila, pri čemer m_n predstavlja maso nadgradnje, m_p maso obeh prem, v hitrost vozila in R polmer ovinka, skozi katerega pelje vozilo:

$$F_{\rm c} = \left(m_{\rm n} + m_{\rm p}\right) \cdot \frac{v^2}{R} \tag{3.41}$$

$$F_{\rm c1} = F_{\rm c} \cdot \frac{l''}{l} \tag{3.42}$$

$$F_{c2} = F_c \cdot \frac{l'}{l} \tag{3.43}$$

Porazdelitev centrifugalnih sil na posamezni premi $F_{c1,2}$ na notranje in zunanje kolo dobimo s pomočjo ustreznih momentnih enačb za stično točko koles z vozno površino. Na sliki 3.7 vidimo, da delovanje centrifugalne sile na zunanjem kolesu povzroči dodatno silo na podlago:

$$F_{c1,2} \cdot \frac{h_{b}}{b} \tag{3.44}$$

Za enak znesek sile se zmanjša sila na podlago na notranjem kolesu. Mejo prevrnitve vozila prek zunanjega kolesa dosežemo takrat, ko je zmanjšanje sile na podlago na notranjem kolesu zaradi centrifugalne sile enako sili teže nadgradnje in preme, ki delujeta na notranje kolo:

$$F_{cl,2} \cdot \frac{h_{b}}{b} = \frac{G_{nl,2} + G_{pl,2}}{2}$$
(3.45)

V praksi do zvrnitve vozila v ovinku prek zunanjega kolesa pride zelo redko, saj so vozila načrtovana tako, da pride prej do zdrsa vozila v radialni smeri, kot do zvrnitve vozila. Zvrnitev se navadno zgodi le ob previsoko naloženem bremenu vozila ali če vozilo pri bočnem zdrsu zadane ob oviro.

3.4.2. Vzmetena nadgradnja

Če je nadgradnja vozila vzmetena, se pri vožnji skozi ovinek nagne proti zunanji strani ovinka, ko v težišču vozila deluje centrifugalna sila – glej sliko 3.8. Pri tem je sprememba višine težišča iz vrednosti h_n na vrednost $h_n^* \approx h_n$ zanemarljiva, ni pa zanemarljiv premik težišča proti zunanji strani ovinka. V tem primeru je težišče nadgradnje od srednje ravnine notranjega kolesa odmaknjeno za razdaljo b', od srednje ravnine zunanjega kolesa pa za razdaljo b'': $b' \neq b'' \neq b/2$. Porazdelitev teže nadgradnje in obeh prem ter centrifugalne sile se v vzdolžni smeri ne spremeni. Ne spremeni se porazdelitev sile teže preme in centrifugalne sile med zunanje in notranje kolo na posameznih premah, spremeni pa se porazdelitev teže nadgradnje.



Slika 3.8: Porazdelitev sil med kolesi na vzmeteni premi vozila in podlago pri vožnji skozi ovinek

Na sliki 3.8 vidimo, da se teža nadgradnje opre na zunanje kolo v večji meri kot na notranje kolo:

$$G_{n1,2} \cdot \frac{b''}{b} < \frac{G_{n1,2}}{2} < G_{n1,2} \cdot \frac{b'}{b}$$
(3.46)

Pri tem se vzmetena nadgradnja vozila zasuka okoli navideznega pola hitrosti (center prečnega nagiba, angl. »roll centre«), ki med premikanjem nadgradnje lahko spreminja svoj položaj v odvisnosti od hoda vzmetenja in geometrije obešenja. Višina centra prečnega nagiba h_r predstavlja točko na vzmeteni masi vozila, v kateri deluje reakcija na prečno silo.

Posledica prečnega nagiba vzmetene nadgradnje je, da bi lahko pri vzmeteni nadgradnji mejno silo prevrnitve vozila dosegli prej, kakor pri nevzmeteni nadgradnji. Da se to ne zgodi, imajo vozila z vzmetenimi nadgradnjami med nevzmetenimi deli preme in vzmeteno nadgradnjo vgrajen prečni stabilizator – glej sliko 3.9. Prečni stabilizator vozila je torzijska palična vzmet, ki je vrtljivo pritrjena na nadgradnjo vozila in prek dveh vzdolžnih ročic povezana z nevzmetenimi elementi na levi in desni strani preme vozila.



Slika 3.9: Prečni stabilizator na premi vozila

Ko se vozilo pri vožnji v ovinek nagne, ročici povzročita zasuk torzijske palične vzmeti. Vzmet se temu upira s torzijskim navorom M_t , ki prek ročic stabilizatorja skuša poravnati nadgradnjo vozila. Protizvrnitvena togost na sprednji premi mora biti večja od protizvrnitvene togosti na zadnji premi zato, da se v mejnih pogojih vožnje ohrani podkrmarjenost vozila. Zato se prečne stabilizatorje vedno dodaja na sprednjo premo vozila, na zadnjo premo pa le po potrebi. Dandanes so praviloma pri večini osebnih vozil prečni stabilizatorji v primeru mehanskega obešenja vgrajeni na vseh vzmetenih premah vozila.

3.5. Tipi obešenja in prečni nagib nadgradnje vozila

Pri bočnem pospešku, ki deluje na vozilo (vožnja v ovinek, bočni sunek vetra), se vzmetena nadgradnja vozila nagiba v prečni smeri vzdolž osi vozila v smeri delovanja bočnega pospeška.

Os, okoli katere se nagiba vzmetena nadgradanja vozila, je premica, ki povezuje centra prečnih nagibov vozila na posameznih premah vozila – glej sliko 3.10 [3].



Slika 3.10: Prečni nagib vzmetene nadgradnje vozila okoli vzdolžne osi

Obešenje vozil lahko razdelimo v tri skupine [19], [20]:

- posamično obešenje koles;
- vzmetena toga prema, na katero so pritrjena kolesa;
- vzmetena poltoga prema.

3.5.1. Posamično obešenje koles

Kot že samo ime pove, imajo vozila s posamičnim obešenjem koles vsako kolo posamično obešeno na karoserijo prek vrtljivo ali členkasto vpetih veznih nosilcev ali(in) palic. Vsaki obesi pripada ustrezna vzmet in dušilni element.

Pri posamičnih obesah pride ob premiku nadgradnje do prečnega zdrsavanja pnevmatik po vozni površini ob bočnem pospešku, če je center prečnega nagiba nad vozno površino. Zato se pri posamičnih obesah sledi cilju, da je center prečnega nagiba čim bližje vozni površini.

Obešenje z najboljšo vodljivostjo koles in njihovim prilagajanjem vozni površini predstavlja **posamično obešenje koles z dvojnim paralelogramskim vodilom** – glej sliko 3.11.



Slika 3.11: Posamično obešenje koles z dvojnim paralelogramskim vodilom

Paralelogramski vodili sta upogibna nosilca, ki zagotavljata vertikalno vodenje kolesa. Vzmet in dušilka zagotavljata ustrezno vzmetenje in dušenje sunkov. Vzmet in dušilka sta lahko pripeta bodisi na eno od obeh paralelogramskih vodil, bodisi na nosilec pesta kolesa direktno ali prek

povezujoče palice in nihajne ročice, kakor na primer pri vozilih formule 1. V primeru, ko sta paralelogramska nosilca na nosilec pesta kolesa pripeta s sferičnim členkom, mora takšna posamična obesa vsebovati še dodatno palico, ki je členkasto vpeta na nadgradnjo vozila in nosilec pesta kolesa tako, da členek dodatne palice na nosilcu pesta kolesa ni kolinearen s členkoma paralelogramskih nosilcev na pestu kolesa.

Višino centra prečnega nagiba h_r vzmetene nadgradnje za ta tip obešenja določimo tako, da iz pola hitrosti P, ki ga tvorita prečni paralelogramski vodili obešenja, potegnemo zveznico do sredine dotikalne površine pnevmatike z vozno površino. V točki presečišča te zveznice z vzdolžno simetrijsko ravnino vozila se nahaja trenutni center rotacije RC za prečni nagib vzmetene nadgradnje – glej sliko 3.11.

Kljub veliko prednostim takšno obešenje koles redko srečamo pri osebnih vozilih, ker porabi zelo veliko prostora za vgradnjo. Ta način obešenja se večinoma uporablja le pri športnih vozilih in (zanimivo!) kot opcijski način obešenja koles na sprednji premi velikih traktorjev, kot so na primer Claas Axion serije 9xx, Fendt 939 ali John Deere 8370R.

Malo manj prostora za podobno učinkovitost obešenja potrebuje **posamično obešenje koles z večpaličnim (angl. »multi-link«) vodilom** – glej sliko 3.12.



Slika 3.12: Posamično obešenje koles z večpaličnim vodilom

Posamično obešenje koles z večpaličnim vodilom je sestavljeno iz enega upogibnega nosilca in več palic. V primeru prečnega upogibnega nosilca, kot je prikazan na sliki 3.12, je ta nosilec vpet na nosilec pesta kolesa in

na nadgradnjo vozila z linijskimi členki. Vzmet in dušilka sta praviloma vpeta direktno na upogibni nosilec. Na ta način se iz kolesa na karoserijo in obratno prenesejo navpične obremenitve. Palice, ki predstavljajo tako imenovani večpalični del obešenja, pa poskrbijo za vodenje kolesa v vertikalni smeri in v smeri vožnje. Poleg tega skrbijo za prenos vzdolžnih in prečnih sil med kolesom in karoserijo. V primeru prečnega upogibnega nosilca imata navadno dve palici funkcijo vodenja kolesa in prenosa sil v vzdolžni smeri, ena palica pa skrbi za vodenje kolesa in prenos sil v vzdolžni smeri, kot je prikazano na sliki 3.12.

Višino h_r vzmetene nadgradnje za ta tip obešenja določimo na podoben način, kakor v primeru obešenja z dvojnim paralelogramskim vodilom. Za prečni nagib je merodajen pol hitrosti *P*, ki ga določajo upogibni nosilec in palice za prenos prečnih obremenitev – glej sliko 3.12.

Obstaja tudi možnost večpaličnega vodila z vzdolžnim upogibnim nosilcem, ki poskrbi za vodenje koles in prenos sil v navpični in vzdolžni smeri. V tem primeru ima takšno obešenje navadno le dve členkasto vpeti prečni palici, ki skrbita le za vodenje koles in prenos sil v prečni smeri.

Eno izmed prostorsko najbolj racionalnih posamičnih vodil, ki se uporablja v številnih tipih osebnih vozil, na sprednji premi je **McPhersonova vzmetna noga** – glej sliko 3.13.



Slika 3.13: McPhersonova vzmetna noga

McPhersonova vzmetna noga ima za osnovo upogibni nosilec, ki je na nadgradnjo vozila pritrjen z linijsko členkasto podporo, na nosilec pesta kolesa pa s členkasto podporo. Na nosilec pesta kolesa je togo pritrjen dušilni element, nanj pa koaksialno vijačna vzmet. Dušilno-elastični element je členkasto pritrjen na karoserijo na vrhu blatnika. Upogibni nosilec in noga z dušilno-elastičnim elementom skrbita za vođenje koles in prenos sil med kolesom in karoserijo v navpični in vzdolžni smeri. Vođenje koles in prenos sil v prečni smeri prevzame palica, ki je na eni strani členkasto vpeta na nosilec pesta kolesa, na drugo strani pa na

karoserijo (če prema ni vodilna) oziroma na krmilni mehanizem vozila, če je prema vodena.

Višino centra prečnega nagiba h_r vzmetene nadgradnje za ta tip obešenja določimo s pomočjo pola hitrosti P, ki ga tvorita presečišče podaljšane nevtralne osi spodnjega prečnega vodila in premice, ki je pravokotna na rotacijasko os obešenja in poteka iz zgornjega sferičnega členka obešenja. Iz pola hitrosti P potegnemo zveznico do sredine dotikalne površine pnevmatike z vozno površino. V presečišču te zveznice z vzdolžno simetrijsko ravnino vozila se nahaja trenutni center rotacije RC za prečni nagib vzmetene nadgradnje, ki je od vozne površine oddaljen za višino h_r – glej sliko 3.13.

S stališča prostorske zahtevnosti in vodenja kolesa je to zelo dober kompromis med dvema skrajnostma (dobro vodenje kolesa/velik potrošek prostora oziroma slabo vodenje kolesa/majhen potrošek prostora). Zato so te preme najpogostejši tip obešenja pri vozilih s spredaj nameščenim motorjem.

Na zadnji premi osebnih vozil pogosto najdemo **posamično obešenje z** enojnim vzdolžnim vodilom – glej sliko 3.14.



Slika 3.14: Posamično obešenje koles z enojnim vzdolžnim vodilom

Posamično obešenje z enojnim vzdolžnim vodilom je prostorsko zelo racionalno. Sestavlja ga upogibni vzdolžni nosilec, ki je linijsko vrtljivo vpet na karoserijo tako, da je os vrtenja postavljena prečno na vzdolžno os vozila. Na drugi strani je nosilec preme hkrati tudi nosilec pesta. Dušilni in vzmetni element sta na eni strani vpeta direktno na nosilec obese, na drugi strani pa na nadgradnjo vozila. Ta nosilec omogoča vodenje kolesa v navpični ravnini in prenaša sile v navpični (prek dušilke in vzmeti), prečni in vzdolžni smeri.

Ker je v primeru tega obešenja pol hitrosti P pri gibanju vzmetene nadgradnje v neskončnosti v prečni smeri, je center rotacije za prečni nagib vzmetene nadgradnje vedno na vozni površini na sredini koloteka vozila – glej sliko 3.14.

Slabost posamičnega obešenja z enojnim vzdolžnim vodilom je slabše prenašanje prečnih obremenitev s kolesa na nadgradnjo vozila in v obratni smeri. To slabost se odpravi s **posamičnim obešenjem z enojnim prostorskim vodilom** – glej sliko 3.15.



Slika 3.15: Posamično obešenje koles z enojnim prostorskim vodilom

Tehniška izvedba je zelo podobna, kakor pri enojnem vzdolžnem vodilu s to razliko, da linijska členkasta podpora prostorskega upogibnega nosilca na nadgradnji vozila ni pod pravim kotom glede na vzdolžno os vozila. Os vrtišča obese mora biti postavljena tako, da leži v isti ravnini, kot os vrtišča kolesa. Na ta način se sicer poslabša navpično vodenje kolesa, se pa izboljša prenos sil med kolesom in nadgradnjo v prečni smeri.

V primeru, ki je prikazan na sliki 3.15, je vrtišče prostorske obese postavljeno pod nepravim kotom tako na vzdolžno simetrijsko ravnino, kot na ravnino vozne površine, kar je običajna izvedba geometrije tega obešenja. Pol hitrosti P pri prečnem nagibanju vzmetene nadgradnje vozila se nahaja na presečišču podaljšane osi tečajev obese in rotacijske osi koles. V presečišču zveznice med polom hitrosti P in sredino dotikalne površine pnevmatike z vozno površino ter vzdolžne simetrijske ravnine vozila se nahaja trenutni center rotacije RC za prečni nagib vzmetene nadgradnje, ki je od vozne površine oddaljen za višino $h_{\rm r}$.

V vseh zgoraj opisanih primerih sta nosilca pest obeh koles na premi z nadgradnjo vozila povezana še s prečnim stabilizatorjem, ki preprečuje preveliko nagibanje vozila pri vožnji v ovinek.

3.5.2. Vzmetena toga prema

Pri togi premi sta obe kolesi uležajeni na togo prečno povezavo, ki je lahko bodisi mirujoča os (negnana prema vozila), bodisi nosilec kotnega gonila z diferencialom ter polgredi (gnana prema vozila). Na nadgradnjo vozila je tako z vzmetnimi in dušilnimi elementi v bistvu pritrjena kar cela prema vozila.

Najenostavnejša in posledično najzanesljivejša izvedba obešenja toge preme je **obešenje z listnatimi vzmetmi** – glej sliko 3.16.



Slika 3.16: Obešenje toge preme z listnatimi vzmetmi

V tem primeru je toga prema povezana z nadgradnjo vozila z dvema paketoma listnatih vzmeti in dvema dušilnima elementoma. Po en paket listnatih vzmeti in en dušilni element se nahajata na vsaki strani vozila čim bližje kolesoma zato, da se zmanjša upogibna dolžina prečne povezave na togi premi. Paket listnatih vzmeti je togo pritrjen na prečno povezavo ter enkrat vpet na karoserijo z linijskim členkom, drugič pa z linijskim členkom prek nihajne ročice – glej sliko 3.16. Nihajna ročica omogoča gibanje preme v navpični smeri, ker so paketi listnatih vzmeti zelo togi v vzdolžni smeri. Listnate vzmeti nadomestijo vse druge povezave toge preme z nadgradnjo vozila, ker omogočajo vođenje preme v navpični, prečni in vzdolžni smeri vozila.

Pri tem tipu obešenja je trenutni center rotacije RC v točki, ki je presečišče treh ravnin: i.) vzdolžne navpične simetrijske ravnine vozila (*x*-*z*); ii.) prečne navpične ravnine, ki poteka skozi vrtilno os koles (*y*-*z*) ter iii.) ravnine, ki poteka skozi tečaje na nadgradnji vozila, na katere so vpeti paketi listnatih vzmeti.

To je najpogostejši način obešenja težkih tovornih vozil za delo na gradbišču ter vojaških tovornih vozil. Vzmetenje je izredno robustno, njegovi slabosti sta predvsem nezmožnost uravnavanja višine nadgradnje vozila in manjši hod vzmetenja v primerjavi z vijačnimi vzmetmi.

Če želimo obešenje toge preme z velikim hodom vzmetenja ali s pnevmatskimi vzmetmi, ki omogočajo regulacijo višine nadgradnje vozila, se navadno uporabljajo naslednje izvedbe obešenja:

- obešenje toge preme s štirimi vzdolžnimi paličnimi vodili;
- obešenje toge preme z vzdolžnima paličnima vodiloma in trikotnim vzdolžnim vodilom;
- obešenje toge preme z vzdolžnima paličnima vodiloma in Panhardovim drogom;
- obešenje toge preme z vzdolžnima paličnima vodiloma in Wattovim mehanizmom.

Obešenje toge preme s štirimi vzdolžnimi paličnimi vodili je prikazano na sliki 3.17.



Slika 3.17: Obešenje toge preme s štirimi vzdolžnimi paličnimi vodili, ki so postavljena pod kotom

Vodenje toge preme je v tem primeru doseženo z dvema paroma paličnih vodil, kjer so palice členkasto vpete na togo premo in nadgradnjo vozila. Spodnji par vodil predstavljata daljši palici, ki sta postavljeni pod ostrim kotom glede na smer vožnje v ravnini x-y vozila. Naklonski kot teh dveh palic v ravnini x-z je takšen, da je koordinata z vpetišča palic na nadgradnji višja od koordinate z vpetišča palic na togi premi. Zgornji par vodil predstavljata krajši palici, ki sta postavljeni pod ostrim kotom v

nasprotni smeri vožnje v ravnini x-y vozila. Naklonski kot teh dveh palic v ravnini x-z je takšen, da je koordinata z vpetišča palic na nadgradnji nižja od koordinate z vpetišča palic na togi premi. Takšen način vpetja omogoča dobro prevzemanje bočnih sil in paralelogramsko vodenje preme v smeri vožnje vozila.

Višina h_r trenutnega centra rotacije RC za prečni nagib vzmetene nadgradnje se v tem primeru določi s pomočjo polov hitrosti P_A in P_B pri bočnem premiku vodilnega mehanizma preme vozila. Iz postavitve obeh parov vodil in teorije mehanizmov sledi, da se trenutni pol hitrosti P_A pri bočnem premiku dveh krajših vodil nahaja za togo premo vozila, trenutni pol hitrosti P_B pri bočnem premiku dveh daljših vodil pa pred togo premo vozila. Trenutna položaja obeh polov hitrosti predstavljata tudi točki, v katerih delujeta reakcijski sili nadgradnje (R_{By} in R_{Ay}) na bočno obremenitev preme F_y . Trenutni center rotacije RC je presečišče zveznice med točkama P_A in P_B ter navpične prečne ravine, ki poteka skozi vrtilno os koles na togi premi.

Posebna izvedba tega tipa obešenja je obešenje z vzporednima spodnjima vodiloma (glej sliko 3.18), s katerima pogosto rešujemo pomanjkanje prostora za postavitev poševnih daljših vzdolžnih vodil.



Slika 3.18: Obešenje toge preme z vzporednima spodnjima vodiloma

V tem primeru je trenutni pol hitrosti $P_{\rm B}$ pri bočnem premiku toge preme v neskončnosti. Zato se trenutni center rotacije *RC* nahaja v presečišču navpične prečne ravine, ki poteka skozi vrtilno os koles na togi premi, ter

premice, ki je v ravnini x-z vzporedna palicama spodnjih vodil in poteka skozi trenutni pol histrosti P_A zgornjih vodil.

Posebna izvedba vodila s slike 3.18 je **obešenje toge preme z vzdolžnima paličnima vodiloma in trikotnim vzdolžnim vodilom,** kar je prikazano na sliki 3.19



Slika 3.19: Obešenje toge preme z vzdolžnim trikotnim vodilom

Podobno kakor v zgoraj opisanem primeru obešenja toge preme s štiripaličnim vodilom in spodnjima vzporednima vodiloma, tudi v tem primeru par vzdolžnih, členkasto vpetih paličnih elementov skrbi za vzdolžno in navpično vodenje koles ter za prenašanje obremenitev med premo in nadgradnjo vozila v vzdolžni smeri. V prečni smeri zagotovi vodenje preme in prenos prečnih obremenitev zgornje trikotno vodilo, ki je na sredini preme (navadno na zadnji premi na vrhu ohišja kotnega gonila) vpeto s sferičnim členkom, na nadgradnji vozila pa z linijskim členkom. Tako sta omogočena navpično in prečno nihanje nadgradnje oziroma preme vozila. Iz kinematike tega tipa obešenja sledi, da se trenutni center rotacije *RC* nahaja točno v središču sferičnega členka zgornjega trikotnega vodila na togi premi.

Ker tudi takšen način obešenja porabi relativno veliko prostora, se ga v veliki večini primerov uporablja predvsem na zadnjih pogonskih premah vseh vrst tovornih vozil, saj imajo le-ta v prostoru med vzdolžnim Hnosilcem šasije dovolj prostora za vgradnjo in navpično gibanje trikotnega vodila preme.



Obešenje toge preme z vzdolžnima paličnima vodiloma in Panhardovim drogom je prikazano na sliki 3.20.

Slika 3.20: Obešenje toge preme s Panhardovim drogom

Pri tem tipu obešenja je toga prema povezana z nadgradnjo vozila z dvema členkasto vpetima vzdolžnima paličnima vodiloma in enim prečnim členkasto vpetim paličnim vodilom (Panhardov drog). Nosilec preme je na nadgradnjo direktno povezan še z dušilnimi in vzmetnimi elementi. Za vodenje v vzdolžni in navpični smeri ter za prenašanje obremenitev v vzdolžni smeri poskrbijo vzdolžna vodila, za vodenje in prenos obremenitev v prečni smeri pa Panhardov drog.

Višina h_r trenutnega centra rotacije RC za prečni nagib vzmetene nadgradnje se v tem primeru določi s pomočjo trenutnega pola hitrosti P_B sprednjih vzdolžnih vodil pri bočnem premiku vodilnega mehanizma preme vozila ter trenutnega pola hitrosti P_A , ki je definiran s Panhardovim drogom. Pol hitrosti P_B je določen na enak način, kot pri togi premi s štiripaličnim vodilom. Pol hitrosti P_A pa se nahaja na prebodišču Panhardovega droha skozi navpično vzdolžno simetrijsko ravnino vozila.

Trenutni center rotacije RC je presečišče zveznice med točkama P_A in P_B ter navpične prečne ravine, ki poteka skozi vrtilno os koles na togi premi.

Ta tip obešenja je zelo enostaven in prostorsko dokaj racionalen, njegova slabost pa je, da se pri navpičnem nihanju nadgradnja vozila glede na togo premo premika v navpični in prečni smeri, saj rotacija Panhardovega droga opisuje krožnico. Tak način obešenja je pogost pri osebnih vozilih z zadnjo togo premo ali večjih osebnih terenskih vozilih.

Slabost Panhardovega droga, to je prečno gibanje nadgradnje vozila pri njenem navpičnem nihanju, nadomestimo z **obešenjem toge preme z** vzdolžnima vodiloma in Wattovim mehanizmom – glej sliko 3.21.



Slika 3.21: Obešenje toge preme z Wattovim mehanizmom

Pri tem obešenju je Panhardov drog nadomeščen z Wattovim mehanizmom. Zaradi razmerja treh ročic v štirizgibnem mehanizmu, se centralna točka srednje ročice premika skorajda izključno v navpični smeri, medtem ko na nadgradnjo vozila vpeti prva in tretja ročica Wattovega mehanizma nihata. Centralna točka srednje ročice je vrtljivo vpeta na togo premo in trenutni center rotacije *RC* sovpada s to točko. Ostali elementi pri tem tipu obešenja imajo enako funkcijo, kakor elementi pri obešenju s Panhardovim drogom. Ker je obešenje z Wattovim mehanizmom sorazmerno komplicirano, ga pri osebnih vozilih srečamo redkeje, kakor obešenje s Panhardovim drogom. Uporabljen je najpogosteje pri ameriških velikih terenskih vozilih za mestno uporabo.

V vseh zgoraj opisanih primerih togih prem sta nosilca pest obeh koles z nadgradnjo vozila povezana še s prečnim stabilizatorjem, ki preprečuje preveliko nagibanje vozila pri vožnji v ovinek.

3.5.3. Vzmetena poltoga prema

Vzmetena poltoga prema je eno najenostavnejših in prostorsko racionalnih obešenj. Bistveni sestavni del je prečni nosilec v obliki narobe

obrnjene črke U – glej sliko 3.22. Pri tem obešenju sta na prečni nosilec, ki je členkasto vpet na nadgradnjo vozila, togo pritrjeni nihajni roki, ki sta v bistvu upogibna nosilca pesta kolesa. Na nihajni roki so pritrjeni tudi dušilni in vzmetni elementi.



Slika 3.22: Vzmetena poltoga prema

Prečni nosilec ima točno določeno torzijsko togost, saj je poleg pozicioniranja nihajnih rok kolesa njegova funkcija tudi torzijska stabilizacija vozila na premi. Ker leži trenutni pol hitrosti pri bočnem zasuku nadgradnje zaradi oblike te preme vedno na ravnini vozne površine (četudi je lahko v neskončnosti), je trenutni center rotacije *RC* na vozni površini točno na sredini med teoretičnima dotikalnima točkama koles z vozno površino.

Od vseh načinov obešenja so prostorske zahteve za vgradnjo pri poltogi premi najmanjše, poleg tega v tem primeru vgradnja prečnega stabilizatorja ni potrebna. To je zelo pogost način obešenja koles na zadnji premi pri družinskih osebnih vozilih nižjega in srednjega razreda, ki imajo velik prtljažni prostor in normalno velikost rezervnega kolesa. Leto je spravljeno v prostor med nihajnima rokama poltoge preme. Edina slabost tega obešenja je njegova sorazmerno velika prožnost vzdolžnih nosilcev koles v prečni smeri, ki škodljivo vpliva na bočno stabilnost vozila pri hitri vožnji v ovinek.

3.5.4. Dušilni elementi na obešenju vozila

Velika večina kolesnih vozil vseh vrst v cestnem in železniškem prometu ima dandanes za blaženje in dušenje sunkov med vzmetenimi in nevzmetenimi deli podvozja vgrajene dvocevne oljne dušilne elemente – glej sliko 3.23. Dvocevni oljni dušilni element je pravzaprav hidravlični cilinder z dvojno steno. Bat, ki je pritrjen na batnico cilindra, potuje oziroma niha v notranjem hidravličnem cilindru.



Slika 3.23: Dvocevni oljni dušilni element vozila

Ker je olje v inženirskem smislu nestisljiva kapljevina, je v votlem prostoru med zunanjo in notranjo steno hidravličnega cilindra prostor, napolnjen s plinom. Ta plinski tlačni akumulator namreč prek stisnitve plina v njem kompenzira zmanjšanje volumna olja v notranjem cilindru dušilnega elementa, ko se bat z batnico pomika proti zgornji skrajni legi. Tako v batu kakor v steni med zunanjim in notranjim rezervoarjem olja so protipovratni ventili, ki med gibanjem batnice z batom selektivno dopuščajo tok olja v(iz) notranji(ega) hidravlični(ega) cilinder(ra).

Ker se mora kolo vozila pri naletu na oviro hitro umakniti oviri, da ne pride do porušitve elementov obešenja vozila, hkrati pa mora dušilni element dobro blažiti in dušiti sunke na nevzmetene elemente vozila, imajo protipovratni ventili različne dušilne karakteristike. Pri tem imajo ventili, ki omogočajo pretok olja pri stisnitvi dušilnega elementa, relativno nizek faktor dušenja. Po drugi strani imajo ventili, ki omogočajo pretok olja pri raztegovanju dušilnega elementa, relativno visok faktor dušenja. Na ta način je pri vsakem naletu na oviro omogočen hiter umik kolesa, pri povratku pa se v elastične elemente obešenja shranjena potencialna energija disipira na dušilkah dušilnega elementa.

3.5.5. Elementi vzmetenja na vozilu

Moderna cestna, terenska in železniška vozila imajo naslednje izvedbe vzmetenja:

- vzmetenje z jeklenimi vzmetmi:
 - vzmetenje s paketom listnatih upogibnih vzmeti (na primer vozila za gradbeništvo);
 - vzmetenje s torzijskimi paličnimi vzmetmi (nekoč na primer Renault 4, danes terenska oklepna vozila s kolesi ali gosenicami);
 - vzmetenje s torzijskimi vijačnimi vzmetmi (danes prevladujoči vzmetni elementi v osebnih vozilih nizkega,

srednjega in višjega razreda ter na tovornih železniških vagonih);

- vzmetenje s kompozitnimi upogibnimi vzmetmi: danes je takšno vzmetenje serijsko vgrajeno v športnem vozilu Chevrolet Corvette [21], [22];
- pnevmatsko in hidropnevmatsko vzmetenje:
 - hidropnevmatsko vzmetenje se danes uporablja pri vozilih znamke Citroen višjega razreda, za vzmetenje sprednjih prem pri srednje velikih in velikih traktorjih (oziroma za vzmetenje obeh prem pri traktorju znamke JCB, serija 4xx0) in za vzmetenje koles pri angleškem oklepnem vozilu Challenger;
 - pnevmatsko vzmetenje se danes uporablja pri cestnih vozilih z regulacijo višine nadgradnje (draga osebna vozila, visokega razreda in cestni tovornjaki ter železniški vagoni in vlakovne kompozicije za prevoz ljudi).

Na tem mestu ne bomo opisovali jeklenih vzmeti, ki se uporabljajo v vzmetenju vozil, ker so bili vsi zgoraj našteti tipi vzmeti podrobno obravnavani pri predmetu Strojni elementi 1. Nekaj pozornosti namenjamo prikazu kompozitnih upogibnih vzmeti, pnevmatskih vzmeti in hidropnevmatskega vzmetenja.

Vzmetenje s kompozitnimi upogibnimi vzmetmi

Kot je bilo omenjeno že zgoraj, se danes ta tip vzmetenja uporablja pri športnem vozilu Chevrolet Corvette. V bistvu imajo že vsi modeli Chevrolete-a Corvette od modela Stingray naprej takšno vzmetenje vsaj na eni premi [21], [22]. To vzmetenje je shematsko prikazano na sliki 3.24. Kakor vidimo na tej sliki, je upogibna listnata vzmet na konceh iz kompozita členkasto vpeta na spodnji ročici paralelogramskega obešenja vozila, na sredi pa je členkasto in drseče vpeta na nadgradnjo vozila. Takšna vzmet služi primarno za blaženje vertikalnih obremenitev; takrat je njena upogibna dolžina maksimalna in sega od enega konca vzmeti na drugi konec. Pri vožnji v ovinek pa se del listnate vzmeti na zunanji obesi upogne v nasprotni smeri, kakor del listnate vzmeti na notranji obesi. Upogibna dolžina vzmeti, ki skuša vračati vozilo v statično ravnovesno lego, je tako bistveno manjša, kakor pri izključno navpičnem nihanju nadgradnje. V tem primeru vzmet pomaga pri prečni stabilizaciji vozila.



Slika 3.24: Vzmetenje vozila Chevrolete Corvette

Vzmetna karakteristika pnevmatske vzmeti

Pri izpeljavi vzmetne karakteristike pnevmatske vzmeti si pomagamo z modelom pnevmatskega cilindra, v katerem je plin, ki ima v primeru neobremenjene vzmeti nek začetni tlak p_0 – glej sliko 3.25.



Slika 3.25: Vzmetenje vozila Chevrolete Corvette

Pri stisku pnevmatske vzmeti s silo F se vzmet povesi (stisne) za vrednost s, ki je nelinearno odvisna od sile F, saj kratkotrajna kompresija in ekspanzija v pnevmatski vzmeti potekata vzdolž politropne krivulje – glej sliko 3.25. Eksponent politrope n je navadno okoli vrednosti 1,3. Enačbo za krivuljo politrope zapišemo v naslednji obliki:

$$p_0 \cdot V_0^n = p \cdot V^n \tag{3.47}$$

Ker je volumen enak prečnemu preseku A pnevmatskega cilindra, velja:

$$p_0 \cdot A^n \cdot h_0^n = \frac{F}{A} \cdot A^n \cdot (h_0 - s)^n \tag{3.48}$$

Iz enačbe (3.48) sledi, da se pri pnevmatski vzmeti sila F v odvisnosti od povesa s spreminja takole – glej tudi sliko 3.26:

$$F = \frac{p_0 \cdot A \cdot h_0^n}{(h_0 - s)^n}$$
(3.49)

Ker je togost vzmeti *c* odvod sile *F* po povesu *s*, velja:

$$c = c(s) = \frac{dF}{ds} = \frac{n \cdot p_0 \cdot A \cdot h_0^n}{(h_0 - s)^{n+1}}$$
(3.50)

Iz zgornje enačbe sledi, da sila F narašča nelinearno s povesom s, karakteristika vzmeti je progresivna.

Pnevmatske vzmeti v praksi niso klasični pnevmatski cilindri, ker bi bilo tesnjenje težko zagotoviti, poleg tega bi trenje tesnil ob stene pnevmatskega cilindra povzročalo histerezni učinek, ki ni vedno zaželen. Zaradi tega je dandanes velika večina pnevmatskih vzmeti, ki se uporabljajo pri vozilih izvedena v obliki cilindričnega vzmetnega mehu – glej sliko 3.26.



Slika 3.26: Pnevmatski vzmetni meh

Pri pnevmatskem vzmetnem mehu je zgornji del s pletivom ojačanega gumijastega meha vpet na vzmetno prirobnico na nadgradnji vozila. Spodnji del meha pa je toroidno spodvit v notranjost in vpet na odvaljni bat, ki se nahaja na premi vozila – glej sliko 3.26. Pri premiku preme

vozila z odvaljnim batom navzdol, se vzmetni meh odvija od odvaljnega bata navzgor. Pri gibanju preme v nasprotni smeri, torej navzgor, pa se meh navija na odvaljni bat.

Z dovajanjem oziroma odvajanjem plina v takšno vzmet pa lahko ob praktično konstantnem tlaku v vzmeti reguliramo višino nadgradnje vozila. Več kot je zraka v vzmeti, bolj je nadgradnja vozila odmaknjena od tal in nasprotno, manj kot je zraka v vzmeti, bližje tlem je nadgradnja vozila.

Citröenov hidropnevmatski sistem vzmetenja

Poseben tip vzmetenja je Citröenov hidropnevmatski sistem vzmetenja. Originalni sistem Citröenovega vzmetenja na eni premi vozila je sestavljen iz dveh hidravličnih cilindrov, ki služita za prenos obremenitve iz obešenja koles na nadgradnjo vozila, treh hidropnevmatskih elementov, ki so v bistvu posebna vrsta pnevmatskih vzmeti, hidravlične črpalke, usmerjevalnega ventila in rezervoarja hidravličnega olja – glej sliko 3.27.



Slika 3.27: Citröenov hidropnevmatski sistem vzmetenja [19]

Jedro tega sistema predstavljajo trisferični elementi, v katerih je plin (navadno dušik N_2) ločen od hidravličnega olja z elastično gumijasto membrano. Plin v zgornjem delu vsake sfere predstavlja pnevmatsko vzmet in hkrati kompenzator volumna pri gibanju batnice in bata v spodnjem hidravličnem cilindru. Med spodnjim delom sfere in

hidravličnim cilindrom je prirobnica z dvema protipovratnima ventiloma, ki imata različni dušilni karakteristiki, podobno kot v primeru dvocevnega oljnega dušilnega elementa v poglavju 3.5.4. Tudi njuna funkcija je enaka. Funkcija hidravličnega cilindra je torej prenos gibanja med obeso in sfero s plinom in hkrati dušenje giba obese. Oba hidravlična cilindra pa sta prek osrednjega usmerjevalnega ventila povezana še z osrednjo sfero. Na to je vezana tudi hidravlična črpalka, ki skrbi za dodajanje oziroma odvzemanje hidravličnega olja iz sistema.

V primeru, ko usmerjevalni ventil povezuje vse tri sfere na eni premi, predstavljajo vse tri sfere skupaj pnevmatsko vzmet, ki prevzema navpične sile v obešenju vozila. Takšna konfiguracija sistema vzmetenja predstavlja tako imenovano mehko vzmetenje, saj sunek sile na eni obesi prevzamejo vse tri sfere. Če pa je usmerjevalni ventil zaprt, je blokiran pretok olja med osrednjo hidropnevmatsko sfero in sferama na obesah kolesa. Ker pretok hidravličnega olja skozi sistem v tem primeru ni mogoč, sunek sile na eni obesi prevzame le hidropnevmatska sfera na tisti obesi, zato ima vzmetenje tršo vzmetno karakteristiko.

Takšen sistem vzmetenja pa omogoča tudi regulacijo višine nadgradnje vozila. Če je usmerjevalni ventil odprt, lahko črpalka v sistem dovaja hidravlično olje iz rezervoarja. Zaradi relativno majhne stisljivosti hidravličnega olja se bosta posledično bata v obeh hidravličnih cilindrih premaknila navzdol in nadgradnja vozila se bo dvignila. Če pa črpalka olje iz sistema odvzema, se bo zaradi obratnega učinka nadgradnja vozila spuščala. Spuščanje nadgradnje vozila je seveda mogoče tudi brez delovanja hidravlične črpalke, vendar v tem primeru traja dalj časa.

3.6. Mehanika obešenja in nadgradnje vozila

3.6.1. Določitev geometrije vodilnih elementov obešenja

Pospeševanje vozila

Pri pospeševanju pride zaradi dinamične prerazporeditve sil do dvigovanja vozila na sprednji premi ter povesa vozila na zadnji premi. Z ustrezno geometrijo obešenja je možno doseči naslednje:

- preprečiti dvig vozila na sprednji premi;
- preprečiti poves vozila na zadnji premi;
- 70

• preprečiti zasuk vozila nazaj okoli prečne rotacijske osi.

Zaradi kompleksnosti obravnavanega problema običajno določitev geometrije obešenja vozila izvedemo s pomočjo dveh poenostavitev:

- naklonski kot strmine α je enak nič;
- upore pri vožnji vozila (kotalni upor, upor ležajev, zračni upor, upor priklopnika) zanemarimo;
- pospešek vozila $a = a_x$ je konstanten.

Ob upoštevanju teh poenostavitev sta kvazi stacionarni sili koles na podlago za sprednjo (Z_1) in zadnjo (Z_2) premo pri pospeševanju vozila s pospeškom a_x enaki – glej tudi sliko 3.3:

$$Z_1 = G \cdot \frac{l''}{l} - \frac{h_n}{l} \cdot F = Z_{1,\text{st}} - \frac{h_n}{l} \cdot m \cdot a_x$$
(3.51)

$$Z_2 = G \cdot \frac{l'}{l} + \frac{h_n}{l} \cdot F = Z_{2,\text{st}} + \frac{h_n}{l} \cdot m \cdot a_x$$
(3.52)

Najprimernejša geometrijska razmerja, ki pri pospeševanju preprečujejo bodisi dvig vzmetene nagradnje vozila na spredni premi bodisi zasuk nadgradnje okoli njenega težišča, bomo zapisali za različne možnosti podvozja.

Primer pogona 4 x 2 zadaj s togo zadnjo premo

Pri izpeljavi najprimernejših geometrijskih razmerij si bomo pomagali s t. i. analizo z ekvivalentno roko obešenja. Pogonska toga zadnja prema, ki je vodena proti nadgradnji s štiripaličnim vodilom, je prikazana na sliki 3.28 za ravnino vozila *x-z*. Sila *F* je pogonska sila, ki deluje na kolo.



Slika 3.28: Pogonska toga zadnja prema s štiripaličnim vodilom [3]

Glede na geometrijo štiripaličnega mehanizma je trenutni pol hitrosti pri gibanju toge preme v navpični smeri na presečišču osi spodnjih in zgornjih vodil. Od členka O, ki povezuje spodnje palice s premo, je oddaljen za dolžino d v smeri vožnje. Zaradi pogonske sile F, s katero vozna površina potiska vozilo naprej, se v spodnjih in zgornjih palicah vodil pojavita sili P_1 in P_2 , kakor kaže slika 3.28. Ravnotežje enačb za pogonsko zadnjo togo premo lahko zapišemo takole:

$$\sum F_{x} = 0 = F + P_{1} \cdot \cos \theta_{1} - P_{2} \cdot \cos \theta_{2}$$
(3.53)

$$\sum F_z = 0 = Z_2 - P_1 \cdot \sin \theta_1 - P_2 \cdot \sin \theta_2$$
(3.54)

$$\sum M_{\rm O} = 0 = F \cdot h_2 - \left(P_1 \cdot \cos\theta_1\right) \cdot h_1 \tag{3.55}$$

Iz tega sistema enačb sledijo naslednje relacije:

$$P_1 = \frac{F \cdot h_2}{h_1 \cdot \cos \theta_1} \tag{3.56}$$

$$P_2 = \frac{F \cdot (1 + h_2/h_1)}{\cos \theta_2}$$
(3.57)

$$Z_2 = F \cdot \frac{h_2}{h_1} \cdot \tan \theta_1 + F \cdot \left(1 + \frac{h_2}{h_1}\right) \cdot \tan \theta_2$$
(3.58)

Z upoštevanjem tangensov kotov θ_1 in θ_2 v enačbi (3.58) dobimo poenostavljeno zvezo med pogonsko silo *F* in navpično silo Z_2 :

$$\tan\theta_1 = \frac{h_1 + h_2 - e}{d} \tag{3.59}$$

$$\tan \theta_2 = \frac{e - h_2}{d} \tag{3.60}$$

$$\frac{Z_2}{F} = \frac{e}{d} \tag{3.61}$$

Iz enačbe (3.61) sklepamo, da lahko obravnavani sistem obešenja toge preme na sliki 3.28 nadomestimo z ekvivalentno roko obešenja, ki je togo pritrjena na pogonsko zadnjo togo premo [3] – glej tudi sliko 3.29.



Slika 3.29: Ekvivalentno obešenje za pogonsko zadnjo togo premo [3]

Sila ΔZ_2 na sliki 3.29 je prirastek navipčne podporne sile v vzmetenju zadnje preme vozila zaradi pospeševanja vozila s konstantnim pospeškom a_x . Za ekvivalentno roko obešenja zapišemo ravnotežno enačbo navorov okoli vrtišča A:

$$\sum M_{\rm A} = 0 = Z_{2,\rm st} \cdot d + m \cdot a_{\rm x} \cdot \frac{h_{\rm n}}{l} \cdot d - Z_{2,\rm st} \cdot d - \Delta Z_2 \cdot d - F \cdot e \qquad (3.62)$$

Ob upoštevanju zveze $F = m \cdot a_x$ iz enačbe (3.62) sledi:

$$\Delta Z_1 = -m \cdot a_x \cdot \frac{h_n}{l} = k_1 \cdot s_1 \tag{3.63}$$

$$\Delta Z_2 = m \cdot a_x \cdot \frac{h_n}{l} - F \cdot \frac{e}{d} = k_2 \cdot s_2 \tag{3.64}$$

Pri tem količine v zgornjih enačbah in na sliki 3.29 pomenijo naslednje: $Z_{2,st}$ je statična navpična sila med kolesi zadnje preme in podlago, $\Delta Z_{1,2}$ sta spremembi navpičnih sil v vzmetenju, k_1 je togost vzmeti na sprednji premi, k_2 je togost vzmeti na zadnji premi, s_1 je poves vzmeti na sprednji premi in s_2 je poves vzmeti na zadnji premi. Skrčka vzmeti na sprednji in zadnji premi sta privzeta kot pozitivni količini.

Če naj se višina vzmetene nadgradnje vozila na zadnji premi pri pospeševanju ne povesi navzdol (protipočep; angl. »anti-squat«), potem mora biti vrtišče ekvivalentne roke obešenja postavljeno tako, da je sila

 ΔZ_2 v enačbi (3.64) enaka nič. To pomeni, da morata višina *e* vrtišča *A* in oddaljenost tega vrtišča od osi kolesa *d* izpolniti naslednji pogoj [3]:

$$\frac{e}{d} = \frac{h_{\rm n}}{l} \tag{3.65}$$

Če pa naj se vozilo pri pospeševanju ne zasuka okoli prečne osi, ki gre skozi težišče nadgradnje (protizasuk, angl. »anti-pitch«), mora biti kot zasuka θ_n vzmetene nadgradnje okoli težišča nadgradnje enak nič. Ob upoštevanju majhnih zasukov je kot θ_n enak [3]:

$$\theta_{n} \approx \tan \theta_{n} = \frac{s_{2} - s_{1}}{l} = \frac{1}{l} \cdot \left[\frac{\Delta Z_{2}}{k_{2}} - \frac{\Delta Z_{1}}{k_{1}} \right] =$$

$$= \frac{1}{l} \cdot m \cdot a_{x} \cdot \left[\frac{h_{n}}{k_{2} \cdot l} - \frac{e}{k_{2} \cdot d} + \frac{h_{n}}{k_{1} \cdot l} \right]$$
(3.66)

To se zgodi, če je izpolnjen naslednji pogoj:

$$\frac{e}{d} = \frac{h_{\rm n}}{l} + \frac{h_{\rm n} \cdot k_2}{l \cdot k_1} \tag{3.67}$$

Enačbi (3.65) in (3.67) v praksi pomenita, da se geometrijo vzmetenja pogonske zadnje toge preme prilagodi tako, da je razmerje e/d med obema skrajnima vrednostma, ki sta definirani v teh dveh enačbah. Zaradi kompromisnega razmerja e/d posledično pri pospeševanju vozila vedno pride do določenega počepa vzmetene nadgradnje na zadnji premi in do določenega zasuka nadgradnje okoli njenega težišča.

Primer pogona 4 x 2 spredaj s togo sprednjo premo

Če ima pogonska sprednja toga prema enak način obešenja, kot je bil prikazan v primeru pogonske zadnje toge preme, potem jo lahko predstavimo s podobno ekvivalentno roko obešenja - glej sliko 3.30 [3].



Slika 3.30: Ekvivalentno obešenje za pogonsko sprednjo togo premo [3]

Za razliko od pogona zadaj, na sprednji premi dinamična porazdelitev sil zaradi pospeševanja povzroča zmanjševanje navpične sile Z_1 med kolesi in podlago na pogonski premi. S podobno izpeljavo kot za pogonsko zadnjo togo premo tudi v tem primeru pridemo do naslednjih enačb:

$$\sum M_{\rm A} = 0 = Z_{\rm 1,st} \cdot d - m \cdot a_{\rm x} \cdot \frac{h_{\rm n}}{l} \cdot d - Z_{\rm 1,st} \cdot d - \Delta Z_{\rm 1} \cdot d - F \cdot e \qquad (3.68)$$

$$\Delta Z_1 = -m \cdot a_x \cdot \frac{h_n}{l} - F \cdot \frac{e}{d} = k_1 \cdot s_1 \tag{3.69}$$

$$\Delta Z_2 = m \cdot a_x \cdot \frac{h_n}{l} = k_2 \cdot s_2 \tag{3.70}$$

Če naj se sedaj višina vzmetene nadgradnje vozila na sprednji premi pri pospeševanju ne dvigne navzgor, potem mora biti vrtišče ekvivalentne roke obešenja postavljeno tako, da je sila ΔZ_1 v enačbi (3.69) enaka nič. Iz tega pogoja sledi naslednja zveza [3]:

$$\frac{e}{d} = -\frac{h_{\rm n}}{l} \tag{3.71}$$

Negativni predznak v enačbi (3.71) pomeni, da se mora nahajati vrtišče ekvivalentne roke obešenja za gnano sprednjo togo premo glede na smer vožnje, da se izognemo dvigu vzmetene nadgradnje pri pospeševanju.

Kot zasuka θ_n vzmetene nadgradnje okoli težišča nadgradnje sedaj izračunamo z naslednjo enačbo:

$$\theta_{n} \approx \tan \theta_{n} = \frac{s_{2} - s_{1}}{l} = \frac{1}{l} \cdot \left[\frac{\Delta Z_{2}}{k_{2}} - \frac{\Delta Z_{1}}{k_{1}} \right] =$$

$$= \frac{1}{l} \cdot m \cdot a_{x} \cdot \left[\frac{h_{n}}{k_{2} \cdot l} + \frac{h_{n}}{k_{1} \cdot l} + \frac{e}{k_{1} \cdot d} \right]$$
(3.72)

Če naj se v tem primeru vozilo pri pospeševanju ne zasuka okoli prečne osi, ki gre skozi težišče nadgradnje ($\theta_n = 0$), dobimo iz enačbe (3.72) naslednjo zvezo [3]:

$$\frac{e}{d} = -\frac{h_{\rm n}}{l} - \frac{h_{\rm n} \cdot k_1}{l \cdot k_2} \tag{3.73}$$

Tudi v enačbi (3.73) je na desni strani negativni predznak, zato tudi kriterij ničnega zasuka vzmetene nadgradnje vodi k sklepu, da se mora nahajati vrtišče ekvivalentne roke obešenja za gnano sprednjo togo premo za premo glede na smer vožnje.

Podobno kot pri pogonski zadnji togi premi tudi v primeru pogonske sprednje toge preme enačbi (3.71) in (3.73) v praksi pomenita, da se geometrijo vzmetenja pogonske sprednje toge preme prilagodi tako, da je razmerje e/d med obema zgoraj določenima skrajnima vrednostma. Posledično pri pospeševanju vozila spet pride do določenega dviga vzmetene nadgradnje na sprednji premi in do določenega zasuka nadgradnje okoli njenega težišča.

Primer pogona 4 x 2 zadaj s posamičnim obešenjem na zadnji premi

Pri posamičnem obešenju na zadnji premi je diferencialno gonilo pritrjeno na ohišje vzmetene nadgradnje. To pomeni, da se reakcija na pogonski navor M_2 prek polgredi prenese direktno na vzmeteno nadgradnjo vozila in jo s tem dodatno obremeni [3] – glej tudi sliko 3.31.



Slika 3.31: Ekvivalentno obešenje za pogonsko zadnjo premo s posamičnim obešenjem [3]

Ta dodatni navor M_2 vpliva na ravnotežje sil obešenja ter posledično spremeni mejne vrednosti razmerja e/d za protipočep in protizasuk v primerjavi s pogonsko togo premo. Za zadnjo pogonsko premo s posamičnim obešenjem lahko s pomočjo slike 3.31 zapišemo naslednje enačbe:

$$\sum M_{\rm A} = 0 = Z_{2,\rm st} \cdot d + m \cdot a_{\rm x} \cdot \frac{h_{\rm n}}{l} \cdot d - Z_{2,\rm st} \cdot d - \Delta Z_2 \cdot d - F \cdot (e - r_{\rm st2}) \quad (3.74)$$

$$\Delta Z_1 = -m \cdot a_x \cdot \frac{h_n}{l} = k_1 \cdot s_1 \tag{3.75}$$

$$\Delta Z_2 = m \cdot a_x \cdot \frac{h_n}{l} - F \cdot \frac{e - r_{st2}}{d} = k_2 \cdot s_2 \tag{3.76}$$

$$\theta_{n} \approx \tan \theta_{n} = \frac{s_{2} - s_{1}}{l} = \frac{1}{l} \cdot \left[\frac{\Delta Z_{2}}{k_{2}} - \frac{\Delta Z_{1}}{k_{1}} \right] =$$

$$= \frac{1}{l} \cdot m \cdot a_{x} \cdot \left[\frac{h_{n}}{k_{2} \cdot l} - \frac{e - r_{st2}}{k_{2} \cdot d} + \frac{h_{n}}{k_{1} \cdot l} \right]$$
(3.77)

Iz enačb (3.75) in (3.77) lahko zapišemo mejna razmerja bodisi za protipočep ($Z_2 = 0$) bodisi za protizasuk ($\theta_n = 0$) vzmetene nadgradnje pri pospeševanju [3]:

$$\frac{e - r_{\text{st2}}}{d} = \frac{h_n}{l} \tag{3.78}$$

$$\frac{e - r_{\text{st2}}}{d} = \frac{h_{\text{n}}}{l} + \frac{h_{\text{n}} \cdot k_2}{l \cdot k_1}$$
(3.79)

Primer pogona 4 x 2 spredaj s posamičnim obešenjem na sprednji premi

Tudi v tem primeru zaradi namestitve diferencialnega gonila na ohišje vzmetene nadgradnje pogonski navor M_1 obremeni vzmeteno nadgradnjo vozila [3] – glej tudi sliko 3.32.



Slika 3.32: Ekvivalentno obešenje za pogonsko sprednjo premo s posamičnim obešenjem [3]

Na enak način kot pri prejšnjih primerih lahko tudi sedaj izpeljemo mejna razmerja bodisi za protidvig ($Z_1 = 0$) bodisi za protizasuk ($\theta_n = 0$) vzmetene nadgradnje pri pospeševanju [3]:

$$\frac{e-r_{\rm st1}}{d} = -\frac{h_{\rm n}}{l} \tag{3.80}$$

$$\frac{e - r_{\rm st1}}{d} = -\frac{h_{\rm n}}{l} - \frac{h_{\rm n} \cdot k_{\rm 1}}{l \cdot k_{\rm 2}}$$
(3.81)

Negativna predznaka v zgornjih dveh enačbah spet pomenita, da se mora nahajati vrtišče ekvivalentne roke obešenja za gnano sprednjo premo s posamičnim obešenjem za premo glede na smer vožnje.

Primer pogona 4 x 4 s posamičnim obešenjem obeh premah

V tem primeru je geometrija obešenja odvisna od porazdelitve pogonske sile F med sprednjo (F_1) in zadnjo premo (F_2). Če je ξ delež pogonske sile na sprednji premi, potem lahko zapišemo naslednje enačbe [3]:

$$F_1 = \xi \cdot F = \xi \cdot m \cdot a_x \tag{3.82}$$

$$F_{2} = (1 - \xi) \cdot F = (1 - \xi) \cdot m \cdot a_{x}$$
(3.83)

$$\Delta Z_1 = -m \cdot a_x \cdot \frac{h_n}{l} - \xi \cdot F \cdot \frac{e_1 - r_{st1}}{d_1} = k_1 \cdot s_1 \tag{3.84}$$

$$\Delta Z_2 = m \cdot a_x \cdot \frac{h_n}{l} - (1 - \xi) \cdot F \cdot \frac{e_2 - r_{st2}}{d_2} = k_2 \cdot s_2$$
(3.85)

$$\theta_{n} \approx \tan \theta_{n} = \frac{s_{2} - s_{1}}{l} = \frac{1}{l} \cdot \left[\frac{\Delta Z_{2}}{k_{2}} - \frac{\Delta Z_{1}}{k_{1}} \right] =$$

$$= \frac{1}{l} \cdot m \cdot a_{x} \cdot \left[\frac{h_{n}}{k_{2} \cdot l} - \frac{(1 - \xi) \cdot (e_{2} - r_{st2})}{k_{2} \cdot d_{2}} + \frac{h_{n}}{k_{1} \cdot l} + \frac{\xi \cdot (e_{1} - r_{st1})}{k_{1} \cdot d_{1}} \right]$$
(3.86)

Za pospeševanje vozila lahko tako iz enačbe (3.84) izrazimo geometrijsko omejitev $e_{1,2}/d$ za protidvig na sprednji premi, iz enačbe (3.85) lahko izrazimo geometrijsko omejitev $e_{1,2}/d$ za protipočep na zadnji premi, enačba (3.86) pa določa pogoj za protizasuk vzmetene nadgradnje okoli težišča. Vseh treh pogojev ni mogoče izpolniti z enoličnim izborom geometrije obešenja, zato bo pri pospeševanju vedno prišlo do določenega dviga na sprednji premi, počepa na zadnji premi ter zasuka vzmetene nadgradnje okoli njenega težišča.

Zaviranje vozila

Za razliko od pospeševanja deluje pojemek (negativni pospešek) vozila v nasprotni smeri vožnje. Posledica zaviranja je tako dinamična prerazporeditev sil na vozilu, zaradi česar se poveča navpična sila Z_1 med sprednjimi kolesi in podlago ter zmanjša navpična sila Z_2 med zadnjimi kolesi in podlago. Ob upoštevanju enakih poenostavitev kot v primeru pospeševanja, sta sili koles na podlago na sprednji (Z_1) in zadnji (Z_2) premi v primeru zaviranja enaki:

$$Z_1 = G \cdot \frac{l''}{l} + \frac{h_n}{l} \cdot K = Z_{1,\text{st}} + \frac{h_n}{l} \cdot m \cdot a_x$$
(3.87)

$$Z_2 = G \cdot \frac{l'}{l} - \frac{h_n}{l} \cdot K = Z_{2,\text{st}} - \frac{h_n}{l} \cdot m \cdot a_x$$
(3.88)

V enačbah (3.87) in (3.88) količina a_x predstavlja pojemek pri zaviranju, ki deluje v nasprotni smeri vožnje.

Ob upoštevanju enakih predpostavk kot pri pospeševanju vozila, lahko za tipične izvedenke obešenja vozila izpeljemo enačbe, s pomočjo katerih lahko prek izbire ustreznih parametrov vplivamo na protipočep (angl. »anti-dive«) sprednje preme vozila, na protidvig zadnje preme vozila ali na zasuk vzmetene nadgradnje okoli težišča v primeru zaviranja vozila.

Pri tem upoštevamo dejstvo, da so v veliki večini primerov zavore nameščene na premo vozila, ne na nadgradnjo. To pomeni, da v primeru zaviranja predpostavimo ekvivalentne roke obešenja kakor pri togih premah. S podobnim sklepanjem kot pri pogonu vozila 4 x 4 lahko izpeljemo geometrijska razmerja za protipočep nadgradnje na sprednji premi in protidvig nadgradnje na zadnji premi [3] – glej sliko 3.33 ter enačbi (3.89) in (3.90).

$$\frac{e_1}{d_1} = \tan\beta_1 = -\frac{h_n}{\zeta \cdot l}$$
(3.89)

$$\frac{e_2}{d_2} = \tan \beta_2 = \frac{h_n}{(1 - \zeta) \cdot l}$$
(3.90)



Slika 3.33: Mejna geometrijska razmerja $e_{1,2}/d$ za protipočep na sprednji premi in protidvig na zadnji premi [3]

 ζ predstavlja delež celotne zavorne sile *K* na sprednji premi: $K_1 = \zeta \cdot K$, $K_2 = (1-\zeta) \cdot K$. Končna geometrija obešenja je tudi v primeru zaviranja kompromis med protipočepom na sprednji premi, protidvigom na zadnji premi ter protizasukom vzmetene nadgradnje okoli težišča pri zaviranju.

3.6.2. Navpično nihanje vozila in obremenitve podvozja

Obremenitve vozila so posledica obratovalnih razmer, kot so na primer: potovalna hitrost vozila, dodatna obtežitev vozila, neravnost vozne površine, manevri in njihova intenzivnost (zaviranje, pospeševanje, vožnja naravnost in v ovinek) itn. Vsaka kombinacija obratovalnih razmer povzroča določene obremenitve v elementih podvozja in nosilne strukture vozila. Če želimo izvajati trdnostno analizo nosilnih elementov vozila, moramo poznati obremenitve, ki na vozilo delujejo. Ko so že na voljo prototipi ali modeli vozila, je te obremenitve mogoče izmeriti, vendar so prototipi in modeli navadno na voljo takrat, ko je večina nosilnih strukturnih elementov že dimenzioniranih.

Problem se torej pojavi, kako pridobiti podatke o obremenitvah vozila, ko je le-to še v fazi koncepta. V tem primeru se razvojni inženirji, ki skrbijo za razvoj posameznih nosilnih komponent vozila, poslužujejo dveh pristopov:

- Upoštevanje obremenitev iz prejšnjih modelov s podobnimi masno-dinamskimi značilnostmi in zmogljivostmi vozila s pomočjo korekcijskih faktorjev. Ta pristop je mogoč le, če so ti podatki na voljo in so zanesljivi.
- V primeru, ko se razvijajo novi koncepti vozil, ni mogoče uporabljati zgodovinskih podatkov o obremenitvah vozil. Dandanes se te podatke pridobi s pomočjo simulacij dinamičnega odziva vozila.

Za pridobivanje informacij o obremenitvah vozila v konceptualni fazi snovanja vozila se navadno uporabljajo dinamske simulacije, pri katerih je vozilo modelirano kot sistem togih teles, ki so med seboj povezani z elastičnimi in dušilnimi elementi. Masne značilnosti takšnega modela naj navadno približno odražajo predvideno porazdelitev mas različnih elementov vozila ter koristnega bremena v njem.

Navpično nihanje vozila v eni ravnini kot sistem z dvema prostostnima stopnjama

V konceptualnih študijah obnašanja vozila pri vožnji naravnost se pogosto poslužimo poenostavitve vozila v ravninski model z dvema prostostnima stopnjama, ki predstavljata:

- translatorno nihanje težišča vzmetene nadgradnje vozila v navpični osi z;
- zasučno nihanje vzmetene nadgradnje okoli njenega težišča v ravnini *x-z*.

V tem primeru so poenostavljene enačbe za izpeljavo nihanja vozila v eni ravnini in so izpeljane pod predpostavko, da se masa nevzmetenih delov preme m_p in dušenje amortizerja d zanemari – glej tudi sliko 3.34.

 k_v je togost vzmetenja, k_p je togost pnevmatik, m_n je masa vzmetene nadgradnje vozila. Ob predpostavki nične nevzmetene mase preme lahko izračunamo nadomestno togost vzmetenja k za četrtinski model vozila:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_{v}} + \frac{1}{k_{p}} \implies k = \frac{k_{v} \cdot k_{p}}{k_{v} + k_{p}}$$
(3.91)



Slika 3.34: Četrtinski model vozila

Ob dodatni predpostavki ničnosti dušenja amortizerjev lahko predstavimo ravninski model vozila z dvema prostostnima stopnjama, s katerima opišemo nihanje vzmetene nadgradnje vozila v ravnini x-z – glej sliko 3.35.



Slika 3.35: Ravninski model vozila z dvema prostostnima stopnjama

z je navpični pomik težišča vozila med nihanjem, θ je zasuk nadgradnje okoli težišča vozila med nihanjem, k_1 je nadomestna togost vzmetenja sprednje preme, k_2 je nadomestna togost vzmetenja zadnje preme, J_y je težiščni masni vztrajnostni moment nadgradnje pri rotaciji okoli osi *y* koordinatnega sistema vozila. Za lažjo izpeljavo gibalnih enačb definiramo še vztrajnostni polmer r_v^3 :

³ Vztrajnostni polmer r_v predstavlja ročico, ki rezultira v enakem masnem vztrajnostnem momentu J_v togega telesa, če maso togega telesa m_n reduciramo v masno točko.


$$r_{\rm v} = \sqrt{J_{\rm y}/m_{\rm n}} \tag{3.92}$$

Ravnotežne enačbe za nihajočo nadgradnjo vozila v ravnini *x-z* izpeljemo pri predpostavkah, da: i.) so sile v vzmeteh k_1 in k_2 posledice pomikov, ki delujejo v smeri osi *z*; ii.) navpični pospešek težišča nadgradnje *z* deluje v smeri osi *z* in iii.) vektorja zasuka θ in kotnega pospeška $\ddot{\theta}$ delujeta v smeri osi *y*. Iz ravnotežja sil v navpični smeri tako sledi:

$$m_{\rm n} \cdot \ddot{z} + k_1 \cdot s_1 + k_2 \cdot s_2 = 0 \tag{3.93}$$

S slike 3.35 sledi, da sta skrčka vzmeti s_1 in s_2 pri majhnem kotu θ enaka:

$$s_1 \approx z - \theta \cdot l' \; ; \; s_2 \approx z + \theta \cdot l''$$
 (3.94)

Če zgornji zvezi vstavimo v enačbo (3.93), dobimo gibalno enačbo za navpično nihanje težišča vzmetene nadgradnje vozila:

$$\ddot{z} + \frac{c_1 + k_2}{m_n} \cdot z + \frac{k_2 \cdot l' - k_1 \cdot l'}{m_n} \cdot \theta = 0$$
(3.95)

Iz ravnotežja navorov okoli težišča nadgradnje sledi:

$$J_{y} \cdot \ddot{\theta} - k_{1} \cdot s_{1} \cdot l' + k_{2} \cdot s_{2} \cdot l'' = 0$$
(3.96)

$$\ddot{\theta} + \frac{k_2 \cdot l'' - k_1 \cdot l'}{m_n \cdot r_v^2} \cdot z + \frac{k_1 \cdot (l')^2 + k_2 \cdot (l'')^2}{m_n \cdot r_v^2} \cdot \theta = 0$$
(3.97)

Če definiramo naslednje veličine, kakor sledi [3]:

$$\alpha = \frac{k_1 + k_2}{m_{\rm n}} \tag{3.98}$$

$$\beta = \frac{k_2 \cdot l'' - k_1 \cdot l'}{m_{\rm p}} \tag{3.99}$$

$$\gamma = \frac{k_1 \cdot (l')^2 + k_2 \cdot (l'')^2}{m_{\rm n} \cdot r_{\rm v}^2}$$
(3.100)

dobimo sistem dveh povezanih gibalnih enačb za nihanje vzmetene nadgradnje vozila v poenostavljeni obliki:

$$\ddot{z} + \alpha \cdot z + \beta \cdot \theta = 0 \tag{3.101}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{\beta}{r_v^2} \cdot z + \gamma \cdot \theta = 0$$
(3.102)

Rešitev sistema diferencialnih enačb iščemo z nastavkom za harmonsko translatorno in rotacijsko nihanje z enakim faznim zaostankom ϕ :

$$z = Z_a \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi) \tag{3.103}$$

$$\theta = \Theta_{a} \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi) \tag{3.104}$$

 Z_a je amplituda navpičnega nihanja težišča in Θ_a je amplituda rotacijskega nihanja nadgradnje okoli težišča. Če zgornji enačbi odvajamo enkrat in dvakrat po času, ter odvode vstavimo v enačbi (3.101) in (3.102), dobimo naslednji zvezi:

$$-Z_{a} \cdot \omega^{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi) + \alpha \cdot Z_{a} \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi) + \beta \cdot \Theta_{a} \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi) = 0$$
(3.105)

$$-\Theta_{a} \cdot \omega^{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi) + \frac{\beta}{k^{2}} \cdot Z_{a} \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi) + + \gamma \cdot \Theta_{a} \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi) = 0$$
(3.106)

Enačbi (3.105) in (3.106) morata biti izpolnjeni v vsakem časovnem trenutku. To je mogoče, če razmerji amplitud Z_a in Θ_a izpolnjujeta naslednja pogoja:

$$\frac{Z_{\rm a}}{\Theta_{\rm a}} = -\frac{\beta}{\alpha - \omega^2} \tag{3.107}$$

$$\frac{Z_{a}}{\Theta_{a}} = -\frac{r_{v}^{2} \cdot (\gamma - \omega^{2})}{\beta}$$
(3.108)

S preoblikovanjem zgornjih dveh enačb dobimo novo enačbo, iz katere lahko izračunamo lastni frekvenci sklopljenega nihanja:

$$-\frac{\beta}{\alpha-\omega^2} = -\frac{r_v^2 \cdot (\gamma-\omega^2)}{\beta} \implies (\alpha-\omega^2) \cdot (\gamma-\omega^2) = \frac{\beta^2}{r_v^2} \qquad (3.109)$$

$$\omega^4 - (\alpha + \gamma) \cdot \omega^2 + \alpha \cdot \gamma - \frac{\beta^2}{r_v^2} = 0$$
(3.110)

Prva in druga lastna frekvenca (ω_1 in ω_2) sklopljenega nihanja sta tako realni rešitvi enačbe (3.110):

$$\omega_{1,2}^{2} = \frac{\alpha + \gamma}{2} \pm \sqrt{\frac{(\alpha + \gamma)^{2}}{4} - \left(\alpha \cdot \gamma - \frac{\beta^{2}}{r_{v}^{2}}\right)} =$$

$$= \frac{\alpha + \gamma}{2} \pm \sqrt{\frac{(\alpha - \gamma)^{2}}{4} - \frac{\beta^{2}}{r_{v}^{2}}}$$
(3.111)

$$\omega_{1} = \left[\frac{\alpha + \gamma}{2} - \sqrt{\frac{(\alpha - \gamma)^{2}}{4} - \frac{\beta^{2}}{r_{v}^{2}}}\right]^{1/2}$$
(3.112)

$$\omega_{2} = \left[\frac{\alpha + \gamma}{2} + \sqrt{\frac{(\alpha - \gamma)^{2}}{4} - \frac{\beta^{2}}{r_{v}^{2}}}\right]^{1/2}$$
(3.113)

S pomočjo teh lastnih frekvenc dobimo vozlišči sklopljenega nihanja:

$$\begin{bmatrix} Z_{a} \\ \Theta_{a} \end{bmatrix}_{1,2} = -\frac{\beta}{\alpha - \omega_{1,2}^{2}}$$
(3.114)

Ko je kvocient Z_a/Θ_a pozitiven, se vozlišče nihanja nahaja na razdalji $x = Z_a/\Theta_a$ pred težiščem vzmetene nadgradnje vozila, ko pa je ta kvocient negativen, se vozlišče nahaja za težiščem nadgradnje na razdalji $x = Z_a/\Theta_a$.

Za tipične masno-togostne značilnosti osebnih vozil bo eno vozlišče nihanja vedno znotraj medosne razdalje vozila, drugo vozlišče pa izven medosne razdalje. Vozlišče nihanja znotraj medosne razdalje je tipično povezano s prevladujočim zasučnim nihanjem nadgradnje. Vozlišče nihanja zunaj medosne razdalje je povezano s prevladujočim translatornim navpičnim nihanjem (poskakovanjem) nadgradnje [3].

Položaja vozlišč sklopljenega nihanja vzmetene nadgradnje vozila sta povezana z lastnimi frekvencami enomasnega polovičnega modela sprednje in zadnje preme vozila – glej sliko 3.36.



Slika 3.36: Enomasni polovični model sprednje in zadnje preme vozila

V skladu s sliko 3.36 sta lastni frekvenci sprednje in zadnje preme za polovični model vozila enaki:

$$\omega_1^{(1D)} = \sqrt{\frac{k_1}{m_{n,1}}}$$
(3.115)

$$\omega_2^{(1D)} = \sqrt{\frac{k_2}{m_{n,2}}}$$
(3.116)

 $m_{n,1}$ in $m_{n,2}$ predstavljata maso vzmetene nadgradnje vozila, ki obremenjuje sprednjo oziroma zadnjo premo vozila.

Tipične masno-togostne značilnosti osebnega vozila so takšne, da je lastna frekvenca sprednje preme nižja od lastne frekvence zadnje preme $(k_1$ je enaka približno $0,7 \cdot k_2$) [3]. Posledično to pomeni, da je – glej tudi sliko 3.37:

- vozlišče sklopljenega nihanja, ki ustreza prevladujočemu zasučnemu nihanju, znotraj medosne razdalje pred težiščem vozila;
- vozlišče sklopljenega nihanja, ki ustreza prevladujočemu poskakovanju, vozila zunaj medosne razdalje za težiščem vozila.

Nadalje velja, da pri tipičnem osebnem vozilu nobena od dveh lastnih nihajnih frekvenc $f_{1,2}^{(1D)} = \omega_{1,2}^{(1D)} / (2 \cdot \pi)$ ne presega 1,3 Hz. Pri tem hkrati frekvenca poskakovanja ne sme biti več kot za 1,2-krat višja od frekvence sukanja. Takšne masno-togostne značilnosti osebnega vozila naj bi zagotavljale najvišje udobje pri vožnji z osebnim vozilom. Seveda imajo

športna vozila ustrezno bolj togo vzmetenje, zato za njih zgoraj navedena razmerja med parametri ne veljajo [3].



Slika 3.37: Tipična položaja vozlišč za sklopljeno nihanje vzmetene nadgradnje pri osebnem vozilu [3]

Navpično nihanje vozila kot sistem z več prostostnimi stopnjami

Za pridobitev informacij o navpičnih obremenitvah podvozja in nosilne strukture vozila pri vožnji po neravni vozni površini se pogosto uporabi dinamični model vozila s sedmimi prostostnimi stopnjami. Primera sta prikazana na slikah 3.38 in 3.39 za dvosledni vozili s štirimi kolesi in posamičnim obešenjem koles oziroma vzmetenima togima premama.

Vozilo na sliki 3.38 je tako opisano s petimi točkovnimi masami, ki predstavljajo masi sprednjih koles (m_1) , masi zadnjih koles (m_2) in maso nadgradnje vozila (m_n) . Dve masni karakteristiki dodata še masna vztrajnostna momenta nadgradnje vozila J_{xz} in J_{yz} . Z masami $m_{1(2),n}$ so povezani navpični pomiki vseh štirih koles in nadgradnje, z vztrajnostnma momentoma pa ustrezna zasuka nadgradnje – glej sliko 3.38. $k_{1(2)}$ sta vzmetni karakteristiki vzmeti na sprednji oziroma zadnji premi, $k_{1(2),t}$ ustrezni torzijski togosti prečnih stabilizatorjev, $d_{1(2)}$ pa sta ustrezna koeficienta dušenja blažilnikov. $k_{1(2),p}$ sta vzmetni karakteristiki jnevmatike, $d_{1(2)p}$ pa njihova koeficienta dušenja. Na sliki 3.38 prečni stabilizator na sprednji premi ni prikazan zaradi boljše preglednosti.



Slika 3.38: Dinamični model vozila s sedmimi prostostnimi stopnjami za posamično obešena kolesa

Vozilo na sliki 3.39 je opisano le s tremi točkovnimi masami, ki predstavljajo maso sprednje in zadnje preme s kolesi $(m_{1(2)})$ ter maso nadgradnje vozila (m_n) . Štiri masne karakteristike dodata še masna vztrajnostna momenta nadgradnje vozila J_{xz} in J_i ter masna vztrajnostna momenta sprednje in zadnje preme s kolesi $(J_{1(2)yz})$. Z masami $m_{1(2)n}$ so povezani navpični pomiki obeh prem in nadgradnje, z vztrajnostnimi momenti pa ustrezni zasuki nadgradnje vozila in obeh prem – glej sliko 3.39. Podobno kot pri vozilu s posamičnim obešenjem sta $k_{1(2)}$ vzmetni karakteristiki vzmeti na sprednji oziroma zadnji premi, $k_{1(2),t}$ ustrezni torzijski togosti prečnih stabilizatorjev, $d_{1(2)}$ pa ustrezna koeficienta dušenja blažilnikov. $k_{1(2),p}$ sta vzmetni karakteristiki pnevmatike, $d_{1(2),p}$ pa njihova koeficienta dušenja. Tudi na sliki 3.39 prečni stabilizator na sprednji premi ni prikazan zaradi boljše preglednosti.

V obeh prikazanih primerih je navpično vzbujanje vozila izvedeno s kinematičnim vzbujanjem $z_{1(2)L(D)}(t)$, ki predstavlja navpične pomike kontaktnih točk med kolesom in podlago.



Slika 3.39: Dinamični model vozila s sedmimi prostostnimi stopnjami za vzmetene toge preme

Hitrost vozila simuliramo tako, da pomike koles na zadnji premi vzbujamo z enakim signalom kot pomike koles na sprednji premi, vendar s časovno zakasnitvijo Δt , ki je odvisna od medosne razdalje l in potovalne hitrosti vozila v:

$$z_{2,L(D)}(t + \Delta t) = z_{1,L(D)}(t)$$
(3.117)

$$\Delta t = \frac{l}{v} \tag{3.118}$$

Glede na predvidene vzmetne in dušilne elemente vozila lahko posamezne vzmetne ali dušilne karakteristike simuliramo z nelinearnimi elementi, ki opisujejo na primer realno obnašanje dvocevnih dušilnih elementov, pnevmatskega vzmetenja, poskokov kolesa itn.

Za določitev navpičnih obremenitev v elementih podvozja in na pritrdilnih točkah med podvozjem in nadgradnjo vozila tako zadostuje poznavanje osnovnih geometrijskih in masno-dinamičnih značilnosti vozila, izmerjeni ali simulirani profil vozne površine, za katero želimo

določiti navpične obremenitve, potovalna hitrost vozila ter vrsta manevrov in njihova intenzivnost, ki jo želimo simulirati. Simulacije dandanes izvajamo s tržno dostopno programsko opremo za simuliranje dinamike togih teles, ne da bi izpeljevali gibalne diferencialne enačbe za modelirani dinamski sistem togih teles.

Primer reduciranega modela dvoslednega vozila v ravninski model s štirimi prostostnimi stopnjami je prikazan na sliki 3.40. Takšen dinamični model omogoča poenostavljeno simulacijo navpičnega odziva dvoosnega vozila pri vožnji naravnost.

Prostostne stopnje:

- navpična pomika prem: z₁, z₂
- navpični pomik in zasuk nadgradnje: z_n , θ_n



Slika 3.40: Ravninski dinamični model vozila s štirimi prostostnimi stopnjami

Sistem diferencialnih gibalnih enačb za ta model vozila je prikazan v literaturi [23], [24], [25]. V teh referencah so izpeljane tudi matrične enačbe, s katerimi se numerično poišče odziv takšnega sistema na poljubno naključno kinematsko vzbujanje $z_{0,1}(t)$ in $z_{0,2}(t)$. Da za dinamski model na sliki 3.40 lahko izpeljemo sistem gibalnih enačb, ga moramo predstaviti v deformirani obliki – glej sliko 3.41.

Med vožnjo sta masni točki m_1 in m_2 , ki predstavljata preme vozila, vzbujani prek vzmeti in dušilk, ki predstavljajo togost in dušenje pnevmatik, s pomikoma h_1 in h_2 , ki pomenita neravne vozne površine. Ravnotežne enačbe za dinamski model na sliki 3.41 zapišemo z uporabo predpostavljenih pomikov in hitrosti za poljubni časovni trenutek t:

$$z_{n,1} > z_1 > h_1$$

$$z_{n,2} > z_2 > h_2$$

$$z_{n,2} > z_{n,1}$$
(3.119)

$$\dot{z}_{n,1} > \dot{z}_1 > \dot{h}_1$$

 $\dot{z}_{n,2} > \dot{z}_2 > \dot{h}_2$ (3.120)



Slika 3.41: Ravninski dinamični model vozila s štirimi prostostnimi stopnjami v deformirani obliki

Pomik z_n in zasuk θ_n težišča nadgradnje vozila izrazimo s pomiki $z_{n,1}$ in $z_{n,2}$ ob predpostavki majhnih pomikov in zasukov ter ob predpostavki nihanja vozlišč samo v smeri koordinate z:

$$z_{n} = z_{n,1} \cdot \left(1 - \frac{l'}{l}\right) + z_{n,2} \cdot \frac{l'}{l}$$
(3.121)

$$\theta_{\rm n} \approx \tan \theta_{\rm n} = \frac{z_{\rm n,2} - z_{\rm n,1}}{l}$$
(3.122)

Ravnotežje sil za vsak del dinamičnega sistema mora biti izpolnjeno v vsakem časovnem trenutku *t*. Če predpostavimo majhne pomike in zasuke

ter izrazimo pomike vozlišč 1 in 2 na sliki 3.41 s pomikom z_n in zasukom θ_n v težišču T nadgradnje:

$$z_{n,1} = z_n - \theta_n \cdot l' \tag{3.123}$$

$$z_{n,2} = z_n + \theta_n \cdot (l - l')$$
(3.124)

lahko zapišemo spodnji sistem gibalnih enačb za dinamični model na sliki 3.41, kjer sile F_i predstavljajo statična prednapetja posameznih vzmeti v dinamskem modelu:

$$m_{1} \cdot \ddot{z}_{1} = k_{1} (z_{n} - \theta_{n} \cdot l' - z_{1}) + d_{1} (\dot{z}_{n} - \dot{\theta}_{n} \cdot l' - \dot{z}_{1}) - k_{1,p} (z_{1} - h_{1}) - d_{1,p} (\dot{z}_{1} - \dot{h}_{1}) + F_{1,p} - F_{1} - m_{1} \cdot g$$
(3.125)

$$m_{2} \cdot \ddot{z}_{2} = k_{2} (z_{n} + \theta_{n} \cdot (l - l') - z_{2}) + d_{2} (\dot{z}_{n} + \dot{\theta}_{n} \cdot (l - l') - \dot{z}_{2}) - k_{2,p} (z_{2} - h_{2}) - d_{2,p} (\dot{z}_{2} - \dot{h}_{2}) + F_{2,p} - F_{2} - m_{2} \cdot g$$
(3.126)

$$m_{n} \cdot \ddot{z}_{n} = -k_{1}(z_{n} - \theta_{n} \cdot l' - z_{1}) - d_{1}(\dot{z}_{n} - \dot{\theta}_{n} \cdot l' - \dot{z}_{1}) - k_{2}(z_{n} + \theta_{n} \cdot (l - l') - z_{2}) - d_{2}(\dot{z}_{n} + \dot{\theta}_{n} \cdot (l - l') - \dot{z}_{2}) + F_{1} + F_{2} - m_{n} \cdot g$$

$$(3.127)$$

$$J_{y} \cdot \ddot{\theta}_{n} = \left[k_{1}(z_{n} - \theta_{n} \cdot l' - z_{1}) + d_{1}(\dot{z}_{n} - \dot{\theta}_{n} \cdot l' - \dot{z}_{1})\right] \cdot l' - \left[k_{2}(z_{n} + \theta_{n} \cdot (l - l') - z_{2}) + d_{2}(\dot{z}_{n} + \dot{\theta}_{n} \cdot (l - l') - \dot{z}_{2})\right] \cdot (l - l') - (3.128) - F_{1} \cdot l' + F_{2} \cdot (l - l')$$

V posameznih enačbah nadalje združimo člene pri enakih pomikih, zasukih in hitrostih ter delimo posamezne enačbe z ustreznim masnim členom. Tako dobimo sistem štirih diferencialnih enačb, v katerih so drugi odvodi pomikov in zasukov izraženi s pomiki in zasuki, njihovimi hitrostmi in karakteristikami dinamičnega sistema.

Da lahko ta sistem diferencialnih enačb rešujemo numerično, enačbe zapišemo s pomiki v lokalnih koordinatnih sistemih. Posamezne pomike in zasuke tako zapišemo najprej kot vsote pomikov v lokalnem koordinatnem sistemu in lege lokalnih koordinatnih sistemov:

$$z_1 = y_1 + z_1^* \Longrightarrow \dot{y}_1 = \dot{z}_1; \ \ddot{y}_1 = \ddot{z}_1$$
(3.129)

$$z_2 = y_2 + z_2^* \Longrightarrow \dot{y}_2 = \dot{z}_2; \ \ddot{y}_2 = \ddot{z}_2$$
 (3.130)

$$z_{\rm n} = y_3 + z_3^* \Longrightarrow \dot{y}_3 = \dot{z}_{\rm n}; \ \ddot{y}_3 = \ddot{z}_{\rm n}$$
 (3.131)

$$\theta_{n} = y_{4} + z_{4}^{*} \Longrightarrow \dot{y}_{4} = \dot{\theta}_{n}; \ \ddot{y}_{4} = \ddot{\theta}_{n}$$
(3.132)

$$z_{0,1} = h_1 = y' + z' \Longrightarrow \dot{y}' = \dot{h_1}$$
 (3.133)

$$z_{0,2} = h_2 = y'' + z'' \Longrightarrow \dot{y}'' = \dot{h}_2$$
 (3.134)

 y_i so pomiki v lokalnem koordinatnem sistemu, z_i^* pa so lege izhodišč lokalnih koordinatnih sistemov glede na globalne koordinatne sisteme pomikov in vozlišč. Pri premiku lokalnih koordinatnih sistemov se koordinate v lokalnih koordinatnih sistemih postavijo na nič, hitrosti pa se ohranijo. Velja še omeniti, da gre pri premiku lokalnega koordinatnega sistema za zasuk z_4^* v bistvu za rotacijo lokalnega koordinatnega sistema okoli težišča nadgradnje *T*.

Sistem štirih diferencialnih enačb drugega reda, ki ga dobimo z vstavitvijo izrazov od (3.129) do (3.134) v enačbe (3.125) do (3.128), rešimo tako, da ga prevedemo na sistem osmih diferencialnih enačb prvega reda. Pri tem dodamo štiri spremenljivke y_5 , y_6 , y_7 in y_8 , s katerimi izrazimo prve odvode spremenljivk y_1 , y_2 , y_3 in y_4 . Ekvivalentni sistem osmih diferencialnih enačb prvega reda dobi naslednjo obliko:

$$y_5 = \dot{y}_1$$
 (3.135)

$$y_6 = \dot{y}_2$$
 (3.136)

$$y_7 = \dot{y}_3$$
 (3.137)

$$y_8 = \dot{y}_4$$
 (3.138)

$$\dot{y}_{5} = -(y_{1} + z_{1}^{*}) \cdot (k_{1} + k_{1,p}) / m_{1} + (y_{3} + z_{3}^{*}) \cdot k_{1} / m_{1} - (y_{4} + z_{4}^{*}) \cdot (k_{1} \cdot l') / m_{1} - - y_{5} \cdot (d_{1} + d_{1,p}) / m_{1} + y_{7} \cdot d_{1} / m_{1} - y_{8} \cdot (d_{1} \cdot l') / m_{1} + + k_{1,p} \cdot (y' + z') / m_{1} + d_{1,p} \cdot \dot{y}' / m_{1} + (F_{1,p} - F_{1}) / m_{1} - g$$
(3.139)

n	2
ч	1
/	-

Ravnotežje sil na vozilu

$$\begin{split} \dot{y}_{6} &= -\left(y_{2} + z_{2}^{*}\right) \cdot \left(k_{2} + k_{2,p}\right) / m_{2} + \left(y_{3} + z_{3}^{*}\right) \cdot k_{2} / m_{2} + \\ &+ \left(y_{4} + z_{4}^{*}\right) \cdot \left(k_{2} \cdot (l - l')\right) / m_{2} - y_{6} \cdot \left(d_{2} + d_{2,p}\right) / m_{2} + y_{7} \cdot d_{2} / m_{2} + \\ &+ y_{8} \cdot \left(d_{2} \cdot (l - l')\right) / m_{2} + k_{2,p} \cdot (y'' + z'') / m_{2} + d_{2,p} \cdot \dot{y}'' / m_{2} + \\ &+ \left(F_{2,p} - F_{2}\right) / m_{2} - g \end{split}$$

$$\dot{y}_{7} &= \left(y_{1} + z_{1}^{*}\right) \cdot k_{1} / m_{n} + \left(y_{2} + z_{2}^{*}\right) \cdot k_{2} / m_{n} - \left(y_{3} + z_{3}^{*}\right) \cdot \left(k_{1} + k_{2}\right) / m_{n} + \\ &+ \left(y_{4} + z_{4}^{*}\right) \cdot \left(k_{1} \cdot l' - k_{2} (l - l')\right) / m_{n} + y_{5} \cdot d_{1} / m_{n} + y_{6} \cdot d_{2} / m_{n} - \\ &- y_{7} (d_{1} + d_{2}) / m_{n} + y_{8} \cdot \left(d_{1} \cdot l' - f_{12,z} \cdot (l - l')\right) / m_{n} + \\ &+ \left(F_{1} + F_{2}\right) / m_{n} - g \end{split}$$

$$(3.141)$$

$$\dot{y}_{8} = -(y_{1} - z_{1}^{*}) \cdot (k_{1} \cdot l') / J_{y} + (y_{2} - z_{2}^{*}) \cdot k_{2} \cdot (l - l') / J_{y} + + (y_{3} - z_{3}^{*}) \cdot (k_{1} \cdot l' - k_{2} \cdot (l - l')) / J_{y} - (y_{4} - z_{4}^{*}) \cdot (k_{1} \cdot (l')^{2} + k_{2} \cdot (l - l')^{2}) / J_{y} - - y_{5} \cdot (d_{1} \cdot l') / J_{y} + y_{6} \cdot d_{2} \cdot (l - l') / J_{y} + y_{7} \cdot (d_{1} \cdot l' - d_{2} \cdot (l - l')) / J_{y} + + y_{8} \cdot (-d_{1} \cdot (l')^{2} - d_{2} \cdot (l - l')^{2}) / J_{y} + (-F_{1} \cdot l' + F_{2} \cdot (l - l')) / J_{y}$$

$$(3.142)$$

Zgornji sistem enačb je mogoče zapisati v obliki vektorske enačbe:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{y} + \mathbf{u}_{\mathrm{G}} + \mathbf{u}_{\mathrm{F}} + \mathbf{u}_{\mathrm{P}} + \mathbf{u}_{\mathrm{K}}$$
(3.143)

Vektorja y in \dot{y} sta 8-dimenzionalna vektorja, ki vsebujeta pomike y_i v lokalnih koordinatnih sistemih in njihove odvode \dot{y} po času *t*:

$$\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8)^T$$
(3.144)

$$\dot{\mathbf{y}} = (\dot{y}_1, \dot{y}_2, \dot{y}_3, \dot{y}_4, \dot{y}_5, \dot{y}_6, \dot{y}_7, \dot{y}_8)^T$$
(3.145)

A je togostno-dušilna matrika:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_4 \\ \mathbf{K} & \mathbf{F} \end{bmatrix}$$
(3.146)

0 je matrika z dimenzijo 4 x 4, ki vsebuje same ničle. I_4 je enotska matrika z dimenzijo 4 x 4. K in F sta podmatriki z dimenzijo 4 x 4, ki opisujeta togosti in dušenja med posameznimi vozlišči dinamičnega sistema:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} (-k_{1} - k_{1,p})/m_{1}, 0, k_{1}/m_{1}, -k_{1} \cdot l'/m_{1} \\ 0, (-k_{2} - k_{2,p})/m_{2}, k, -k_{2} \cdot (l-l')/m_{2} \\ k_{1}/m_{n}, k_{2}/m_{n}, (-k_{1} - k_{2})/m_{n}, (k_{1} \cdot l' - k_{2} \cdot (l-l'))/m_{n} \\ -k_{1} \cdot l'/J_{y}, k, (k_{1} \cdot l' - k_{2} \cdot (l-l'))/J_{y}, (-k_{1} \cdot (l')^{2} - k_{2} \cdot (l-l')^{2})/J_{y} \end{bmatrix}$$
(3.147)
$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} (-d_{1} - d_{1,p})/m_{1}, 0, d_{1}/m_{1}, -d_{1} \cdot l'/m_{1} \\ 0, (-d_{2} - d_{2,p})/m_{2}, d_{2}/m_{2}, -d_{2} \cdot (l-l')/m_{2} \\ d_{1}/m_{n}, d_{2}/m_{n}, (-d_{1} - d_{2})/m_{n}, (d_{1} \cdot l' - d_{2} \cdot (l-l'))/m_{n} \\ -d_{1} \cdot l'/J_{y}, d_{2} \cdot (l-l')/J_{y}, (d_{1} \cdot l' - d_{2} \cdot (l-l'))/J_{y}, (-d_{1} \cdot (l')^{2} - d_{2} \cdot (l-l')^{2})/J_{y} \end{bmatrix}$$
(3.148)

u_G je vektor težnih pospeškov:

$$\mathbf{u}_{\rm G} = (0,0,0,0,-g,-g,-g,0)^T \tag{3.149}$$

u_F je vektor prednapetij vzmeti:

$$\mathbf{u}_{\rm F} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ (F_{1,p} - F_1)/m_1 \\ (F_{2,p} - F_2)/m_2 \\ (F_1 + F_2)/m_n \\ (F_2 \cdot (l - l') - F_1 \cdot l')/J_{\rm y} \end{bmatrix}$$
(3.150)

 \mathbf{u}_{P} je vektor vzbujanj dinamičnega sistema s pomiki vozlišč 5 in 6:

$$\mathbf{u}_{P} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ [k_{1,p} \cdot y' + d_{1,p} \cdot \dot{y}']/m_{1} \\ [k_{2,p} \cdot y'' + d_{2} \cdot \dot{y}'']/m_{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(3.151)

 \mathbf{u}_{K} je vektor dodatnih prednapetij vzmeti zaradi premikov lokalnih koordinatnih sistemov:

$$\mathbf{u}_{\mathrm{K}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ [k_{1} \cdot (-z_{1}^{*} + z_{3}^{*} - z_{4}^{*} \cdot l') + k_{1,p} \cdot (z' - z_{1}^{*})]/m_{1} \\ [k_{2} \cdot (-z_{2}^{*} + z_{3}^{*} + z_{4}^{*} \cdot (l - l')) + k_{2,p} \cdot (z'' - z_{2}^{*})]/m_{2} \\ [k_{1} \cdot (z_{1}^{*} - z_{3}^{*} + z_{4}^{*} \cdot l') + k_{2} \cdot (z_{2}^{*} - z_{3}^{*} - z_{4}^{*} \cdot (l - l'))]/m_{n} \\ [k_{1} \cdot (z_{1}^{*} - z_{3}^{*} + z_{4}^{*} \cdot l') \cdot l' - k_{2} \cdot (z_{2}^{*} - z_{3}^{*} - z_{4}^{*} \cdot (l - l')) \cdot (l - l')]/J_{y} \end{bmatrix}$$
(3.152)

Gibalno enačbo dinamičnega sistema spremenimo v rekurzivno enačbo za izvajanje simulacije tako, da vektor odvodov $\dot{\mathbf{y}}$ izračunamo z implicitnim odvajanjem po Eulerju [40]. S tem zagotovimo numerično stabilnost simulacije. Če z *i* označimo trenutni korak simulacije in z *i* + *1* naslednji korak simulacije, tedaj je odvod vektorja $\dot{\mathbf{y}}$ po času *t* v koraku *i* + *1* enak:

$$\dot{\mathbf{y}}(i+1) = \frac{\mathbf{y}(i+1) - \mathbf{y}(i)}{t(i+1) - t(i)}$$
(3.153)

Od tod izhaja:

$$\mathbf{y}(i+1) = \mathbf{y}(i) + (t(i+1) - t(i)) \cdot \dot{\mathbf{y}}(i+1)$$
 (3.154)

To enačbo uporabimo za transformacijo gibalne enačbe v rekurzivno enačbo za simulacijo vožnje vozila po neravni vozni površini. Gibalna enačba tako dobi končno obliko – glej tudi [26]:

$$\mathbf{y}(i+1) = \mathbf{y}(i) + (t(i+1) - t(i)) \cdot \\ \cdot \left[\mathbf{A} \cdot \mathbf{y}(i+1) + \mathbf{u}_{\mathrm{G}}(i+1) + \mathbf{u}_{\mathrm{F}}(i+1) + \mathbf{u}_{\mathrm{F}}(i+1) + \mathbf{u}_{\mathrm{K}}(i+1) \right]$$
(3.155)

4. Transmisija vozil

Pod ožjim pojmom transmisija vozila pojmujemo sistem sklopk, gonil, gredi, polgredi in koles, ki poskrbijo, da se navor in moč preneseta iz pogonskega stroja prek koles vozila na vozno površino. Širši pojem transmisije vozila (angl. »powertrain«) pa k tem elementom dodaja še sam pogonski stroj. V primeru dvoslednega štirikolesnega vozila so mogoče tri vrste pogonov:

- dvokolesni pogon s sprednjimi pogonskimi kolesi glej sliko 4.1;
- dvokolesni pogon z zadnjimi pogonskimi kolesi glej sliko 4.2;
- stalni ali priklopljivi štirikolesni pogon glej sliko 4.3;

Za razliko od dvokolesnega pogona ima štirikolesni pogon poleg diferencialov na posameznih premah pogosto tudi tako imenovani sredinski diferencial, ki služi za izravnavo razlike kotnih hitrosti koles na sprednji in zadnji premi pri vožnji v ovinek.



Slika 4.1: Dvokolesni pogon dvoslednega vozila s pogonom na sprednji kolesni par



Slika 4.3: Štirikolesni pogon dvoslednega vozila

Na slikah 4.1, 4.2, 4.3 so prikazane transmisije vozil s predležnim 5stopenjskim zobniškim menjalnikom. Dandanes so v praksi pogosta vozila z zobniškimi gonili, ki imajo tudi več kot 5 stopenj, ali pa celo vozila z brezstopenjskimi tornimi ali (jekleno-) jermenskimi gonili.

V nadaljevanju tega poglavja se bomo podrobneje posvetili tistim elementom transmisije vozila, ki kot funkcijsko zaključena oblika do sedaj še niso bili obravnavani na prvo- in drugostopenjskih programih

študija Strojništva na Fakulteti za strojništvo Univerze v Ljubljani. Začeli bomo s pnevmatiko in povezali vzdolžni obodni zdrs pnevmatike kot tornega gonila s tokom moči pri (ne)uporabi diferencialnih gonil v transmisiji. Sledila bo razlaga bočnih značilnosti nakotaljevanja pnevmatike pri vožnji v ovinek in vpliv bočne togosti pnevmatik na podkrmarjenje in prekrmarjenje vozila. Nekaj besed bomo namenili tudi geometriji postavitve vodilnih koles vozila. Na koncu bomo obdelali še različne vrste menjalnikov ter navedli njihove prednosti in slabosti.

4.1. Pnevmatike vozil

4.1.1. Zgradba in označevanje pnevmatik

Danes se pri večini dvoslednih vozil uporabljajo radialne pnevmatike, ker imajo večjo prožnost v obodni smeri, kakor diagonalne pnevmatike. Prednost večje prožnosti pnevmatik v obodni smeri je v tem, da na ta način že sama pnevmatika lahko kompenzira majhne razlike v dolžini poti, če na primer kolo na eni strani vozila naleti na oviro, ki jo mora prevoziti – glej sliko 4.4.



Slika 4.4: Različne dolžine poti kolesa pri naletu na oviro

Prečni prerez radialne pnevmatike je shematično prikazan na sliki 4.5. Žično jedro pnevmatike skrbi za dobro lego pnevmatike na platišču. Radialna karkasa v bočnici poskrbi za nosilnost bočnega dela pnevmatike, funkcija pasu pa je zagotavljanje oblike pnevmatike pri visokih kotnih frekvencah, pri katerih bi pnevmatika brez pasu izgubila osnovno obliko. Tekalna plast je pomembna za oprijem pnevmatike z vozno površino,

tesnilna plast pa zagotovi tesnjenje pnevmatike, saj je večina današnjih pnevmatik primerna za vgradnjo na platišče brez zračnice.



Slika 4.5: Prečni prerez radialne pnevmatike

Oznaka pnevmatike opisuje njeno zgradbo in osnovne geometrijske mere. Tako na primer oznaka pnevmatike **6,40-13/6 PR** pomeni naslednje [19]:

- pnevmatika ima diagonalno zgradbo;
- širina pnevmatike *b* je 6,40";
- premer platišča *D*_p za pnevmatiko je 13";
- višina boka pnevmatike h je 0,95 širine pnevmatike: $h = 0,95 \cdot b$; to so tipično superbalon diagonalne pnevmatike;
- indeks nosilnosti pnevmatike je PR6;
- pnevmatika nima oznake za hitrostni razred, torej je najvišja dovoljena obodna hitrost pnevmatike 150 km/h.

Oznaka pnevmatike 265/50 R 14 101 V pa pomeni naslednje [19]:

- pnevmatika ima radialno zgradbo (R);
- širina pnevmatike *b* je 265 mm;
- premer platišča *D*_p za pnevmatiko je 14";
- višina boka pnevmatike *h* je 0,50 širine pnevmatike: $h = 0,50 \cdot b$;

- indeks nosilnosti pnevmatike je 101;
- hitrostni razred pnevmatike je V zato je najvišja dovoljena obodna hitrost pnevmatike 240 km/h.

Hitrostni razredi pnevmatik so prikazani v preglednici 4.1. Indeksi nosilnosti pnevmatik so prikazani v preglednici 4.2.

Hitrostni razred pnevmatike	Dovoljena obodna hitrost v [km/h]
Р	150
Q	160
S	180
Т	190
Н	210
V	240
W	270
ZR	>270

Preglednica 4.1: Hitrostni razredi pnevmatik [19]

Preglednica 4.2: Indeksi nosilnosti	pnevmatik	[19]	1
-------------------------------------	-----------	------	---

Indeks nosilnosti pnevmatike i	Dovoljena obremenitev
	pnevmatike v [kg]
76	400
77	412,5
78	425
79	437,5
80	450
81	462,5
82	475
83	487,5
84	500
85	515
86	530
>86	500+(i-84)·15

4.1.2. Pnevmatika kot torno gonilo

Pri pospeševanju se pnevmatika obnaša kot pogonsko kolo v tornem gonilu – glej sliko 4.6.



Slika 4.6: Pnevmatika vozila pri pospeševanju

Ker je vektor pogonskega navora usmerjen v isto smer kot vektor kotne hitrosti, deformabilna pnevmatika v kontaktu z vozno površino zaostaja za teoretično točko dotika⁴. Na sliki 4.6 je ta pojav prikazan z zveznicami med osjo vrtenja pogonskega kolesa in kontaktno površino kolesa in podlage. Posledica zaostajanja kontaktne točke za teoretično je, da hitrost potovanja vrtišča kolesa v ni enaka obodni hitrosti kolesa v₀, ampak je manjša od nje. Posledica tega je tako imenovani specifični obodni zdrs σ_t pri pospeševanju kolesa:

$$v < v_0 \implies \sigma_t = \frac{v_0 - v}{v_0}$$
 (4.1)

Minimalna vrednost obodnega zdrsa je enaka nič in velja za čisto nakotaljevanje pnevmatike brez pospeševanja. Maksimalna vrednost obodnega zdrsa je enaka ena. Pri pospeševanju kolesa to pomeni, da se kolo vrti na mestu. V praksi je to mogoče pri silovitem pritisku na pedal plina, medtem ko vozilo stoji na zelo spolzki podlagi. Razmerje kolesne sile za pospeševanje F_k in navpične sile Z, ki pritiska kolo ob podlago, imenujemo vzdolžni koeficient sojemanja $\mu_{\rm H}$:

⁴ Teoretična točka dotika bi veljala za nakotaljevanje toge, popolnoma nedeformabilne pnevmatike.



$$\mu_{\rm H} = \frac{F_{\rm k}}{Z} \tag{4.2}$$

Pogonski navor na kolesu je potem takem enak:

$$M = \mu_{\rm H} \cdot Z \cdot r_{\rm st} = \mu_{\rm H} \cdot \text{konst.}$$
(4.3)

Odvisnost koeficienta sojemanja $\mu_{\rm H}$ od specifičnega obodnega zdrsa $\sigma_{\rm t}$ kolesa prikažemo v sojemalnem diagramu – glej sliko 4.7.



Slika 4.7: Sojemalni diagram pnevmatike pri pospeševanju

Mejni vrednosti koeficienta sojemanja $\mu_{\rm H}$ sta koeficient trenja pri mirovanju oziroma koeficient lepenja $\mu_{\rm tr,m}$. Ko kolo doseže to mejo, pride do makro zdrsa pnevmatike v kontaktni površini. Do te meje pa se pnevmatika le elastično deformira v obodni smeri. Pri makro zdrsu pnevmatike koeficient trenja med pnevmatiko in vozno površino pade na vrednost koeficienta drsnega trenja $\mu_{\rm tr,g}$.

Pri zaviranju se pnevmatika obnaša kot poganjano kolo v tornem gonilu – glej sliko 4.8. Ker je vektor pogonskega navora usmerjen v nasprotno smer kakor vektor kotne hitrosti, deformabilna pnevmatika v kontaktu z vozno površino prehiteva teoretično točko dotika. Posledica prehitevanja kontaktne točke je, da hitrost potovanja vrtišča kolesa v ni enaka obodni hitrosti kolesa v_0 , temveč je večja od nje. Posledica tega je tako imenovani specifični obodni zdrs pri zaviranju σ_t kolesa:

$$v > v_0 \implies \sigma_t = \frac{v_0 - v}{v}$$
 (4.4)



Slika 4.8: Pnevmatika vozila pri zaviranju

Minimalna vrednost obodnega zdrsa je enaka nič in velja za čisto nakotaljevanje pnevmatike brez zaviranja. Maksimalna vrednost obodnega zdrsa je enaka minus ena. Pri zaviranju kolesa to pomeni, da je kolo blokirano, vozilo pa se premika s hitrostjo v. V praksi je to mogoče pri silovitem pritisku na pedal zavore, medtem ko se vozilo premika na zelo spolzki podlagi. Razmerje zavorne sile na kolesu K in navpične sile Z, ki pritiska kolo ob podlago, je spet vzdolžni koeficient sojemanja $\mu_{\rm H}$:

$$\mu_{\rm H} = \frac{K}{Z} \tag{4.5}$$

Sojemalni diagram pri zaviranju je prikazan na sliki 4.9.



Slika 4.9: Sojemalni diagram pnevmatike pri zaviranju

Zavorni moment izračunamo na osnovi koeficienta sojemanja $\mu_{\rm H}$ na enak način, kakor pri pospeševanju – glej enačbo (4.3). Mejni vrednosti

koeficienta sojemanja $\mu_{\rm H}$ sta spet koeficient trenja pri mirovanju oziroma koeficient lepenja $\mu_{\rm tr,m}$ in koeficient drsnega trenja $\mu_{\rm tr,g}$.

Sestava in iztrošenost oziroma starost pnevmatike se odražata v spremenjenem sojemalnem diagramu pnevmatike – glej sliko 4.10.



Slika 4.10: Sojemalni diagrami za različne vrste in starost pnevmatike [2]

Na sliki 4.10 lahko vidimo, da je diagonalna pnevmatika v obodni smeri manj elastična od radialne pnevmatike, saj koeficient sojemanja pri diagonalni pnevmatiki doseže svoj vrh pri vrednosti $\mu_{tr,m}$ prej kakor pri radialni pnevmatiki. Specifični zdrs pri tej vrednosti koeficienta sojemanja je približno 2 % pri diagonalni pnevmatiki in 4 % pri radialni pnevmatiki [2]. Na sliki 4.10 lahko tudi vidimo, da se pri iztrošeni pnevmatiki sojemalne lastnosti poslabšajo. To je posledica postaranega gradiva na tekalni površini, saj elastomeri, ki se jih uporablja v pnevmatikah, s časom izgubijo svojo prožnost.

Sojemalna diagrama za pospeševanje in zaviranje lahko združimo v enoten sojemalni diagram – glej sliko 4.11. V diagramu na sliki 4.11 smo sojemalni koeficient $\mu_{\rm H}$ zamenjali s pogonskim ali zavornim navorom na pnevmatiki *M*. Razlika med njima je le v konstanti – glej enačbo (4.3). Levi spodnji del diagrama predstavlja razmere pri zaviranju, desni zgornji del diagrama pa razmere pri pospeševanju. V veliki večini primerov je sojemalni diagram za zaviranje zrcalna slika (zrcaljenje se izvede prek točke koordinatnega izhodišča) sojemalnega diagrama za pospeševanje. V skupni sojemalni diagram je vrisan še diagram, ki prikazuje delež elastičnega specifičnega obodnega zdrsa $\sigma_{\rm el}$. Iz diagrama na sliki 4.11 vidimo, da je specifični obodni zdrs pnevmatike praktično v celoti v elastičnem območju, dokler ne pride do makro zdrsa pnevmatike.



Slika 4.11: Enotni sojemalni diagram za pnevmatiko

4.1.3. Mikro kontakt pnevmatike in vozne površine

Če študiramo kontakt med pnevmatiko na mikro ravni, opazimo, da tako pri pospeševanju kakor pri zaviranju prihaja do relativnih zdrsov med pnevmatiko in vozno površino na kontaktni površini, čeprav na makro ravni koeficient sojemanja $\mu_{\rm H}$ še ne doseže meje $\mu_{\rm tr,m}$. Vzrok za ta pojav je neenakomerna porazdelitev navpične sile kolesa na podlago po kontaktni površini med kolesom in podlago. Če deformabilno kolo miruje na vozni površini, je porazdelitev navpične kolesne sile vzdolž kontaktne površine dZ/dx v smeri x koordinatnega sistema vozila parabola, ki je simetrična glede na srednjo prečno ravnino kolesa – glej sliko 4.12. Posledica deformacije kolesa z vozno površino, ki je vzdolž smeri x koordinatnega sistema porazdeljena, kot kaže slika 4.12.

Pri kotaljenju deformabilnega kolesa po vozni površini se pojavi kotalni upor iz razlogov, ki so opisani v poglavju 1.2.2. Posledica kotalnega upora je, da porazdelitev navpične kolesne sile vzdolž kontaktne površine dZ/dx v smeri x koordinatnega sistema vozila ni več parabola in ni več simetrična glede na srednjo prečno ravnino kolesa – glej sliko 4.13.



Slika 4.12: Porazdelitev navpične kolesne sile vzdolž kontaktne površine dZ/dx za mirujoče deformabilno kolo [2]

Zmnožek navpične kolesne sile na enoto dolžine kontaktne površine dZ/dx z mejnima koeficientoma trenja $\mu_{tr,m}$ in $\mu_{tr,g}$ definira mejno silo trenja na enoto dolžine kontaktne površine za uprijem kolesa z vozno površino brez drsenja oziroma s prisotnostjo drsenja – glej tudi sliko 4.13:

- mejna sila trenja na enoto dolžine kontaktne površine brez zdrsa je enaka $(dZ/dx) \cdot \mu_{tr,m}$;
- največja možna sila trenja na enoto dolžine kontaktne površine pri drsenju kolesa po podlagi je enaka $(dZ/dx) \cdot \mu_{trg}$.

Obodna sila med kolesom in vozno površino F_t , ki pospešuje vozilo, tudi ni porazdeljena enakomerno po vozni površini:

$$dF_t / dx \neq \text{konst.} \tag{4.6}$$

Odvisna je od velikosti obodne specifične deformacije pnevmatike. Le-ta pa je največja v osrednjem delu kontaktne površine, ker je tam največji kolesni pritisk na podlago, ki ustvari zadosti trenja, da se obodna sila F_t

Transmisija vozil

lahko prenese s kolesa na vozno površino. Teoretični potek obodne sile na enoto dolžine kontaktne površine dF_t/dx bi bil takšen, kakor ga prikazuje slika 4.13. Ker pa na zadnjem delu kontaktne površine teoretična vrednost količine dF_t/dx preseže mejno silo trenja na enoto dolžine $(dZ/dx) \cdot \mu_{tr,m}$, se na tem delu kontaktne površine pojavi omejeni mikro zdrs med kolesom in vozno površino. V delu kontaktne površine, kjer obstaja mikro zdrs med kolesom in vozno površino, je dejanski potek obodne sile na enoto dolžine kontaktne površine dF_t/dx enak mejnemu drsnemu trenju na enoto površine $(dZ/dx) \cdot \mu_{tr,g}$ - glej sliko 4.13.

Pnevmatika med pospeševanjem





Na delu kontaktne površine med kolesom in pnevmatiko se torej pojavi relativni zdrs dveh teles v kontaktu.

Podobne razmere se pojavijo tudi pri zaviranju deformabilnega kolesa na vozni površini – glej sliko 4.14.



Slika 4.14: Porazdelitev navpične kolesne sile Z in sile zaviranja K vzdolž kontaktne površine za deformabilno kolo pri zaviranju [2]

Razlika med pospeševanjem in zaviranjem kolesa je v smeri delovanja navora na kolo. Pri zaviranju zavorni navor nasprotuje smeri vrtenja kolesa. Posledica tega je, da je porazdelitev zavorne sile *K* vzdolž kontaktne površine drugačna od porazdelitve sile pospeševanja F_t . Ker je pri zaviranju kolesa glavnina zavorne sile porazdeljena močno za prečno simetrijsko ravnino kolesa (glej teoretično porazdeljena močno za prečno simetrijsko ravnino kolesa (glej teoretično porazdeljena na enoto dolžine (dZ/dx)· $\mu_{tr,m}$ pri zaviranju mikro zdrs kolesa v kontaktu pojavi prej kakor pri pospeševanju kolesa. Rezultat je relativno večji delež kontaktne površine z mikro zdrsom med kolesom in vozno površino.

4.2. Diferencialno gonilo

Diferencialno gonilo na pogonski premi vozila in pri sredinskem razdelilniku pogona, če ima vozilo pogon na vsa štiri kolesa, se uporablja za izravnavo različnih vrtilnih hitrosti polgredi zaradi vožnje vozila v ovinek. Najenostavnejše in najpogosteje uporabljano diferencialno gonilo je planetno gonilo s stožčastimi zobniki – glej sliko 4.15.



Slika 4.15: Klasično diferencialno gonilo

Planetna gred s planetnim stožčastim zobnikom je vezana na kotno gonilo, stožčasta sončna zobnika pa sta vezana na dve polgredi diferencialna. Stabilna prestava diferencialnega gonila na sliki 4.15 pri blokirani planetni gredi je enaka -1. To pomeni, da se pogonski navor M_m , ki pride na planetno gred diferencialnega gonila, enakomerno porazdeli na obe izhodni polgredi diferencialnega gonila:

$$M_1 = M_2 = M_{\rm m} / 2 \tag{4.7}$$

Posledica takšne zasnove diferencialnega gonila je, da bosta navora na obeh izhodnih polgredeh diferenciala M_1 in M_2 vedno enaka, ne glede na velikost kotnih hitrosti posameznih izhodnih polgredi. Posledica tega je, da v primeru, ko eno kolo zapelje na spolzko podlago, prenos pogonskega ali zavornega navora na podlago prek tega kolesa ni mogoč zaradi zanemarljivo majhnega mejnega trenja $\mu_{tr,m}$. Zaradi tega tudi drugo kolo ni sposobno učinkovito poganjati ali zavirati vozila, ker je velikost pogonskega ali zavornega navora na tem kolesu enaka, kakor pri kolesu brez oprijema z vozno površino.

V nadaljevanju tega poglavja so predstavljene različne možnosti transmisij vozil v kombinaciji z različnimi voznimi površinami pod posameznimi kolesi oziroma premami vozil.

4.2.1. Vpliv diferencialnega gonila na sojemanje pnevmatik s podlago

Vpliv prisotnosti ali odsotnosti diferencialnega gonila v transmisiji vozila v kombinacijami s sojemalnimi diagrami pnevmatik bomo prikazali na primeru vozila s štirikolesnim pogonom. Pri tem bomo prikazali sojemalne razmere in tokove moči v transmisiji za različne kombinacije voznih površin. Primer dvoslednega vozila s pogonom na vsa štiri kolesa brez diferencialnega gonila na sredinskem razdelilniku pogona pri vožnji v ovinek je prikazan na sliki 4.16.



Slika 4.16: Dvosledno vozilo s pogonom na vsa štiri kolesa brez diferencialnega gonila na sredinskem razdelilniku pogona

S slike 4.16 vidimo, da bi morale biti teoretične kotne hitrosti vseh štirih koles različne, saj so polmeri, po katerih morajo voziti kolesa sprednje in zadnje preme, različni. Točka P predstavlja pol hitrosti vozila pri vožnji skozi ovinek. V primeru, ko sta polmera R_1 in R_2 velika:

$$R_1, R_2 >> 0$$
 (4.8)

lahko dvosledno vozilo poenostavimo v enosledno vozilo. Pri tem lahko zanemarimo vpliv diferencialnih gonil na sprednji in zadnji premi vozila – glej sliko 4.17. V tem primeru sta teoretični obodni hitrosti koles na sprednji in zadnji premi pri vožnji v ovinek enaki:

$$v_{1,0} = \omega_{1,0} \cdot r_{\rm st} \propto R_1 \tag{4.9}$$

$$v_{2,0} = \omega_{2,0} \cdot r_{\rm st} \propto R_2 < v_{1,0} \tag{4.10}$$

Zaradi odsotnosti diferenciala na sredinskem razdelilniku pogona pa sta dejanski obodni hitrosti koles na sprednji in zadnji premi pri vožnji v ovinek enaki:

$$v_1 = v_2$$
 (4.11)

(4.12)

Posledično se razlikujeta pogonska oziroma zavorna navora na sprednji in zadnji premi vozila:



Slika 4.17: Poenostavljeno enosledno vozilo s pogonom na vsa štiri kolesa brez diferencialnega gonila na sredinskem razdelilniku pogona

Vpliv prisotnosti oziroma odsotnosti diferencialnega gonila v transmisiji vozila s štirikolesnim pogonom in sojemalnih lastnosti med kolesi posameznih prem in vozno površino najlažje prikažemo z dvojnim sojemalnim diagramom⁵. Dvojni sojemalni diagram za vožnjo vozila s štirikolesnim pogonom brez sredinskega diferencialnega gonila v ovinek po trdi podlagi je prikazan na sliki 4.18.

⁵ Dvojni sojemalni diagram se imanuje tudi Fajdigov diagram po njegovem avtorju prof. dr. Matiji Fajdigi, ki je takšen prikaz sojemalnih lastnosti med kolesi vozila in vozno površino prvi uporabil v svoji doktorski disertaciji [27].





Slika 4.18: Dvojni sojemalni diagram za vožnjo vozila s štirikolesnim pogonom brez sredinskega diferencialnega gonila v ovinek po trdi podlagi

V primeru čistega nakotaljevanja brez pospeševanja ali zaviranja in brez omejitev gibanja za kolesa na posamezni premi je teoretična hitrost nakotaljevanja kolesa enaka teoretični obodni hitrosti kolesa pri vožnji v ovinek. Ta teoretična hitrost je $v_{1,0}$ za kolesa sprednje preme in $v_{2,0}$ za kolesa zadnje preme vozila. Skozi ti dve točki na abscisi potekata enotna sojemalna diagrama za kolesa sprednje in zadnje preme. Pozitivna navora $M_{1,2}$ predstavljata pogonski navor na kolesih posamezne preme, negativna navora $M_{1,2}$ pa zaviralni navor na kolesih posamezne preme.

Ker sta obodni hitrosti koles na sprednji in zadnji premi v primeru vozila s štirikolesnim pogonom brez sredinskega diferencialnega gonila vedno enaki (glej enačbo (4.11)), lahko iz diagrama na sliki 4.18 ugotovimo, da je v primeru enakomerne vožnje skozi ovinek po trdi podlagi dejanska obodna hitrost vseh koles enaka:

$$v_1 = v_2 = \frac{v_{1,0} + v_{2,0}}{2} \tag{4.13}$$

Posledica tega je, da je dejanska obodna hitrost koles na sprednji premi manjša od teoretične, na zadnji premi pa je dejanska obodna hitrost kolesa večja od teoretične. To ima za posledico neenakost navorov na posameznih premah vozila. Iz diagrama na sliki 4.18 vidimo, da so kolesa zadnje preme poganjana s tako velikim navorom, s kakršnim so zavirana kolesa sprednje preme:

$$M_2 = -M_1 \tag{4.14}$$

Transmisija vozil

Če želimo vozilo pri vožnji v takšen ovinek pospešiti, moramo v transmisijo dodati dodatni pogonski navor M_m , ki pa se zaradi odsotnosti sredinskega diferencialnega gonila ne prenese enakomerno med kolesa zadnje in sprednje preme. Dodatni navor M_m tako poveča pogonski navor na kolesih zadnje preme in ustrezno zmanjša zaviralni navor na kolesih sprednje preme – glej diagram na sliki 4.18. Pri tem velja naslednja zveza:

$$M_2 = |M_1| + M_{\rm m} \tag{4.15}$$

Tok moči v transmisiji vozila v takšnih razmerah je prikazan na sliki 4.19.



Slika 4.19: Tok moči v transmisiji vozila s štirikolesnim pogonom brez sredinskega diferenciala pri pospeševanju v ovinek na trdi podlagi

 P_1 je odvedena moč s koles prve preme, P_2 je dovedena moč na kolesa zadnje preme, P_m je dodatna dovedena moč v transmisijo vozila. Velikost jalove moči v transmisiji vozila je v tem primeru enaka moči P_1 . Problem jalove moči v transmisiji je, da ne opravlja koristnega dela, vendar vseeno obremenjuje strojne elemente v transmisiji.

Toku jalove moči v transmisiji vozila s štirikolesnim pogonom se izognemo tako, da v sredinski razdelilnik moči vgradimo diferencialno gonilo. Dvojni sojemalni diagram za vožnjo vozila s štirikolesnim pogonom s sredinskim diferencialnim gonilom v ovinek po trdi podlagi je prikazan na sliki 4.20. V tem primeru so pri čistem nakotaljevanju koles brez pospeševanja ali zaviranja v ovinku dejanske obodne hitrosti koles na sprednji in zadnji premi $v_{1,2}$ kar enake teoretičnim hitrostim nakotaljevanja $v_{1,0}$ in $v_{2,0}$:

$$v_1 = \omega_1 \cdot r_{\rm st} \propto R_1 > v_2 = \omega_2 \cdot r_{\rm st} \propto R_2 \tag{4.16}$$



Slika 4.20: Dvojni sojemalni diagram za vožnjo vozila s štirikolesnim pogonom brez sredinskega diferencialnega gonila v ovinek po trdi podlagi

Pri pospeševanju vozila s štirikolesnim pogonom in sredinskim diferencialnim gonilom v ovinek po trdi podlagi se na obeh premah dejanski obodni hitrosti koles povečata, pri čemer se na kolesih obeh prem pojavita enaka pogonska navora M_1 in M_2 , ki sta enaka polovici v transmisijo vozila dodanega navora M_m – glej tudi diagram na sliki 4.20:

$$M_1 = M_2 = \frac{M_{mot}}{2}$$
(4.17)

V tem primeru v transmisiji vozila ni jalovega toka moči – glej sliko 4.21.



Slika 4.21: Tok moči v transmisiji vozila s štirikolesnim pogonom s sredinskim diferencialom pri pospeševanju v ovinek na trdi podlagi

Transmisija vozil

Kljub številnim prednostim, ki jih ima vozilo s štirikolesnim pogonom in sredinskim diferencialom, je slabost takšnega pogona, da je neučinkovit, če vozna podlaga pod kolesi ene preme nudi slab oprijem. Primer vožnje vozila s štirikolesnim pogonom s sredinskim diferencialnim gonilom v ovinek, pri čemer je pod kolesi sprednje preme mehka podlaga, pod kolesi zadnje preme pa trda podlaga, je prikazan na sliki 4.22.



Slika 4.22: Dvojni sojemalni diagram za vožnjo vozila s štirikolesnim pogonom s sredinskim diferencialom v ovinek po mehki in trdi podlagi

Iz diagrama na sliki 4.22 vidimo, da zaradi prisotnosti diferencialnega gonila v sredinskem razdelilniku pogona na kolesa zadnje preme pride samo toliko pogonskega navora M_2 , kolikor so ga sposobna kolesa sprednje preme prenesti na vozno površino v pogojih mejnega zdrsa, ko je koeficient sojemanja $\mu_{\rm H}$ enak mejnemu koeficientu trenja $\mu_{\rm tr,m}$. Le-ta pa je zaradi spolzke podlage sorazmerno nizek. V tem primeru vozilo ne more premagovati velikih naklonov vozne površine ali pospeševati, kljub dobremu oprijemu zadnjih koles z vozno površino.

Ta problem lahko odpravimo, če sredinski razdelilnik pogona nima diferencialnega gonila, ali če je diferencialno gonilo blokirano z zaporo diferenciala. Primer vožnje vozila s štirikolesnim pogonom z blokiranim sredinskim diferencialnim gonilom, kadar je pod kolesi sprednje preme mehka podlaga, pod kolesi zadnje preme pa trda podlaga, je prikazan na sliki 4.23. V tem primeru se zaradi blokade diferencialnega gonila pogonski navor ne porazdeli enakomerno med kolesa sprednje in zadnje preme. V diagramu na sliki 4.23 vidimo, da se v primeru blokade sredinskega diferencialnega gonila več pogonskega navora prenese na kolesa tiste preme, ki imajo boljši oprijem z vozno površino.



Slika 4.23: Dvojni sojemalni diagram za vožnjo vozila s štirikolesnim pogonom brez sredinskega diferenciala po mehki in trdi podlagi

4.2.2. Najpogostejši tipi diferencialov

Mehanski nesamozaporni diferencial

Mehanski nesamozaporni diferencial je prikazan na sliki 4.15. Takšno diferencialno gonilo je vgrajeno v veliki večini osebnih vozil. Terenska, tovorna, kmetijska in gradbena vozila imajo zelo pogosto kombiniran takšen klasični mehanski diferencial s 100-odstotno mehansko zaporo diferenciala. Takšna mehanska zapora diferenciala je navadna zobniška sklopka, s katero eno od polgredi diferenciala neposredno sklopno povežemo z ohišjem kotnega gonila, ki je tudi planetna gred diferenciala.

Diferencial TORSEN

Diferencial TORSEN (angl. »TORque SENsistive«) je samozaporni diferencial. Samozapornost je dosežena s pomočjo trenja med dvema paroma polžastih gonil, ki v spregi tvorita diferencialno gonilo – glej sliko 4.24. Diferencial TORSEN je edino diferencialno gonilo, katerega kinematika ne temelji na planetnemu gonilu s stožčastimi zobniki. Namesto treh stožčastih zobnikov (glej sliko 4.15) je sestavljen iz dveh parov polžastih gonil. Polževi kolesi oziroma vijačna zobnika sta povezana na izhodni polgredi diferenciala, polža pa predstavljata planetna zobnika. Vendar se polža ne moreta gibati neodvisno, ker sta med seboj povezana s sprežno zobniško dvojico. Posledica tega je, da se oba polža v planetni gredi vrtita z enakima kotnima hitrostma v različnih smereh.

Transmisija vozil



Slika 4.24: Shema TORSEN samozapornega diferenciala

Takšna postavitev zobnikov v diferencialu TORSEN omogoča, da se pri vožnji v ovinek kolesi na zunanji in notranji strani ovinka vrtita z različnimi kotnimi hitrostmi. Posledica je relativno gibanje med polževima kolesoma in polžema na obeh polgredeh. Pri enem polževem gonilu je pogonski zobnik polževo kolo in polž je poganjani zobnik. Pri drugem polževem gonilu pa polž poganja polževo kolo. Zaradi tega se v obeh polževih gonilih pojavljata relativna zdrsa med polževim kolesom in polžem, ki predstavljata izgubo navora in moči v polževem gonilu. Vendar prav ta navor, ki se izgublja na polževih gonilih v diferencialu TORSEN, omogoča, da se pogonski navor, ki ga prek kotnega gonila vnesemo na planetno gred (t.j. gred, v katero sta uležajena oba polža) diferenciala TORSEN, neenakomerno porazdeli med obe polgredi. V primeru, ko je pod kolesom polgredi 1 slab oprijem, pod kolesom polgredi 2 pa dober oprijem, lahko na drugo polgred vnesemo navor M_2 , ki je vsota navora na prvi polgredi M_1 in izgub navora M_{izg} v diferencialu TORSEN:

$$M_2 = M_1 + M_{\rm izg} \tag{4.18}$$

Prednost takšnega diferencialnega gonila je v tem, da je samozapornost odvisna od razlike vrtilnih hitrosti posameznih izhodnih polgredi diferenciala in velikosti pogonskega navora $M_{\rm m}$. Glavna slabost tega diferenciala pa je, da se izgube pogonskega navora pojavljajo vedno, ko vrtilni hitrosti izhodnih polgredi nista enaki, torej tudi pri vožnji v ovinek na trdi podlagi.
Mehanski samozaporni diferencial z lamelami

Mehanski samozaporni diferencial z lamelami, ki je prikazan na sliki 4.25, je modifikacija klasičnega mehanskega diferenciala s stožčastimi zobniki.



Slika 4.25: Shema mehanskega samozapornega diferenciala z lamelami

Kakor vidimo na sliki 4.25, je diferencialno gonilo sestavljeno iz dveh stožčastih zobnikov, ki sta vezani na izhodni polgredi diferenciala ter stožčastim planetnim zobnikom, ki je uležajen na planetno gred, ki je pritrjena na krožnikasti zobnik kotnega gonila. Posebnost tega diferenciala so paketi lamel, ki so izmenično pritrjene na planetno gred diferenciala in na posamezni izhodni polgredi diferenciala, podobno kot pri večlamelni sklopki za vklapljanje.

Aksialno silo F_a , ki stiska pakete lamel med seboj, ustvarimo s pomočjo dveh potisnih obročev (po en obroč za vsako izhodno polgred diferenciala), ki na eni strani ustvarjajo pritisk na lamele, na drugi pa so naslonjeni na os stožčastega planetnega zobnika, ki ima kvadratni prerez – glej detajl na sliki 4.25. Samozapornost ustvarimo z obema večlamelnima sklopkama, ki v primeru vklopa preneseta del pogonskega navora M_m iz planetne gredi direktno na obe izhodni polgredi mimo

stožčastega diferencialnega gonila. Ko namreč na planetno gred dodamo pogonski navor $M_{\rm m}$, planetna gred pritisne na os planetnega stožčastega zobnika v obodni smeri. Zaradi kvadratne oblike osi planetnika se le-ta pod kotoma 45° nasloni na potisna obroča večlamelnih sklopk in ju z aksialno silo $F_{\rm a}$ pritisne na lamele.

Del pogonskega navora na obe polgredi se prenaša prek večlamelnih sklopk, del pa prek stožčastega diferencialnega gonila. V primeru, ko je vozna površina pod enim kolesom spolzka, večlamelni sklopki poskrbita, da se na kolo z boljšim oprijemom z vozno površino lahko prenese več pogonskega navora. Samozapornost tega diferenciala je odvisna le od velikosti pogonskega navora M_m . Glavna slabost tega diferenciala je podobna kot pri diferencialu TORSEN in to je, da se izgube pogonskega navora spet pojavljajo vedno, ko vrtilni hitrosti izhodnih polgredi nista enaki, torej tudi pri vožnji v ovinek na trdi podlagi.

Avtomatski samozaporni diferencial z lamelami

Avtomatski samozaporni diferencial z lamelami (ASD) je elektronskohidravlična nadgradnja mehanskega samozapornega diferenciala z lamelami. Shematsko je prikazan na sliki 4.26.

Pri diferencialu ASD skrbita za stisk lamel v večlamelnih sklopkah hidravlična cilindra, ki sta s pomočjo radialno-aksialnih ležajev vpeta na obe izhodni polgredi diferenciala zunaj ohišja stožčastega diferenciala. Ko se v posameznem hidravličnem cilindru pojavi povečan tlak olja, hidravlični cilinder prek prirobnice potegne polgred s stožčastim sončnim zobnikom proti ohišju diferenciala, to je njegovi planetni gredi. S tem v aksialni smeri pritisne na lamele večlamelne sklopke, ki s pomočjo trenja prenašajo pogonski navor s planetne gredi direktno na izhodno polgred diferenciala. Del moči se na izhodno polgred torej spet prenaša prek sklopke, del pa prek stožčastega sončnega zobnika. Glavna prednost diferenciala ASD pred mehanskim diferencialom z lamelami je, da sta aktivaciji leve oziroma desne večlamelne sklopke povsem neodvisni med seboj. Še več, aksialna sila F_a , ki stiska lamele skupaj, ni odvisna od pogonskega navora $M_{\rm m}$ na planetni gredi, temveč od tlaka olja v cilindrih. Hidravlični cilindri hidravličnih SO krmiljeni prek računalniškega sistema za kontrolo zdrsa vozila. Ta diferencial ohrani vse prednosti mehanskih samozapornih diferencialnih gonil. Nima pa njihove bistvene slabosti, to je izgube navora in moči pri normalni vožnji v ovinek na trdi podlagi, ker takrat lamelni sklopki nista aktivirani.



Slika 4.26: Avtomatski samozaporni diferencial z lamelami [19]

Diferencial z vektorskim usmerjanjem navora

Diferencial z vektorskim usmerjanjem navora (angl. »Torque Vectoring Differential Gear«) predstavlja nadgradnjo diferenciala ASD. Omogoča poljubno razdelitev navora med dve izhodni polgredi diferenciala brez zavornih elementov (večlamelna sklopka) med izhodnimi polgredmi diferenciala ter planetne gredi oziroma ohišja diferenciala. To pomeni, da je vrtenje obeh izhodnih polgredi prosto, čeprav navor med njima ni enakomerno porazdeljen. Shema diferenciala z vektorskim usmerjanjem navora, ki ga je za proizvajalce vozil, kot sta BMW in Porsche, izdelalo podjetje ZF, je prikazana na sliki 4.27.

Diferencial z vektorskim usmerjanjem navora na sliki 4.27 je sestavljen iz klasičnega diferencialnega gonila s stožčastimi zobniki. Med ohišje diferenciala oziroma planetno gred in vsako izmed izhodnih polgredi je vgrajeno 2AA planetno gonilo. Pri tem planetnem gonilu je ena sončna gred spojena na planetno gred stožčastega diferenciala, druga sončna gred pa na izhodno polgred diferenciala. Planetna gred z dvema planetnima zobnikoma je prek večlamelne zavore povezana z nepomičnim ohišjem kotnega gonila [28].



Slika 4.27: Diferencial z vektorskim usmerjanjem navora ZF [28]

Če je aksialna sila F_a , ki deluje na lamele zavore, enaka nič, takšen diferencial deluje kot klasični mehanski diferencial brez izgub, ki vedno razdeli pogonski navor s kotnega gonila M_m enakomerno med obe izhodni polgredi diferenciala – glej sliko 4.28. Pogonski sili med levim oziroma desnim kolesom in podlago sta enaki med seboj:



Slika 4.28: Neaktiviran diferencial z vektorskim usmerjanjem navora [28]

Pri aktivaciji ene večlamelne zavore je aksialna sila F_a na lamele te zavore večja od nič. Posledica tega je, da se del navora na iz planetne gredi stožčastega diferenciala prenese na planetno gred tistega planetnega

gonila za vektorsko usmerjanje navora, katerega zavora je aktivirana – glej sliko 4.29. Posledica tega je, da se del navora M_m , ki pride na planetno gred stožčastega diferenciala prek planetnega gonila za usmerjanje navora, direktno prenese na tisto izhodno polgred diferenciala, na kateri je aktivirana zavora planetnega gonila. Hkrati pa preostanek pogonskega navora M_m stožčasti diferencial še vedno razdeli med obe polgredi. Rezultat takšne porazdelitve navora je bistveno povečan pogonski navor na izhodni polgredi diferenciala z aktivirano zavoro planetnega gonila [28]. Takšno porazdelitev pogonskih navorov omogoča sama zasnova planetnega gonila za usmerjanje navora. Le-to ima stabilno prestavo rahlo manjšo od ena, če za vhodno sončno gred definiramo večji sončni zobnik, ki je pritrjen na planetno gred stožčastega diferenciala.



Slika 4.29: Aktivirano desno planetno gonilo v diferencialu z vektorskim usmerjanjem navora [28]

V ekstremnem primeru lahko nastavitev diferenciala z vektorskim usmerjanjem navora s slike 4.29 ob odsotnosti pogonskega navora $M_{\rm m}$ na kotnem gonilu omogoča tako imenovani jalov tok moči z levega na desno kolo. Pri tem zaviralna obodna sila na levem kolesu ustvarja pogonsko obodno silo na desnem kolesu – glej sliko 4.30.

Glavni namen diferenciala z vektorskim usmerjanjem navora je poleg obvladovanja vozila v pogojih mejnega zdrsa pod pogonskimi kolesi tudi vplivanje na samo dinamiko vožnje vozila. Z ustreznim usmerjanjem navora med notranje in zunanje kolo v ovinku lahko s takšnim vozilom bodisi povečamo agilnost pri vožnji v ovinku bodisi dosežemo večjo stabilnost in mirnost vožnje v ovinku – glej sliko 4.31.

Diferencial z vektorskim usmerjanjem navora uspešno deluje le s pomočjo ustreznega računalniškega nadzora. Kljub velikim prednostim, ki jih prinaša v transmisijo vozila, je njegovih aplikacij v osebnih vozilih zelo malo. Razlog je predvsem visoka cena v primerjavi z ostalimi gonili.



Slika 4.30: Jalov tok moči pri aktiviranem desnem planetnem gonilu v diferencialu z vektorskim usmerjanjem navora [28]



Slika 4.31: Vpliv vektorskega usmerjanja navora v diferencialu na dinamiko vožnje vozila v ovinku [28]

4.3. Vpliv bočne prožnosti pnevmatik na obnašanje vozila

Pri obremenitvi mirujoče prožne pnevmatike s prečno silo S se pnevmatika deformira v bočni smeri, kot kaže slika 4.32. Reakcija podlage na prečno silo S v smeri y koordinatnega sistema vozila je enaka Y. P_z je reakcija podlage na navpično silo Z, ki deluje na os kolesa.



Slika 4.32: Prečna deformacija mirujoče pnevmatike pri obremenitvi z bočno silo [2]

Porazdelitev navpične sile Z vzdolž kontaktne površine pnevmatike z vozno površino je simetrična glede na navpično prečno simetrijsko ravnino kolesa in ima obliko parabole – glej tudi poglavje 4.1.3.

Pri kotaljenju pnevmatike po podlagi zaradi potovanja vozila s hitrostjo v pa pride do poševnega nakotaljevanja pnevmatike. Kontaktna površina, ki je bila pri mirovanju pnevmatike elipsa, se deformira v ledvici podobno obliko – glej sliko 4.33. Poševno nakotaljevanje pnevmatike se zgodi zaradi tega, ker se maksimum porazdelitve navpične sile vzdolž kontaktne površine dZ/dx zaradi kotalnega upora premakne pred os vrtenja. Ker kolo pred osjo vrtenja bolj pritiska na podlago kot za osjo vrtenja, je upor pnevmatike proti prečni deformaciji večji pred osjo vrtenja kot za njo. Posledica tega je, da v prisotnosti bočne sile na kolo *S* kolo nakotaljuje poševno pod kotom α_s – glej sliko 4.34, α_s imenujemo kot poševnega nakotaljevanja [2].



Slika 4.33: Poševno nakotaljevanje pnevmatike pri obremenitvi z bočno silo [2]



Slika 4.34: Kot poševnega nakotaljevanja [2]

Posledica poševnega nakotaljevanja ob prisotnosti bočne sile na kolo S je, da je glavnina prečne reakcija podlage Y na bočno silo S porazdeljena za osjo vrtenja, saj manjši kolesni pritisk za osjo vrtenja omogoča večje prečne specifične deformacije pnevmatike. Večja prečna specifična deformacija pnevmatike namreč omogoča večjo strižno napetost v prečni smeri, ki je posledica porazdelitve prečne reakcije podlage vzdolž kontaktne površine dY/dx – glej sliki 4.33 in 4.34.

Zmnožek porazdelitve navpične sile vzdolž kontaktne površine dZ/dx s koeficientom lepenja $\mu_{tr,m}$ predstavlja mejo mikro zdrsa pnevmatike v kontaktu, zmnožek veličine dZ/dx z drsnim koeficientom trenja $\mu_{tr,g}$ pa

mejno silo trenja pri drsenju. Zato reakcije podlage vzdolž kontaktne površine d*Y*/dx ne more biti višja od zmnožka $(dZ/dx) \cdot \mu_{tr,m}$ pred mikro zdrsom pnevmatike oziroma $(dZ/dx) \cdot \mu_{tr,g}$ v področju kontakta, kjer pnevmatika zdrsi po vozni površini. Rezultat je dejanski potek veličine d*Y*/dx, kakor ga kaže slika 4.33. Posledica tega je, da prijemališče prečne reakcije podlage *Y* na prečno silo *S* za rotacijsko osjo kolesa in je od nje oddaljeno za vrednost *e*. Posledica tega je moment poševnega nakotaljevanja M_s [2]:

$$M_{\rm s} = Y \cdot e \tag{4.20}$$

Razmerje prečne sile na kolo *S* in navpične sile kolesa na podlago *Z* imenujemo bočni koeficient sojemanja pri poševnem nakotaljevanju in ga označimo z μ_s [2]:

$$\mu_{\rm s} = \frac{S}{Z} \tag{4.21}$$

Bočna prožnost pnevmatike pri poševnem nakotaljevanju c_s je definirana kot razmerje kota poševnega nakotaljevanja α_s in bočnega koeficienta sojemanja μ_s (glej tudi sliko 4.35) [2]:



Slika 4.35: Kot poševnega nakotaljevanja [2]

Bočna prožnost pnevmatike je odvisna od zgradbe pnevmatike in tlaka zraka v pnevmatiki. Večji kot je tlak v pnevmatiki, manjša je njena bočna prožnost c_s . Diagonalne pnevmatike imajo večjo bočno prožnost c_s kot

127

(4.22)

radialne pnevmatike, ker pas pri radialni pnevmatiki delno preprečuje zasuk kontaktne površine pri poševnem nakotaljevanju. Bočna prožnost pnevmatike c_s pa vpliva tudi na podkrmarjenost in prekrmarjenost vozila, kakor je prikazano v naslednjih dveh podpoglavjih.

4.3.1. Bočna prožnost pnevmatik in podkrmarjenost vozila

Pri vožnji v ovinek se mora notranje kolo zasukati za večji krmilni kot λ kakor zunanje kolo. V primeru, ko je polmer ovinka *R* velik v primerjavi z medosno razdaljo vozila *l*, lahko dvosledno vozilo poenostavimo v enosledno vozilo z enotnim krmilnim kotom – glej tudi sliko 4.36:



Slika 4.36: Krmilni kot vozila pri vožnji v ovinek

Krmilni kot λ je odvisen od polmera ovinka R, zaradi poševnega nakotaljevanja pnevmatik sprednje in zadnje pa je odvisen tudi od bočne prožnosti pnevmatik $c_{s1,2}$ na sprednji oziroma zadnji premi. Zaradi poševnega nakotaljevanja se namreč premakne pol hitrosti pri vožnji kolesa v ovinek – glej sliko 4.37. Posledica tega je, da zaradi vožnje v ovinek na težišče vozila deluje centrifugalna sila F_c , ki se porazdeli med sprednjo (F_{c1}) in zadnjo (F_{c2}) premo vozila. Prečni sili $F_{c1,2}$, ki delujeta na kolesa sprednje in zadnje preme, povzročita na kolesih obeh prem poševno nakotaljevanje, katerega posledica sta kota poševnega nakotaljevanja na kolesih sprednje (α_{s1}) in zadnje preme (α_{s2}).



Slika 4.37: Razmere pri vožnji vozila s prožnimi pnevmatikami v ovinek

Če sta razdalji $R_{1,2}$ med polom hitrosti P in vrtiščnimi osmi koles na sprednji in zadnji premi veliki v primerjavi z medosno razdaljo l, lahko zapišemo:

$$R_1, R_2 >> 0 \Longrightarrow R_1 \approx R_2 \approx R \Longrightarrow F_{c1} \approx F_c \cdot \frac{l''}{l}; F_{c2} \approx F_c \cdot \frac{l'}{l}$$
(4.24)

Pri tem je centrifugalna sila, ki deluje na težišče vozila enaka:

$$F_{\rm c} = m \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{R} \tag{4.25}$$

kjer so v potovalna hitrost vozila, R srednji polmer ovinka in g zemeljski težni pospešek. Če vozilo ne pospešuje ali zavira, ne vozi v klanec in je vpliv izgub navora v ležajih zanemarljiv, potem se centrifugalna sila porazdeli na kolesa sprednje in zadnje preme v enakem razmerju, kakor teža vozila G – glej enačbe (3.11), (3.14) in (4.25). Iz tega sledi, da je skupni bočni koeficient sojemanja μ_s za vozilo enak:

$$\mu_{\rm s} = \frac{F_{\rm c}}{G} = \frac{1}{g} \cdot \frac{v^2}{R} \tag{4.26}$$

in je enak za kolesa na sprednji in zadnji premi vozila:

$$\mu_{s1} \approx \mu_{s2} \approx \mu_s \tag{4.27}$$

Ob upoštevanju bočne prožnosti pnevmatik na sprednji (c_{s1}) in zadnji (c_{s2}) premi, lahko izračunamo kota poševnega nakotaljevanja za kolesa obeh prem vozila:

$$\alpha_{\rm s1} = c_{\rm s1} \cdot \mu_{\rm s} \tag{4.28}$$

$$\alpha_{s2} = c_{s2} \cdot \mu_s \tag{4.29}$$

Na osnovi slike 4.37 lahko s pomočjo enačb (4.27), (4.28) in (4.29) srednji polmer ovinka izračunamo z naslednjo enačbo:

$$l = [\lambda - (\alpha_{s1} - \alpha_{s2})] \cdot R \Longrightarrow R = \frac{l}{\lambda - \mu_s \cdot (c_{s1} - c_{s2})}$$
(4.30)

Iz enačbe (4.26) sledi, da lahko srednji polmer ovinka R kot funkcijo bočnega koeficienta sojemanja μ_s zapišemo tudi takole:

$$R = \frac{v^2}{g \cdot \mu_s} \tag{4.31}$$

Poteki krivulj, ki jih določa enačba (4.30) za različne krmilne kote λ za primer, ko je bočna prožnost sprednjih koles večja od bočne prožnosti zadnjih koles ($c_{s1} > c_{s2}$) so prikazani na sliki 4.38 skupaj s poteki krivulj, ki jih določa enačba (4.31) za različne potovalne hitrosti *v*.

V diagramu na sliki 4.38 vidimo, da enačbi (4.30) in (4.31) v primeru, ko je $c_{s1} > c_{s2}$, predstavljata družini hiperbol, ki potekata v nasprotnih smereh. Če v nekem ravnotežnem stanju, ki ga določa presečišče hiperbol iz enačb (4.30) in (4.31) za določen polmer ovinka *R*, potovalno hitrost vozila v in krmilni kot λ , povečamo potovalno hitrost v pri nespremenjenem polmeru ovinka *R*, moramo za novo ravnotežno stanje povečati krmilni kot λ . V praksi to pomeni, da moramo pri vožnji v ovinek »volan dodati«, da bomo ovinek speljali. Takšno stanje vozila se imenuje **podkrmarjenost**, ker je v primeru povečanja potovalne hitrosti skozi ovinek krmilni kot λ premajhen. Podkrmarjeno vozilo je za povprečnega voznika lahko obvladljivo, saj je dodajanje volana naravna reakcija manj izkušenih voznikov, ko opazijo, da vozilo pri danem zasuku volana ni sposobno izpeljati ovinka.



Slika 4.38: Odvisnost srednjega polmera ovinka R od bočnega koeficienta sojemanja μ_s za podkrmarjeno vozilo

4.3.2. Bočna prožnost pnevmatik in prekrmarjenost vozila

Poteki krivulj, ki jih določa enačba (4.30) za različne krmilne kote λ za primer, ko je bočna prožnost sprednjih koles manjša od bočne prožnosti zadnjih koles ($c_{s1} < c_{s2}$), so prikazani na sliki 4.39 skupaj s poteki krivulj, ki jih določa enačba (4.31) za različne potovalne hitrosti *v*.

V diagramu na sliki 4.39 vidimo, da enačbi (4.30) in (4.31) v primeru, ko je $c_{s1} < c_{s2}$, predstavljata družini hiperbol, ki potekata v isto smer. Če v nekem ravnotežnem stanju, ki ga določa presečišče hiperbol iz enačb (4.30) in (4.31) za določen polmer ovinka *R*, potovalno hitrost vozila *v* in krmilni kot λ , povečamo potovalno hitrost *v* pri nespremenjenem polmeru ovinka *R*, moramo za novo ravnotežno stanje zmanjšati krmilni kot λ . V praksi to pomeni, da moramo pri vožnji v ovinek »volan odvzeti«, da bomo ovinek speljali. Takšno stanje vozila se imenuje **prekrmarjenost**, ker je v primeru povečanja potovalne hitrosti skozi ovinek krmilni kot λ prevelik. Prekrmarjeno vozilo je za povprečnega voznika zelo težko obvladljivo, saj je odvzemanje volana popolnoma nenaravna reakcija manj izkušenih voznikov, ko opazijo, da vozilo pri danem zasuku volana



ni sposobno izpeljati ovinka. Zaradi tega proizvajalci vozil težijo k temu, da je s stališča bočne prožnosti pnevmatik vozilo vedno podkrmarjeno.



Slika 4.39: Odvisnost srednjega polmera ovinka R od bočnega koeficienta sojemanja μ_s za prekrmarjeno vozilo

Kritična hitrost prekrmarjenega vozila

V ekstremnem primeru lahko pri velikih hitrostih prekrmarjeno vozilo ob sunku bočne sile (na primer bočni sunek vetra) začne voziti v ovinek s polmerom *R*, čeprav krmilna kolesa niso zasukana oziroma je krmilni kot λ enak nič. Hitrost, pri kateri se lahko pojavi ta učinek, imenujemo kritična hitrost prekrmarjenega vozila v_{krit} in jo ob upoštevanju enačbe (4.31) izračunamo takole:

$$c_{s2} > c_{s1}$$
 (4.32)

$$\lambda = 0; R > 0 \tag{4.33}$$

$$R = \frac{1}{g} \cdot \frac{v_{\rm krit}^2}{\mu_{\rm s}} = \frac{l}{-\mu_{\rm s} \cdot (c_{\rm s1} - c_{\rm s2})}$$
(4.34)

$$v_{\rm krit} = \sqrt{\frac{l \cdot g}{c_{\rm s2} - c_{\rm s1}}} \tag{4.35}$$

4.3.3. Vpliv bočnega vetra na stabilnost vozila

V primeru podkrmarjenega vozila bočni sunek vetra povzroči vožnjo vozila v ovinek, pri čemer je zaradi večje bočne prožnosti sprednjih koles $(c_{s1} > c_{s2})$ pol hitrosti na nasprotni strani vozila kot sila sunka vetra F_v . Posledica tega je, da rezultirajoča centrifugalna sila F_c nasprotuje sili vetra – glej sliko 4.40. Posledica je samostabilizacija vozila, učinek bočnega sunka vetra je vzporedni premik vozila.



Slika 4.40: Vpliv bočnega vetra na podkrmarjeno vozilo

Tudi v primeru prekrmarjenega vozila bočni sunek vetra povzroči vožnjo vozila v ovinek. Vendar je v tem primeru zaradi manjše bočne prožnosti sprednjih koles ($c_{s1} > c_{s2}$) pol hitrosti na isti strani vozila kot sila sunka vetra F_v . Posledica tega je, da rezultirajoča centrifugalna sila F_c poveča učinek sile vetra – glej sliko 4.41. V tem primeru je vozilo destabilizirano in se začne krožno gibati. Tako destabilizirano vozilo je sicer mogoče stabilizirati z ustreznim zasukom volana, vendar mora biti ta reakcija izredno hitra. Poleg tega je popolnoma nenaravna za veliko večino manj izkušenih voznikov, saj zahteva zasuk volana v isto smer, v katero piha veter. To je še eden izmed razlogov, da proizvajalci vozil težijo k temu, da je s stališča bočne prožnosti pnevmatik vozilo vedno podkrmarjeno.



Slika 4.41: Vpliv bočnega vetra na prekrmarjeno vozilo

4.3.4. Stabilizacija vozila pri vožnji v ovinek pri veliki hitrosti

Pri vožnji v ovinek z veliko hitrostjo zaradi večje bočne prožnosti koles na sprednji premi ($c_{s1} > c_{s2}$) vozilo sili iz ovinka navzven. Če vozilo nima diferencialnega gonila z vektorskim usmerjanjem navora, je takšno vozilo v ovinku mogoče stabilizirati tako, da zaviramo zadnje notranje kolo s stabilizacijsko zavorno silo F_{st} – glej sliko 4.42 [4].



Slika 4.42: Stabilizacija podkrmarjenega vozila v ovinku [4]

Če pa je bočna prožnost koles na sprednji premi vozila manjša kot na zadnji premi ($c_{s1} > c_{s2}$), potem pri vožnji v ovinek z veliko hitrostjo vozilo sili navznoter v ovinek. Če vozilo nima diferencialnega gonila z vektorskim usmerjanjem navora, je takšno vozilo v ovinku mogoče

stabilizirati tako, da zaviramo sprednje zunanje kolo s stabilizacijsko zavorno silo F_{st} – glej sliko 4.43 [4].



Slika 4.43: Stabilizacija prekrmarjenega vozila v ovinku [4]

4.4. Postavitev vodilnih koles vozila

Geometrija vpetja koles na vodilni premi vozila je takšna, da zagotavlja umirjeno vožnjo naravnost in v ovinek. Poleg tega zagotavlja, da se vodilna kolesa vedno povrnejo v položaj za vožnjo naravnost, če voznik izpusti volan. Te učinke dosežemo s [19]:

- previsom kolesa;
- prečnim nagibom premnega sornika;
- vzdolžnim nagibom premnega sornika;
- stekanjem oziroma raztekanjem koles.

Previs kolesa

Previs kolesa γ je nagib srednje vzdolžne simetrijske ravnine kolesa gleda na smer z koordinatnega sistema vozila. Previs kolesa izniči zračnost v ležajih. Lahko je pozitiven ali negativen – glej sliko 4.44. Pozitivni previs kolesa zmanjšuje stranske vodilne sile pri vožnji v ovinek. Negativni previs kolesa izboljšuje stransko vodenje pri vožnji v ovinek.

Prečni nagib premnega sornika

Prečni nagib premnega sornika δ je kot v prečni ravnini vozila (*yz* ravnina), ki ga premni sornik oklepa s smerjo *z* koordinatnega sistema vozila – glej sliko 4.45. Prečni nagib premnega sornika povzroči dvigovanje sprednjega dela vozila pri zasuku vodilnih koles. Posledica

tega je samodejno vzpostavljanje položaja vodilnih koles za vožnjo naravnost, če voznik izpusti volan.



Slika 4.45: Prečni nagib premnega sornika [19]

Vzdolžni nagib premnega sornika

Vzdolžni nagib premnega sornika oziroma kot zaostajanja ε je kot v vzdolžni ravnini vozila (*x-z* ravnina), ki ga premni sornik oklepa s smerjo z koordinatnega sistema vozila – glej sliko 4.46. Vzdolžni nagib premnega sornika usmeri vodilna kolesa tako, da pri zasuku volana dosežemo stabilnost zasukanih koles.



Slika 4.46: Vzdolžni nagib premnega sornika [19]

Stekanje oziroma raztekanje koles

Stekanje koles na vodilni premi pomeni, da srednji vzdolžni simetrijski ravnini levega in desnega kolesa na premi nista vzporedni, ampak sta postavljeni pod ostrim kotom, katerega vrh se nahaja v smeri vožnje vozila – glej sliko 4.47.



Slika 4.47: Stekanje in raztekanje koles na vodilni premi vozila [19], [29]

Stekanje koles na vodilni premi se uporabi takrat, ko kolesa na vodilni premi niso pogonska. Ker so kolesa potiskana v nakotaljevanje, sila ki potiska kolesa v nakotaljevanje razpira vodilni kolesi.

Raztekanje koles na vodilni premi pomeni, da srednji vzdolžni simetrijski ravnini levega in desnega kolesa na premi nista vzporedni, ampak sta postavljeni pod ostrim kotom, katerega vrh se nahaja v nasprotni smeri vožnje vozila – glej sliko 4.47. Raztekanje koles na vodilni premi se uporabi takrat, ko so kolesa na vodilni premi pogonska. Ker se med kolesi in vozno podlago pojavi vlečna sila, ki vleče kolesa naprej v smeri gibanja, ta sila zapira vodilni kolesi med nakotaljevanjem.

Namen stekanja oziroma raztekanja koles vodilne preme je napenjanje pnevmatike in drogovja krmilnega mehanizma, kar ima za posledico zmanjševanje opletanja vodilnih koles.

4.5. Menjalniki

V poglavju 1.3 smo pokazali, da v primeru, ko je izvor moči na vozilu motor z notranjim zgorevanjem, v transmisiji vozila potrebujemo gonilo s spremenljivim prestavnim razmerjem, da se zunanja karakteristika motorja z notranjim zgorevanjem lahko prilagodi idealni karakteristiki vozila. Dandanes se pri cestnih, gradbenih in kmetijskih vozilih uporabljajo naslednji tipi mehanskih menjalnikov:

- zobniški menjalniki: ročni ali robotizirani predležni menjalnik, ročni sekvenčni menjalnik, avtomatski menjalnih s planetnim gonilom;
- jermenski variatorji z jeklenimi jermeni;
- torna gonila variatorji;
- kombinacija zobniških menjalnikov in hidrostatičnega pogona za zvezno nastavljivo prestavno razmerje.

Posamezne možnosti mehanskih menjalnikov so predstavljene v naslednjih podpoglavjih.

4.5.1. Ročni predležni menjalnik

Ročni predležni menjalnik je sestavljen iz treh gredi: vhodna gred, predležna gred in izhodna gred – glej primer na sliki 4.48.



Slika 4.48: Ročni predležni menjalnik s petimi prestavami

Predležni menjalnik na sliki 4.48 deluje tako, da vhodna gred poganja predležno gred, na katero so pritrjeni zobniki posameznih prestav. Njihovi parni zobniki pa so uležajeni s kotalnimi ležaji na izhodno gred menjalnika in se na njej lahko prosto vrtijo. Zobniki v vseh zobniških dvojicah (oziroma trojici v primeru vzvratne prestave R) so v stalnem stiku drug z drugim. Posamezno prestavo izberemo tako, da s pomočjo sklopov za vklapljanje prestav, ki vsebujejo tudi sinhronizator vrtenja, povežemo točno določen zobnik na izhodni gredi z izhodno gredjo in tako preprečimo, da se ta zobnik vrti okoli izhodne gredi. V večini predležnih menjalnikov je ena prestava tako imenovana direktna prestava. Pri direktni prestavi neposredno povežemo med seboj vhodno in izhodno gred menjalnika, zato v tej prestavi moč ne teče prek predležne gredi. Direktna prestava nima pripadajoče zobniške dvojice.

Priključitev izbranega zobnika na izhodno gred menjalnika se izvede s pomočjo zobniške sklopke. Da to lahko storimo med vožnjo, potrebujemo sinhronizator vrtenja oziroma sinhron, ki zagotovi, da se kotni hitrosti zobnika, ki ga želimo priključiti na izhodno gred, ter izhodne gredi izenačita. V predležnih menjalnikih najpogosteje uporabljana izvedba sinhrona je prikazana na sliki 4.49.



Slika 4.49: Sinhron predležnega menjalnika [19]

Pri vklopu posamezne prestave, to je pri priključitvi ustreznega zobnika na izhodno gred menjalnika, najprej s potisnim obročem zobniške sklopke pritisnemo sinhronski obroč proti oblikovni sklopki na zobniku, ki ga želimo priključiti na izhodno gred menjalnika. Sinhronski obroč je na notranjem delu oblikovan tako, da z oblikovno sklopko zobnika predstavlja stožčasto torno sklopko. Le-ta služi za sinhronizacijo vrtenja izhodne gredi menjalnika in zobnika, ki ga želimo priključiti nanjo. Da je priklop zobnika mogoč šele, ko je njegova kotna hitrost enaka kotni hitrosti izhodne gredi, služi vzdolžni zatič zobniške sklopke, ki nalega v utor sinhronskega obroča – glej sliko 4.50.



Slika 4.50: Sinhronizacija kotnih hitrosti zobnika in izhodne gredi [19]

Na sliki 4.50 vidimo, da je širina utora v sinhronskem obroču (modro obarvan element na sliki 4.50) enaka delitvi zob zobniške sklopke, širina vzdolžnega zatiča zobniške sklopke (oranžno obarvan element na sliki 4.50), ki sega v ta utor, je enaka polovici delitve zob zobniške sklopke. Če

kotni hitrosti zobnika in izhodne gredi menjalnika nista enaki (slika 4.50 zgoraj), potem stožčasta torna sklopka potegne sinhronski obroč, ki se zatakne v vzdolžni zatič, v takšen položaj, da potisnega obroča zobniške sklopke (črno obarvan element na sliki 4.50) ni mogoče potisniti na del zobniške sklopke (rdeče obarvan element na sliki 4.50), ki je povezan z zobnikom. Ko sta hitrosti zobnika in izhodne gredi v menjalniku izenačeni (slika 4.50 spodaj), s sunkom potisnega obroča zobniške sklopke poravnamo zobe sinhronskega obroča in zobniške sklopke na zobniku. V tem položaju nato potisni obroč potisnemo na zobniško sklopko na zobniku in želena prestava je vključena.

Moderni menjalniki DSG z dvojno sklopko delujejo na enakem principu kot ročni predležni menjalniki. Razlika je v tem, da imajo menjalniki DSG dve predležni gredi: eno za sode, drugo pa za lihe prestave. V tem primeru so pri posameznih zobniških dvojicah fiksni zobniki pritrjeni na izhodno gred menjalnika, vrtljivi zobniki in sinhronski sklopi so na predležnih gredeh menjalnika. Vsaka predležna gred ima svojo večlamelno sklopko. Posebnost menjalnika DSG je tudi ta, da si dve prestavi (po ena na vsaki predležni gredi) delita en zobnik na izhodni gredi menjalnika.

4.5.2. Ročni menjalnik s pomičnim trnom

Ročni menjalnik s pomičnim trnom spada med sekvenčne menjalnike. Pri teh menjalnikih se posamezne prestave vklapljajo po vrsti od najnižje do najvišje in obratno. Ročni menjalnik s pomičnim trnom nima elementov za sinhronizacijo vrtenja, ampak se le-ta izvede v trenutku, ko se vklopi posamezna prestava. Primer ročnega menjalnika s potisnim trnom je prikazan na sliki 4.51. Ta menjalnik ima samo dve gredi: vhodno in izhodno gred. Pri vsaki prestavi je en zobnik fiksiran na eno gred, drugi zobnik se prosto vrti na drugi gredi. Zobniki v vseh zobniških dvojicah so neprestano v medsebojnem oprijemu. Posamezno prestavo se vklopi tako, da z aksialnim pomikom trna potisnemo kroglice v utoru gredi s prosto vrtečimi se zobniki v radialni smeri tako, da se zataknejo v vzdolžni utor na zobniku. Sinhronizacija vrtenja med zobnikom in gredjo je izvedena v trenutku. Zaradi velikih kontaktnih tlakov pri sinhronizaciji vrtenja se menjalniki s takšnim ali podobnim načinom prestavljanja uporabljajo bodisi za maniše navore (motorna kolesa), bodisi v primeru omejene dobe trajanja menjalnika (dirkalna vozila).



Slika 4.51: Ročni menjalnik s pomičnim trnom [19]

4.5.3. Avtomatski menjalnik s hidravličnim pretvornikom navora

Avtomatski menjalnik je v večini praktičnih aplikacij kombinacija hidravličnega pretvornika navora ter enostavnega (včasih) ali sestavljenega (dandanes) planetnega gonila – glej sliko 4.52.



Slika 4.52: Sestav avtomatskega menjalnika [19], [30]

Planetno gonilo kot menjalnik

Že navadno triosno planetno gonilo tipa 1AI (glej sliko 4.53) je lahko menjalnik. Takšno planetno gonilo v različnih konfiguracijah omogoča tri prestave za vožnjo naprej in eno vzvratno prestavo [19]:

- prva (1.) prestava: gred 2 je blokirana, gred 1 je poganjana;
- druga (2.) prestava: gred 1 je blokirana, gred 2 je poganjana;
- tretja (3.) prestava (direktna): vse tri gredi so povezane med seboj, gred 1 je poganjana;
- vzvratna (R) prestava: gred P je blokirana, gred 1 je poganjana.



Slika 4.53: Triosno planetno gonilo tipa 1AI

Problem uporabe triosnega planetnega gonila tipa 1AI za menjalnik je v tem, da morajo biti pri različnih prestavah različne gredi pogonske oziroma poganjane. Ta problem se odpravi tako, da se v avtomatskem menjalniku uporabi večosno planetno gonilo. V praksi najbolj uporabljani planetni gonili pri klasičnih avtomatskih menjalnikih sta:

- štiriosno planetno gonilo Ravigneaux glej sliko 4.54;
- štiriosno planetno gonilo Simpson glej sliko 4.55.



Slika 4.54: Štiriosno planetno gonilo Ravigneaux [19], [30]



Slika 4.55: Štiriosno planetno gonilo Simpson [19]

Štiriosni planetni gonili Ravigneaux in Simpson omogočata tri različne prestave za vožnjo naprej in vzvratno prestavo, pri čemer je pogon vedno na levi strani gonila, odgon pa na desni strani gonila. Ker ima planetno gonilo Ravigneaux bolje razporejene prestave za vožnjo naprej kot Simpsonovo planetno gonilo, se dandanes v modernih avtomatskih menjalnikih uporablja večinoma le planetno gonilo Ravigneaux, ki je kombinirano z enim ali več dodatnim(i) planetnim(i) gonilom(i) tako, da imajo tudi avtomatski menjalniki več kot tri prestave za vožnjo naprej.

Tri prestave za vožnjo naprej pri planetnem gonilu Ravigneaux dosežemo na naslednji način:

 prva prestava: gred št. 4 je zavrta, pogonski navor se vnaša prek gredi št. 1, gred št. 2 je sproščena in se prosto vrti, navor se odvzema na planetni gredi P – glej sliko 4.56;



Slika 4.56: Prva prestava pri planetnem gonilu Ravigneaux [19]

 druga prestava: gred št. 4 je zavrta, pogonski navor se vnaša prek gredi št. 2, gred št. 1 je sproščena in se prosto vrti, navor se odvzema na planetni gredi P – glej sliko 4.57;



Slika 4.57: Druga prestava pri planetnem gonilu Ravigneaux [19]

 tretja prestava: gred št. 4 ni zavrta in se prosto vrti, gredi št. 1 in 2 sta povezani med seboj, pogonski navor se vnaša prek gredi št. 1, navor se odvzema na planetni gredi P – glej sliko 4.58;



Slika 4.58: Tretja prestava pri planetnem gonilu Ravigneaux [19]

Hidravlični pretvornik navora

Ker je število prestav v avtomatskem menjalniku lahko manjše kakor pri ročnem menjalniku in ker speljevanje ob odsotnosti pedala sklopke pri vozilih z avtomatskim menjalnikom predstavlja poseben problem, je med pogonski agregat in planetno gonilo-menjalnik vgrajen hidravlični pretvornik navora (angl. »Torque Converter«). Hidravlični pretvornik

navora je sestavljen iz turbinske hidravlične črpalke, hidravlične turbine in vodilnika – glej sliko 4.59.



Slika 4.59: Shema hidravličnega pretvornika navora [19], [30]

Pogonski agregat poganja črpalko, le-ta pa zaradi delovanja centrifugalne sile potiska olje na ukrivljene lopatice turbine. Zaradi spremembe toka hidravličnega fluida na lopaticah turbine, le-ta poganja odgonsko gred hidravličnega pretvornika. Vodilnik poskrbi za to, da usmeri tok hidravličnega fluida pod pravim kotom glede na naklon lopatic črpalke.

V primeru, ko je obroč z vodilnimi lopaticami fiksiran na okolico, pri določenem razmerju kotnih hitrosti črpalke (ω_{c}) in turbine (ω_{T}) na odgonski gredi dobimo večji torzijski navor kot na pogonski gredi – glej sliko 4.60. Pri tem je v točki največjega ojačenja pogonskega navora izkoristek η hidravličnega pretvornika največji in skorajda enak ena. Pri 100-odstotnem drsenju sklopke in enakih vrtilnih hitrostih pogonske in odgonske gredi sta tako razmerje pogonskih in odgonskih navorov kot tudi izkoristek hidravličnega pretvornika enaka nič. Takšno karakteristiko hidravličnega pretvornika primarno izkoriščamo predvsem za speljevanje vozila, saj omogoča povečanje pogonskega navora ob znatnem drsenju sklopke. Po drugi strani pa takšna karakteristika omogoča zmanjšanje razlik med realno izhodno karakteristiko pogonskega agregata in idealno karakteristiko pogonskega navora (oziroma pogonske sile na kolesih).



Slika 4.60: Hidravlični pretvornik kot ojačevalnik navora [19], [30]

V primeru, ko je obroč z vodilnimi lopaticami sproščen, dobimo v širokem območju razmerja kotnih hitrosti črpalke (ω_{C}) in turbine (ω_{T}) na odgonski gredi enak torzijski navor kot na pogonski gredi, pri čemer izkoristek hidravličnega pretvornika v sklopnem načinu delovanja enakomerno narašča od nič pri 100-odstotnem drsenju sklopke do skorajda ena pri izenačitvi kotnih hitrosti pogonske in odgonske gredi – glej sliko 4.61.



Slika 4.61: Hidravlični pretvornik navora v sklopnem načinu delovanja [19], [30]

Zaradi zgoraj opisanih razlogov ima hidravlični pretvornik navora v avtomatskem menjalniku vozila dva režima obratovanja:

- pri nizkih vrtljajih pogonskega agregata deluje kot ojačevalnik navora, kakor je prikazano na sliki 4.60;
- pri višjih pogonskega agregata deluje v sklopnem načinu delovanja, kakor je prikazano na sliki 4.61.

Rezultat takšne konfiguracije je kombiniran diagram izkoristka hidravličnega pretvornika, kot je prikazan na sliki 4.62.



Slika 4.62: Hidravlični pretvornik navora v sklopnem načinu delovanja [19], [30]

Iz diagrama na sliki 4.62 vidimo, da obstaja območje v področju višjih kotnih hitrosti pogonskega agregata, v katerem je izkoristek hidravličnega pretvornika navora znatno manjši od ena. Ker vozilo pogost vozi v tem področju kotnih hitrosti pogonskega agregata, imajo v splošnem vozila z avtomatskim menjalnikom višjo porabo, kakor vozila z ročnim predležnim menjalnikom. Pri sodobnih avtomatskih menjalnikih to slabost nadomeščamo tako, da ima avtomatski menjalnik več prestav, zato se relativno manjši delež vožnje izvaja v področju slabega izkoristka hidravličnega pretvornika navora. Dandanes so vsi avtomatski menjalniki računalniško krmiljeni, kar pripomore k boljšemu izkoristku transmisije. Najnovejši avtomatski menjalniki z več prestavami so kombinacija več planentnih gonil, pri čemer uporaba Ravigneaux gonila ni več nujna [31].

4.5.4. Menjalniki z zvezno nastavljivim prestavnim razmerjem

Menjalniki z jermenskim variatorjem

Jermenski variator je menjalnik z zvezno nastavljivim prestavnim razmerjem. Sestavljata ga dve jermenici, ki se lahko razmikata ali primikata v aksialni smeri, ter jermenski element, ki ima klinasto obliko – glej sliko 4.63. Če krmilno jermenico stiskamo skupaj, na njej potiskamo jermen na večji premer. Posledično (zaradi konstantne dolžine jermena) na mestu samonastavljive jermenice potegnemo jermen na manjši premer. Tako ustvarjamo redukcijo kotne hitrosti in povečujemo odgonski navor M_{t2} . V nasprotnem primeru krmilno jermenico razmikamo. V tem primeru paket krožnikastih vzmeti potisne samonastavljivo jermenico skupaj. Na njej se jermen pomakne na večji premer, na krmiljeni jermenici pa na manjši premer. Tako ustvarimo multiplikacijo kotne hitrosti in zmanjšamo odgonski navor M_{t2} .



Slika 4.63: Shema jermenskega variatorja

Problem pri uporabi jermenskega variatorja v transmisiji vozila je speljevanje in menjava smeri gibanja. Ta problem navadno rešimo tako, da zaporedno k jermenskemu variatorju priključimo triosno planetno gonilo in torno sklopko – glej sliko 4.64. Planetno gonilo poskrbi za menjavo smeri gibanja, sklopka pa za speljevanje vozila.

Sprememba prestave se lahko vrši kontinuirano brez prekinitve toka moči med motorjem in kolesi. Ker lahko v takšnem gonilu nastavimo poljubno prestavo med dvema skrajnima mejama, takšno gonilo ne ustvarja odstopkov med idealno in realno karakteristiko pogonske sile na kolesih – glej sliko 1.17. Poleg tega lahko z ustrezno nastavitvijo menjave prestavnega razmerja omogočamo, da vozilo pospešuje bodisi v točki maksimalnega navora ali minimalne porabe pogonskega agregata.



Slika 4.64: Transmisija vozila z jermenskim variatorjem

Moderne transmisije z jermenskim variatorjem dandanes večinoma uporabljajo dve možnosti jermenskega elementa:

- Van Doorne-ov segmentni jekleni jermen;
- jekleno verigo s prečnimi tornimi sorniki.

Van Doorne-ov segmentni jekleni jermen se navadno uporablja pri vozilih manjše moči (na primer Subaru Justy), jeklena veriga s prečnimi tornimi sorniki pa je za večje moči (na primer do približno 150 kW moči pri transmisiji vozila Audi Multitronic).

Uspešno delovanje transmisije vozila z jermenskim variatorjem je mogoče le z računalniško podporo in ustreznim krmilnim algoritmom [32]. Kljub obrabi jermenskih elementov, ki predstavlja glavno slabost sodobnih jermenskih variatorjev, se pričakuje porast uporabe teh gonil zaradi ugodnega vpliva, ki ga imajo na zmanjšanje porabe goriva [33].

Menjalniki s toroidnim variatorjem

Menjalnik s toroidnim variatorjem je torno gonilo z zvezno nastavljivim prestavnim razmerjem. Sestavljata ga dve toroidni torni kolesi, ki ju povezuje vmesno torno kolo s spremenljivim nagibom. Glavni torni kolesi imata navadno obliko notranjega pol toroida, povezovalno vmesno torno kolo ima obliko nepopolnega zunanjega toroida – glej sliko 4.65. Ker je nagib vmesnega tornega kolesa zvezno nastavljiv, takšen torni

variator omogoča zvezno nastavljivo prestavno razmerje. Vrtišče vmesnega tornega kolesa je v središču pogonskega in odgonskega toroida.



Slika 4.65: Toroidni variator z enojnim vmesnim tornim kolesom [33]

Če pri toroidnem variatorju na sliki 4.65 zasukamo vmesno torno kolo v skrajno desno lego, ustvarjamo redukcijo kotne hitrosti in povečujemo odgonski navor M_{t2} . V nasprotnem primeru, ko je vmesno torno kolo zasukano v skrajno levo lego, ustvarjamo multiplikacijo kotne hitrosti in zmanjšujemo odgonski navor M_{t2} .

Posebna izvedba toroidnega gonila z zvezno nastavljivim prestavnim razmerjem je torno gonilo z dvojnim vmesnim tornim kolesom. Znotraj pol toroidne votline je tako postavljen par nasproti vrtečih se koničnih tornih koles. Spodnji del vmesnih tornih koles ima obliko zunanjega toroida, zgornji del pa prisekanega stožca – glej sliko 4.66. Takšna izvedba tornega gonila z zvezno nastavljivim prestavnim razmerjem naj bi: i.) minimizirala izgube zaradi nasprotne rotacije glavnih tornih koles v širokem področju prestavnih razmerij in ii.) zmanjšala aksialne sile na ležaje pri vmesnih tornih kolesih [34].



Slika 4.66: Toroidni variator z dvojnim vmesnim tornim kolesom [34]

Podobno kakor pri jermenskem variatorju, tudi v primeru variatorja s tornimi kolesi predstavljata speljevanje in menjava smeri gibanja. Ta

problem navadno rešimo tako, da zaporedno k tornemu variatorju priključimo triosno planetno gonilo in torno sklopko, podobno kakor pri jermenskem variatorju – glej sliko 4.67. Planetno gonilo poskrbi za menjavo smeri gibanja, sklopka pa za speljevanje vozila. Alternativo uporabi planetnega gonila predstavlja reverzibilno gonilo z zvezno nastavljivim prestavnim razmerjem (RVT) [35]. Gre za torno gonilo, ki je v bistvu kombinacija dveh gonil s toroidnimi kolesi (slika 4.65), ki pa so med seboj povezana tako, da v bistvu tvorijo dve zaporedno vezani torni planetni gonili. Gonilo je še v fazi laboratorijskega preskušanja.



Slika 4.67: Transmisija vozila s toroidnim variatorjem

Sprememba prestave se tudi pri tornem variatorju lahko vrši kontinuirano brez prekinitve toka moči med motorjem in kolesi. Zato takšno gonilo ne ustvarja odstopkov med idealno in realno karakteristiko pogonske sile na kolesih – glej sliko 1.17. Poleg tega lahko z ustrezno nastavitvijo menjave prestavnega razmerja omogočamo, da vozilo pospešuje bodisi v točki maksimalnega navora ali minimalne porabe pogonskega agregata.

Podobno kakor pri jermenskem variatorju je uspešno delovanje transmisije vozila s tornim variatorjem mogoče le z računalniško podporo in ustreznim krmilnim algoritmom [32].

Glavni problem pri uporabi tornih variatorjev je diferenčni zdrs med glavnimi toroidnimi tornimi kolesi in vmesnim nastavljivim kolesom. Zaradi tega takšna torna gonila navadno tečejo v mazivu - olju. Le-to pa zmanjšuje koeficient trenja, zato morajo biti sile, ki pritiskajo torna kolesa med seboj, ustrezno velike. Včasih se koeficient trenja poveča z dodatkom ustreznih aditivov v olje. Tako kondicionirano olje se imenujejo tudi trakcijski fluid (angl. »traction fluid«). Kljub temu pa diferenčni zdrs med tornimi kolesi povzroča obrabo tornih koles. V praksi je uporaba brezstopenjsko nastavljivih tornih variatorjev za pogonsko tehniko vozil redkejša, kakor uporaba jermenskih variatorjev.

Hidravlično-mehanski menjalnik z zvezno nastavljivim prestavnim razmerjem

Za pogon večjih traktorjev (na primer Fendt vario, John Deere autopower itn.) se v praksi pogosto uporablja hidravlično-mehanski prenosnik moči z zvezno nastavljivim prestavnim razmerjem. Takšen pogon je kombinacija zobniškega mehanskega menjalnika in hidrostatičnega prenosnika moči, ki zagotovi zvezno nastavljivost prestavnega razmerja. Delovanje takšnega gonila bo predstavljeno na primeru traktorjev Fendt [36], [37].

V hidravlično-mehanskem gonilu motor direktno poganja planetno gred triosnega planetnega gonila tipa 1AI. To gonilo je prikazano kot element št. 1 na sliki 4.68.



Slika 4.68: Mehansko-hidrostatični menjalnik z zvezno nastavljivim prestavnim razmerjem Fendt [36]

V planetnem gonilu 1 se pogonska moč razdeli med mehanski in hidravlični del transmisije. Dvostopenjski mehanski zobniški menjalnik poganja notranji sončni zobnik z zunanjim ozobjem (zobnik A). Ta menjalnik omogoča izbiro med počasno in hitro prestavo z vklopom ustrezne zobniške dvojice – element 2 na sliki 4.68. Hidrostatični pogon je gnan z zunanjim zobniškim vencem z notranjim ozobjem (zobnik I). Zunanji zobniški venec planetnega gonila poganja batno hidravlično črpalko z nagibno ploščo – element 3 na sliki 4.68. Nagibno ploščo lahko nagnemo za kot 45° v eno smer (pozitivni nagib, ki omogoča gibanje traktorja v smeri naprej) in za kot 30° v drugo smer. To je negativni nagib

plošče batne črpalke, ki omogoča gibanje traktorja v vzvratni smeri. S smerjo nagiba plošče torej reguliramo smer gibanja vozila, z velikostjo nagiba plošče pa količino črpanega olja in posledično moč, ki se prenaša prek hidrostatičnega pogona. Hidravlična črpalka dovaja olje pod visokim tlakom dvema batnima hidravličnima motorjema z nagibno ploščo – elementa 4 na sliki 4.68. Ta dva hidravlična motorja sta direktno povezana z vhodno gredjo dvostopenjskega zobniškega menjalnika. Na tej gredi se torej združi pogonska moč, ki je bila razdeljena na planetnem gonilu 1. Z nagibom plošče hidravličnih motorjev reguliramo delež moči, ki se na pogonska kolesa prenaša prek hidrostatičnega dela transmisije.

V primeru, ko je nagib plošče dveh hidravličnih motorjev enak nič (glej sliko 4.69), je pretok olja skozi hidromotorja blokiran, zato se ne more vrteti niti hidravlična črpalka. Zunanji zobniški venec planetnega gonila 1 je tako ustavljen in 100-odstotna moč se prenaša prek mehanskega dela gonila. Takšen način prenosa se navadno uporablja pri transportu zaradi manjših izgub v transmisiji.



Slika 4.69: Mehansko-hidrostatični menjalnik Fendt v položaju s 100odstotnim mehanskim prenosom moči [37]

V primeru, ko je nagib plošče dveh hidravličnih motorjev različen od nič (glej sliko 4.70), se del pogonske moči prenaša prek mehanskega zobniškega menjalnika, del moči pa prek hidrostatičnega pogona. Hitrost gibanja in delež moči, ki se prenaša prek hidrostatičnega pogona, sta regulirana z nagibi plošč v hidravlični črpalki in obeh hidromotorjih. Takšen način prenosa se navadno uporablja pri obdelavi tal zaradi
velikega pogonskega navora na kolesih, ki ga zahteva obdelava tal. Seveda je v tem primeru izkoristek transmisije manjši, kakor pri popolnoma mehanskem pogonu.



Slika 4.70: Mehansko-hidrostatični menjalnik Fendt v položaju z deljenim (mehansko-hidravličnim) prenosom moči [37]

Zaradi zapletenosti in različnih možnosti pogona je lahko uspešna uporaba takšnega gonila le z ustrezno računalniško podporo.

Transmisija vozil

5. Literatura

- [1] Simić D.: *Motorna vozila*. Beograd: Naučna knjiga, 1988.
- [2] Goljar M.: *Motorna vozila, osnove konstruiranja*. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 1977.
- [3] Gillespie T.D.: *Fundamentals of vehicle dynamics*. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, 1992.
- [4] Wong J.Y.: *Theory of Ground Vehicles, 3rd edition.* New York: John Willey & Sons, 2001.
- [5] Lewis R., Olofsson U. (editors): *Wheel-rail interface handbook*. Boca Raton: Woodhead Publishing in Mechanical Engineering, 2009.
- [6] Agrawal R.C., Pandey G.P.: Solid polymer electrolytes: Materials designing and all-solid-state battery applications: An overview. Journal of Physics D Applied Physics, let. 41, št. 22, October 2008.
- [7] *E-mobility Roadmap for the EU Battery Industry*. RE-CHARGE, The European Association for Advanced Rechargeable Batteries, Brussels, Belgium July 2013.
- [8] *Accumulator and battery comparisons*. Dostopno na: <u>https://www.</u> <u>mpoweruk.com/specifications/comparisons.pdf</u>, ogled: 14.5.2019.
- [9] Barák A., Klír V.: Simulation of conventional, hybrid and electric vehicles in transient driving cycles. Zbornik konference FISITA

Conference 2014, prispevek št. F2014-TMH-044. Maastricht: Kivi-Nira, 2014.

- [10] Han L., Liu H., Qi Y., Huang Z.: Dynamic modeling study on electro-mechanical coupling of power-split hybrid drive system. Zbornik konference FISITA Conference 2014, prispevek št. F2014-TMH-038. Maastricht: Kivi-Nira, 2014.
- [11] Koenig R., Rinderknecht S.: Multi-objective optimization of the two-drive-transmission for a hybrid electric vehicle. Zbornik konference FISITA Conference 2014, prispevek št. F2014-TMH-03. Maastricht: Kivi-Nira, 2014.
- [12] Pfeiffer K., Merl R.: Emission calibration: accelerating development using a powertrain-in-the-loop testbed. Zbornik konference FISITA Conference 2014, prispevek št. F2014-TMH-042. Maastricht: Kivi-Nira, 2014.
- [13] Watson H.C., Adhikari S.: The benefits of all electric parasitics in an highly optimised hybrid in NEDC and look-ahead driving. Zbornik konference FISITA Conference 2014, prispevek št. F2014-TMH-077. Maastricht: Kivi-Nira, 2014.
- [14] Boretti A., Stecki J.: State-of-the-art of pneumatic and hydraulic kinetic energy recovery systems. Zbornik konference FISITA Conference 2014, prispevek št. F2014-TMH-033. Maastricht: Kivi-Nira, 2014.
- [15] Vroemen B., Smid M., Vogelaar G.-J., d'Haens P., van Leeuwen D., van Berkel K.: Cost-effective mechanical hybrid with high fuel-efficiency. Zbornik konference FISITA Conference 2014, prispevek št. F2014-TMH-046. Maastricht: Kivi-Nira, 2014.
- [16] Serrarens A., van Diepen K., Svid M., Peeters K., Vogelaar G.J.: Design and validation of a 48V/60kW flywheel – electric KERS system. Zbornik konference FISITA Conference 2014, prispevek št. F2014-TMH-067. Maastricht: Kivi-Nira, 2014.
- [17] Schamoni M., Güth D. Maas, J.: High torque MRF-based clutch avoiding drag losses for applications in hybrid electrical vehicles. Zbornik konference FISITA Conference 2014, prispevek št. F2014-TMH-053. Maastricht: Kivi-Nira, 2014.
- [18] *Vehicle Dynamics Terminology*. SAE J670, Society of automotive engineers, Warrendale, PA, 2008.

- [19] *Motorno vozilo*. Ljubljana: Tehniška založba Slovenije, 2001.
- [20] Janičijević N., Janković D., Todorović J.: *Konstrukcija motornih vozila*. Beograd: Mašinski fakultet, 1979.
- [21] Schefter J.: *All Corvettes Are Red.* Gallery Books, 1998.
- [22] Edmunds D.: 2014 Chevrolet Corvette Stingray Z51 Suspension Walkaround. Dostopno na: <u>http://www.edmunds.com/car-reviews/</u> <u>track-tests/2014-chevrolet-corvette-stingray-z51-suspension-walka</u> <u>round.html</u>, ogled: 23. 2. 2016.
- [23] Klemenc J.: *Napovedovanje obremenitvenih stanj konstrukcij v eksploataciji: doktorsko delo.* Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2001.
- [24] Klemenc J., Fajdiga M.: Prediction of loading spectra under diverse operating conditions by a localised basis function neural network. International journal of fatigue, 2005, Let. 27, št. 5, str. 555-568.
- [25] Klemenc J., Fajdiga M.: *Predicting smoothed loading spectra using a combined multilayer perceptron neural network.* International journal of fatigue, 2006, letn. 28, št. 7, str. 777-791.
- [26] Press I., William H.: Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, Cambridge University Press, New York, 1988.
- [27] Fajdiga M.: *Vpliv jalove moči na obremenitveni kolektiv transmisije terenskih vozil: doktorsko delo.* Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 1975.
- [28] Granzow C.: ZF Vector Drive better driving dynamics and driving safety through Torque Vectoring. Praktischer Entwurf mechatronischer Systeme, Karlsruhe 13.12.2013.
- [29] Heissing B., Ersoy M. (editors): Chassis Handbook Fundamentals, Driving Dynamics, Components, Mechatronics, Perspectives. Vieweg + Teubner Verlag, Berlin, 2011.
- [30] Živanović Z., Janičijević N.: Automatske transmisije motornih vozila. Beograd: Ecolibri, 2000.
- [31] Apakidze T.: *Saturation Dive: ZF 8-Speed Automatic*. Dostopno na: <u>https://www.thetruthaboutcars.com/2014/03/saturation-dive-</u> <u>zf-8-speed-automatic/</u>, ogled: 14.5.2019.

Literatura

- [32] Seiichiro T., Hiroyasu T., Hideaki S., Masahiro Y., Tetsuya I.: Application of sliding mode control to a CVT ratio control system. Zbornik konference FISITA 2014, prispevek št. F2014-TMH-043. Maastricht: Kivi-Nira, 2014.
- [33] Pennings B.: Recent material developments for further optimisation of the pushbelt CVT. Zbornik konference FISITA Conference 2014, prispevek št. F2014-TMH-003. Maastricht: Kivi-Nira, 2014.
- [34] Walker P., Durack J., Durack M.: *Laboratory testing of new form of toroidal CVT*. FISITA 2014: F2014-TMH-025
- [35] De Mazière F.: Reversible variable transmission new transmission system for optimum fuel efficiency and sharpdynamics. Zbornik konference FISITA 2014, prispevek št. F2014-TMH-071. Maastricht: Kivi-Nira, 2014.
- [36] *Variabilni menjalnik FENDT*. Dostopno na: <u>www.fendt.co.uk</u>, ogled: 2. 3. 2016.
- [37] Honzek R.: *Firmenpräsentation: Stufenlose Getriebe und Motormanagement Neues stufenloses leistungsverzweigtes Traktorgetriebe.* Marktoberdorf: AGCO-Fendt, 2013.