

Univerza v Ljubljani
Fakulteta *za strojništvo*



Vozila

Samo Zupan, Miha Ambrož



Ljubljana, 2017

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta *za strojništvo*
Katedra *za modeliranje*
v tehniki in medicini



Vozila

Samo Zupan, Miha Ambrož

Ljubljana, 2017

Naslov dela: Vozila

ISBN: 978-961-6980-32-6

Avtorja: Samo Zupan
Miha Ambrož

Izdala in založila: Univerza v Ljubljani (UL), Fakulteta za strojništvo (FS)
Aškerčeva cesta 6, 1000 Ljubljana

Izdaja, leto: prva izdaja, 2017

Recenzenti: prof. dr. Milan Batista
prof. dr. Jernej Klemenc

Ilustracije: Samo Zupan in Miha Ambrož

Jezikovni pregled: Sanda Zupan, prof.

Naklada, zapis: spletna izdaja, pdf zapis

Maloprodajna cena
in dostop: brezplačno, dostopno na repozitoriju UL
URN naslov: <http://urnregister.nuk.uni-lj.si?URN=URN:SI:UL:RUL:doc-GLX2EKLR>

<p>Katalogni zapis o publikaciji (CIP) pripravili v Narodni in univerzitetni knjižnici v Ljubljani COBISS.SI-ID=290488064 ISBN 978-961-6980-32-6 (pdf)</p>
--

© Samo Zupan, Miha Ambrož in Fakulteta za strojništvo

To delo je avtorsko in vse pravice so pridržane v delih ali v celoti. Uporabnik si lahko natisne en (1) izvod dela za izključno lastno uporabo. Prepovedano je tiskanje in kopiranje, prevajanje, uporaba slik ter druga reprodukcija in arhiviranje z uporabo vsakršnih možnih analognih ali digitalnih tehnologij za katerekoli druge namene. Kopiranje oziroma reprodukcija tega dela v celoti ali po delih je dovoljeno v skladu z zakonom izključno s pisnim dovoljenjem nosilcev avtorskih in materialnih pravic.

Predgovor

V slovenskem govornem področju ni veliko objavljenih del, ki bi se sistematično na tehnično-inženirskem nivoju ukvarjala s področjem delovanja in vožnje kolesnih vozil in z izhodišči v fizikalnih zakonitostih, ki delovanje vozil sploh omogočajo. Gre za obsežno in zahtevno področje in za tehniko, ki je globalno še kako zanimiva in prisotna v vsakdanjem življenju ljudi. Številna študijska področja se vsaj dotikajo tudi tega področja modernega življenja in vsi udeleženci takih študijev morajo spoznati vsaj osnovne zakonitosti delovanja vozil.

Z namenom omogočiti študentom lažje spremljanje predavanj in vaj pri študijskih predmetih s področja vozil sva v tem delu poskusila na preprosti matematični ravni podati osnovne zakonitosti delovanja vozil in različnih vplivov, ki delujejo pri vožnji kolesnih vozil. Stacionarne in relativno počasi spreminjajoče se spremenljivke je mogoče dovolj dobro popisati z razmeroma preprostimi fizikalnimi in matematičnimi modeli ter z njimi opraviti nekatere osnovne analize, simulacije in primerjave med vozili na način, kot je to uveljavljeno v praksi. Delo se torej ukvarja predvsem s tem področjem in se ne spušča v podrobnosti strukture vozil ter delovanja njihovih podsistemov.

V osnovi je delo namenjeno najprej študentom Fakultete za strojništvo in sorodnih študijskih programov. Vendar je primerno tudi kot pripomoček vsem, ki želijo na razmeroma preprost način opraviti nekatere temeljne računske analize o vozilih.

Ljubljana, maj 2017

Samo Zupan in Miha Ambrož

Kazalo

Predgovor	i
Kazalo	ii
Kazalo slik.....	iv
Pregled uporabljenih oznak.....	vi
1. Uvod	1
2. Vlečne in vozne karakteristike vozila.....	2
2.1. Koordinatni sistem pri obravnavanju vozil.....	2
2.2. Zunanja motorska karakteristika.....	3
2.3. Kinematika vozila.....	7
2.4. Pogonska sila in moč na kolesih	11
2.5. Vozni upori	11
2.5.1. Zračni upor	12
2.5.2. Kotalni upor.....	14
2.5.3. Upor vztrajnostnih mas.....	17
2.5.4. Upor strmine.....	18
2.5.5. Upor priklopnika	18
2.5.6. Skupni vozni upor.....	20
2.5.7. Moč voznih uporov.....	20
2.6. Razmere pri vožnji vozila v stacionarnih pogojih.....	22
2.6.1. Bilanca vlečnih sil in voznih uporov	22
2.6.2. Bilanca moči	24
2.6.3. Energijska bilanca vožnje.....	25
2.6.4. Dinamični faktor.....	28
2.6.5. Pospeševanje vozila	29
2.6.6. Časi pospeševanja.....	29
2.6.7. Premagovanje klanca glede na vlečno silo motorja.....	32
2.6.8. Upoštevanje vzmetenja pri stacionarnih pogojih	33
2.6.8.1. Idealna karakteristika vzmetenja.....	33
2.6.8.2. Vpliv vzmetenja na vožnjo.....	35
2.7. Sile med vozilom in voziščem.....	37
2.7.1. Trenje med pnevmatiko in vozno podlago	37
2.7.1.1. Vzdolžne sile na kolesu	37
2.7.1.2. Prečne sile na kolesu	39
2.7.2. Statični osni pritisk	42
2.7.3. Dinamični osni pritisk.....	42
2.7.4. Maksimalna pogonska sila.....	43
2.7.5. Maksimalni vzpon glede na koeficient trenja.....	43
2.7.6. Maksimalni osni pritiski ter zaviralna sila pri zaviranju.....	45
2.7.7. Osne sile pri vleki priklopnika	46
2.7.8. Maksimalni upor priklopnika.....	47
2.7.8.1. Vlečno vozilo s pogonom na sprednja kolesa.....	47
2.7.8.2. Vlečno vozilo s pogonom na zadnja kolesa.....	48
2.7.8.3. Vlečno vozilo s pogonom na vsa štiri kolesa.....	48
2.7.9. Vožnja v ovinek.....	48
3. Stabilnost vozila pri vožnji v ovinek.....	51

3.1.	<i>Zavijanje pri majhnih hitrostih</i>	51
3.2.	<i>Zavijanje pri večjih hitrostih</i>	54
3.2.1.	Eksperimentalna določitev koeficienta podkrmiljenja.....	56
3.2.1.1.	Preskus s konstantnim polmerom ovinka.....	56
3.2.1.2.	Preskus s konstantno hitrostjo.....	57
3.2.1.3.	Preskus s konstantnim krmilnim kotom.....	57
4.	<i>Analiza vlečnih, zavornih in voznih lastnosti vozila</i>	59
4.1.	<i>Potrebni podatki za analizo</i>	59
4.2.	<i>Primer zbirne potrebnih podatkov o vozilu</i>	60
4.2.1.	Baza podatkov o vozilih CEMEK.....	62
4.2.2.	Glavni problemi pri izbiri vozila (razpoložljivost podatkov):.....	65
4.2.3.	Ostali viri podatkov.....	65
5.	<i>Grafična predstavitev voznih karakteristik vozil</i>	66
5.1.	<i>Graf zunanje motorske karakteristike</i>	66
5.2.	<i>Kinematični ali "žagasti" graf vozila</i>	67
5.3.	<i>Graf pogonskih sil in voznih uporov</i>	67
5.3.1.	Graf dinamičnega faktorja.....	69
5.3.2.	Graf maksimalnih vzponov glede na zmogljivost motorja.....	71
5.3.1.	Graf maksimalnih pospeškov vozila.....	71
5.3.2.	Graf časov pospeševanja.....	75
5.4.	<i>Primerjalni grafi glede na spremembo redukcijskega gonila</i>	76
5.4.1.	Graf porazdelitve moči glede na primerjano kotno gonilo.....	77
5.4.2.	Graf maksimalnih pospeškov za primerjalna kotna gonila.....	78
5.4.3.	Graf maksimumov dinamičnega faktorja glede na prestavno razmerje kotnega gonila.....	79
5.4.4.	Graf maksimumov pospeška glede na prestavno razmerje kotnega gonila	80
5.4.5.	Graf maksimalne hitrosti glede na prestavno razmerje kotnega gonila .	81
5.4.6.	Graf časa pospeševanja glede na prestavno razmerje kotnega gonila	82
5.5.	<i>Graf bilance moči vozila</i>	83
5.5.1.	Graf preostankov moči motorja.....	84
5.6.	<i>Grafi karakteristik, ki niso povezane s pogonskim agregatom</i>	86
5.6.1.	Graf premagovanja vzponov glede na koeficient trenja v odvisnosti od vrste pogona.....	86
5.6.2.	Graf specifičnih vertikalnih reakcij tal ter zavornih sil.....	87
5.6.3.	Graf zavornih poti glede na koeficient trenja.....	88
5.6.4.	Graf zavornih poti pri različnih koeficientih trenja.....	89
5.6.5.	Graf potrebnega kota nagiba zavoja.....	90
5.6.6.	Graf maksimalnih hitrosti pri določenem polmeru zavoja.....	91
5.6.7.	Graf kota nagiba zavoja glede na polmer zavoja.....	92
5.6.8.	Graf potrebnega kota nagiba zavoja, da ne pride do zdrsa.....	93
6.	<i>Primeri računskih nalog</i>	94
6.1.	<i>Vozni upori</i>	94
6.2.	<i>Statične in dinamične reakcije, bilanca sil in moči, vzpenjanje</i>	95
6.3.	<i>Vožnja v ovinek, smerna stabilnost, zaviranje</i>	99
7.	<i>Viri</i>	101

Kazalo slik

Slika 1: Koordinatni sistem vozila	2
Slika 2: Zunanja motorska karakteristika sodobnega bencinskega motorja	3
Slika 3: Idealna motorska karakteristika	4
Slika 4: Primerjava motorskih karakteristik ter specifične porabe goriva bencinskega (levo) in dizelskega (desno) motorja (povzeto po [6])	4
Slika 5: Primerjava digitaliziranih in izračunanih krivulj moči in momenta sile za primer, kjer je ujemanje krivulj izrazito slabo	5
Slika 6: Pogonski sistem vozila (primer s sprednjim vzdolžnim motorjem in zadnjim pogonom)	7
Slika 7: Kinematični graf vozila oziroma "žagasti diagram"	8
Slika 8: Kinematični graf in graf vlečne sile	9
Slika 9: Primer menjalnika osebnega vozila – stolpcični graf prestavnih razmerij menjalnika in celotne transmisije (zgoraj) in faktorja menjalnika K (spodaj).	10
Slika 10: Zračni tokovi, ki povzročijo zračni upor vozila	12
Slika 11: Sila zračnega upora in njen moment	13
Slika 12: Prečni presek vozila A	13
Slika 13: Sile na kotalečem se kolesu	14
Slika 14: Primerjava velikosti voznih uporov	16
Slika 15: Sila upora vozišča na vozilo	17
Slika 16: Upor priklopnika	19
Slika 17: Sile uporov na vozilo	20
Slika 18: Bilanca vlečnih sil in vsote voznih uporov	23
Slika 19: Bilanca moči na pogonskih kolesih	24
Slika 20: Normalni vozni diagram ali graf dinamičnega faktorja	28
Slika 21: Pospešek vozila v različnih prestavah	29
Slika 22: Obratne vrednosti pospeška v različnih prestavah	30
Slika 23: Časi pospeševanja	31
Slika 24: Pot pospeševanja	32
Slika 25: Vzpenjanje glede na vlečno silo motorja	33
Slika 26: Idealna karakteristika vzmetenja	34
Slika 27: Poves vzmeti mirujočega vozila na strmini	35
Slika 28: Sile na stiku kolesa s podlago	37
Slika 29: Normalna sila in vzdolžna (obodna) sila na kolesu	37
Slika 30: Odvisnost koeficienta trenja od vzdolžnega zdrsa	38
Slika 31: Kontaktno področje med pnevmatiko in podlago pri prisotnem prečnem zdrsu	40
Slika 32: Kvalitativna odvisnost $F_y(\alpha)$, $M_z(\alpha)$ in $e_t(\alpha)$	41
Slika 33: Osni pritisk	42
Slika 34: Premagovanje vzponov glede na koeficient trenja – primer	44
Slika 35: Normalne in zavorne sile v odvisnosti od koeficienta trenja	46
Slika 36: Vlečno vozilo in priklopnik na strmini	46
Slika 37: Vožnja v ovinek	49
Slika 38: Vozilo pri vožnji v ovinku z majhno hitrostjo	51
Slika 39: Odvisnost $\delta_o(\delta_i)$ pri različnih načinih krmiljenja (povzeto po [6])	52
Slika 40: Trapezni štirizgibni krmilni mehanizem	52
Slika 41: Položaj krmilnega mehanizma pri vožnji v ovinek	53

Slika 42: Geometrija krmilnega mehanizma za dobro izpolnjevanje Ackermannovega pogoja	54
Slika 43: Obnašanje vozila v ovinku.....	55
Slika 44: Krivulja $\delta_f(a_b/g)$ pri preizkusu s konstantnim polmerom (povzeto po [6])...	56
Slika 45: Krivulja $\delta_f(a_b/g)$ pri preizkusu s konstantno hitrostjo (povzeto po [6]).....	57
Slika 46: Krivulja $1/r(a_b/g)$ pri preizkusu s konstantnim krmilnim kotom (povzeto po [6])	58
Slika 47: Motorska karakteristika in kinematični graf (vir: Avtomagazin).....	60
Slika 48: Geometrija vozila (vir: Avtomagazin)	61
Slika 49: Uporabniški vmesnik programske opreme za pregledovanje baze podatkov o vozilih CEMEK.....	63
Slika 50: Primer izpisa podatkov za vozilo iz Baze podatkov o vozilih CEMEK	64
Slika 51: Zunanja motorska karakteristika (bencinski in dizelski motor)	66
Slika 52: Žagasti graf – bencinski (desno) in dizelski (levo) pogon.....	67
Slika 53: Pogonske sile in vzorni upori (vozilo z bencinskim in dizelskim motorjem) ...	68
Slika 54: Dinamični faktor	70
Slika 55: Maksimalni vzponi glede na zmogljivost motorja	72
Slika 56: Maksimalni pospeški vozil A in B.....	73
Slika 57: Primerjava pospeškov vozil A in B po prestavah 3, 4 in 5	75
Slika 58: Časi pospeševanja od začetne hitrosti 0 km/h do poljubne končne	76
Slika 59: Porazdelitev moči glede na primerjalno kotno gonilo.....	77
Slika 60: Maksimalni pospeški glede na hitrost in prestavo redukcijskega gonila	78
Slika 61: Maksimumi dinamičnega faktorja glede na prestavno razmerje redukcijskega gonila	79
Slika 62: Maksimalni pospešek glede na prestavno razmerje redukcijskega gonila	80
Slika 63: Maksimalna hitrost glede na prestavno razmerje redukcijskega gonila	81
Slika 64: Čas pospeševanja glede na prestavno razmerje redukcijskega gonila.....	82
Slika 65: Bilanca moči vozila na pogonskih kolesih	83
Slika 66: Preostanek moči vozila.....	85
Slika 67: Premagovanje vzponov glede na koeficient trenja	86
Slika 68: Specifične vertikalne reakcije tal ter zavorne sile	87
Slika 69: Zavorne poti glede na koeficient trenja.....	88
Slika 70: Zavorne poti pri različnih koeficientih trenja (za ravnino).....	89
Slika 71: Potreben kot nagiba zavoja.....	90
Slika 72: Maksimalna hitrost pri določenem polmeru zavoja (vozišče brez bočnega nagiba)	91
Slika 73: Potreben kot nagiba zavoja glede na polmer zavoja	92
Slika 74: Potreben nagib zavoja glede na polmer zavoja pri različnih hitrostih.....	93

Pregled uporabljenih oznak

oznaka	enota	opis
A	[m ²]	površina največjega prečnega preseka
a	[m/s ²]	pospešek vozila
b	[m]	kolotek
Be	[kg/kWh]	specifična poraba goriva
b_s	[m]	kolotek spredaj
b_z	[m]	kolotek zadaj
c	[N/cm]	vzmetno število
c_0	[N/cm]	vzmetno število linearnega območja vzmeti
C_w	[1]	koeficient zračnega upora
D	[1]	dinamični faktor
e	[m]	zaostajanje pnevmatike pri nakotaljevanju
f	[/]	koeficient kotalnega upora
f_0	[/]	teoretični koeficient kotalnega upora
$F_{id\eta}$	[N]	idealna vlečna sila z upoštevanjem izkoristka
F_o	[N]	vlečna sila na kolesih
F_R	[N]	skupni vozni upor
G	[N]	teža vozila
h_p	[m]	višina prijemališča vlečne sile priklopnika
h_t	[m]	težiščna višina vozila ali priklopnika
i_g	[/]	prestavno razmerje kotnega gonila
i_m	[/]	prestavno razmerje menjalnika
J_k	[kg·mm ²]	masni vztrajnostni moment enega kolesa
J_m	[kg·mm ²]	masni vztrajnostni moment menjalnika
k	[/]	razmerje tež priklopnika in vlečnega vozila
K_{us}	[/]	koeficient podkrmiljenja
l, l_{WB}	[m]	medosna razdalja
m, m_{voz}	[kg]	masa celotnega vozila
$M_{e,max}$	[Nm]	maksimalni moment motorja
M_f	[Nm]	moment kotalnega upora na kolesu
M_m	[Nm]	moment motorja
m_r	[kg]	reducirana masa
n_m	[min ⁻¹]	vrtlina frekvenca motorja
n	[/]	število prestav menjalnika
p	[bar]	zračni tlak
p	[bar]	predpisani tlak v pnevmatiki
p_d	[bar]	dejanski tlak
P_e	[kW]	moč motorja
$P_{e,max}$	[kW]	maksimalna moč motorja
P_i	[kW]	moč na pogonskih kolesih
P_{up}	[kW]	moč voznih uporov

R	[J/kg K]	plinska konstanta za zrak = 287,0 J/kg·K
r	[m]	polmer ovinka
r_d	[mm]	dinamični polmer pnevmatike
R_f	[N]	sila upora vozišča
R_i	[N]	sila upora pospeševanja
R_p	[N]	sila upora priklopnika
R_s	[N]	sila upora strmine
R_z	[N]	sila zračnega upora
T	[K]	temperatura zraka
s	[/]	vzdolžni zdrs kolesa
t	[s]	čas pospeševanja
v	[km/h]	hitrost vozila
z	[/]	število koles
Z	[N]	osna sila pravokotno na podlago
Z_0	[N]	stacionarna osna sila pri praznem vozilu
Z_{pog}	[N]	osna sila pravokotno na podlago na pogonski osi
α	[rad], [°]	kot klanca
α_s	[rad]	kot prečnega zdrsa kolesa
β	[rad], [°]	kot prečnega nagiba ceste, kot ročice krmilnega mehanizma
δ	[/]	koeficient vrtečih se vztrajnostnih mas
δ_f	[rad], [°]	krmilni kot, povprečni kot zasuka krmiljenih koles
δ_i	[rad], [°]	kot zasuka notranjega kolesa v ovinku
δ_o	[rad], [°]	kot zasuka zunanjega kolesa v ovinku
η_t	[/]	celotni izkoristek transmisije
μ	[/]	koeficient trenja
ν	[Hz]	frekvenca nihanja nadgradnje
ρ_z	[kg/m ³]	gostota zraka
ρ	[rad], [°]	kot zasuka karoserije zaradi povesa vzmetenja

1. Uvod

Vožnja kolesnih vozil temelji na osnovnih zakonih mehanike s katerimi obravnavamo značilne kinematične, kinetične in energijske veličine, ki celovito opišejo gibanje vozil kot večmasnega telesa s togimi ali elastičnimi povezavami. V pričujočem delu je opravljen jedrnat pregled izhodišč, robnih pogojev in teoretičnih osnov, ki so potrebne za fizikalno in matematično (numerično) obravnavanje zakonitosti vožnje vozil. Najprej so obravnavani preprosti fizikalni modeli voznih uporov, ki delujejo na vozila, nato modeli za izračun vlečnih in voznih ter stabilnostnih in zavornih karakteristik vozil. Nekaj pozornosti je posvečene načinu pridobivanja potrebnih vhodnih podatkov za analizo realnih vozil in težavam, s katerimi se pri tem srečamo. Posebno poglavje je namenjeno grafičnim prikazom in primerjavi numeričnih rezultatov. Na koncu sledi nekaj praktičnih računskih nalog z jedrnato opisanimi postopki reševanja in končnimi numeričnimi rezultati za kontrolo.

Problematika je obravnavana stacionarno, veljajo predpostavke, da ni hitrih dinamičnih sprememb pri gibanju vozil, kar je v resnici v nasprotju s samo naravo uporabe vozil. Vožnja vozil je dejansko sestavljena iz niza povezanih dinamičnih prehodnih pojavov. Obravnavanje takih prehodnih pojavov je matematično dosti zahtevnejše (reševanje diferencialnih enačb, integralske enačbe), čemur smo se izognili. Vendar je resnica tudi to, da je delež teh prehodnih pojavov v povprečnem voznem ciklu kolesnih vozil v vsakdanji uporabi razmeroma majhen in da se večina dogajanj zgodi na stacionaren način.

V tem delu niso podana niti različna matematična izvajanja in izpeljave enačb. To prepuščava študentom za njihov študij. Podana so izhodišča, robni pogoji in matematični izrazi v končnih in vmesnih oblikah, kot so najbolj primerni za značilne praktične izračune.

V delu sva se osredotočila na dvoosna, štirikolesna (dvosledna) cestna in terenska vozila (osebna, gospodarska, posebna). V večini primerov je izvajanja mogoče uporabiti neposredno ali vsaj kot izhodišče tudi za obravnavanje enoslednih (kolesa, motocikli) in večosnih vozil.

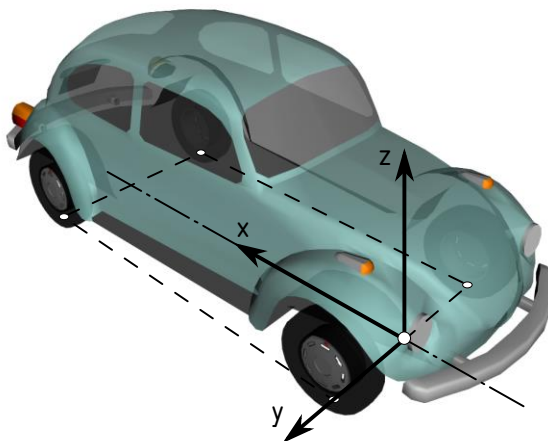
2. Vlečne in vozne karakteristike vozila

Pri vožnji na vozilo delujejo različne sile – pogonske sile, ki vozilo pospešujejo oziroma vzdržujejo v stacionarnem gibanju, in upori, ki vožnji nasprotujejo. Poleg tega delujejo tudi sile, ki so posledice gravitacije in dinamike vožnje (sile trenja, centrifugalne sile, vztrajnostne sile, zavorne sile ...). V osnovnih analizah običajno najprej predpostavimo, da vozilo ni vzmeteno in vozilo obravnavamo statično oziroma stacionarno. Nadalje lahko z uporabo ravnotežnih enačb in z določenimi algoritmi dobimo poenostavljen kvazistatični sistem, ki upošteva tudi na primer vzmetenje vozila pri stacionarnih pogojih. Prehodni pojavi pa so seveda dosti zahtevnejši in jih je potrebno obravnavati z diferencialnimi enačbami in na druge načine.

V tem poglavju so večinoma zapisani samo izhodiščni pogoji (enačbe) in končni izrazi funkcij, kakor se uporabljajo pri numeričnih izračunih (programskih rutinah), ki so potrebni za pripravo grafičnih predstavitev rezultatov karakteristik vozil. Do teh izrazov pridemo z matematičnimi izpeljavami na osnovi različnih poenostavljenih ravnotežnih stanj.

2.1. Koordinatni sistem pri obravnavanju vozil

Pri obravnavanju dinamike vozil se običajno uporablja Kartezijev koordinatni sistem (Slika 1), katerega izhodišče leži na preseku ravnine, ki jo določajo stiki koles z vozno ploskvijo, navpične ravnine skozi vzdolžno os vozila in navpične ravnine skozi os sprednjih koles vozila. Osi so orientirane tako, da kaže os x v vzdolžni smeri oziroma tangencialno na trajektorijo gibanja težišča vozila, os y kaže v prečni smeri (v smeri kolesnih osi) oziroma normalno na trajektorijo gibanja težišča, os z pa kaže v navpični smeri oziroma pravokotno na vozno ploskev.



Slika 1: Koordinatni sistem vozila

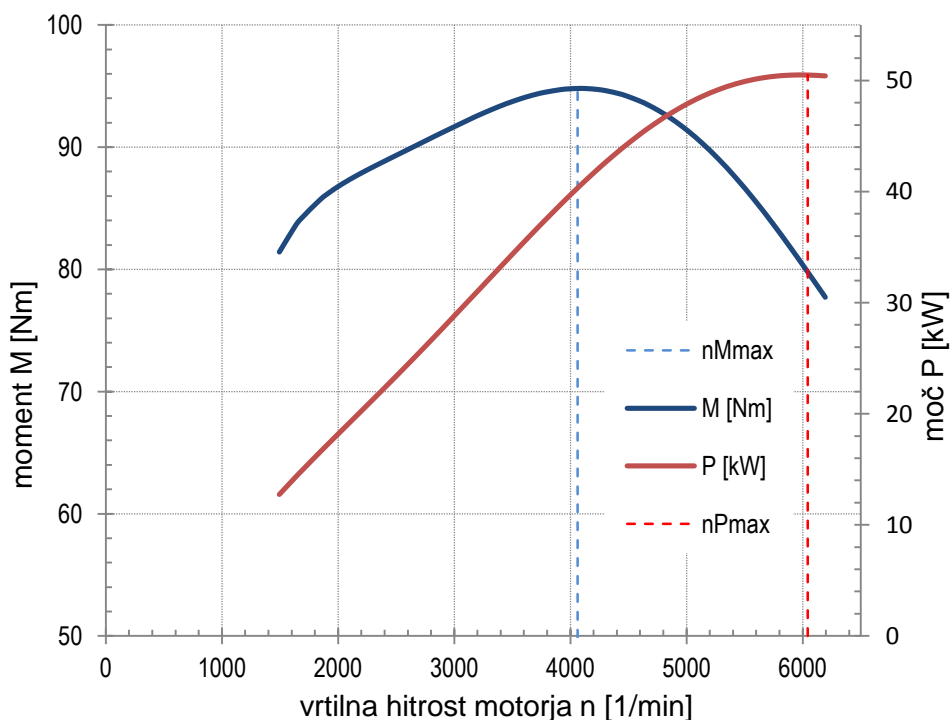
Opis gibanja vozila kot togega telesa v šestih prostostnih stopnjah je mogoče opraviti tudi s splošno uveljavljenimi izrazi:

- premik v smeri osi x = vzdolžni (ang. *longitudinal*) premik
- premik v smeri osi y = prečni (ang. *lateral*) premik
- premik v smeri osi z = navpični (ang. *vertical*) premik
- zasuk okrog osi x = nagibni zasuk (ang. *roll*)
- zasuk okrog osi y = priklonski zasuk (ang. *pitch*)
- zasuk okrog osi z = smerni zasuk (ang. *yaw*)

2.2. Zunanja motorska karakteristika

Motor z notranjim zgorevanjem ima motorsko karakteristiko odvisno od vrtilne frekvence motorja. Moč motorja (P_e) v odvisnosti od vrtilne hitrosti (n_e) ročične gredi se izmeri eksperimentalno neposredno na izstopni gredi motorja. Idealno bi bilo, da bi moč ustrezala $P_e = \text{konst.}$ pri vsaki vrtilni hitrosti. Relacija med močjo P_e in momentom M_e je:

$$P_e = M_e \cdot \omega_e = M_e \cdot 2 \cdot \pi \cdot n_e. \quad (1)$$



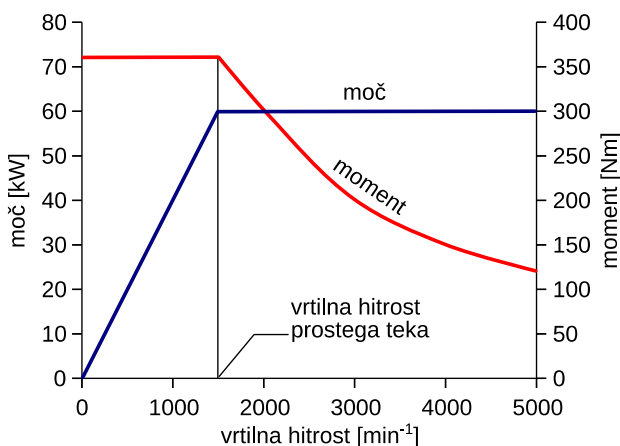
Slika 2: Zunanja motorska karakteristika sodobnega bencinskega motorja

Pomembni parametri motorja, ki so običajno tudi numerično podani, so vrednost največje moči in momenta pri ustreznih vrtilnih hitrostih. Značilen

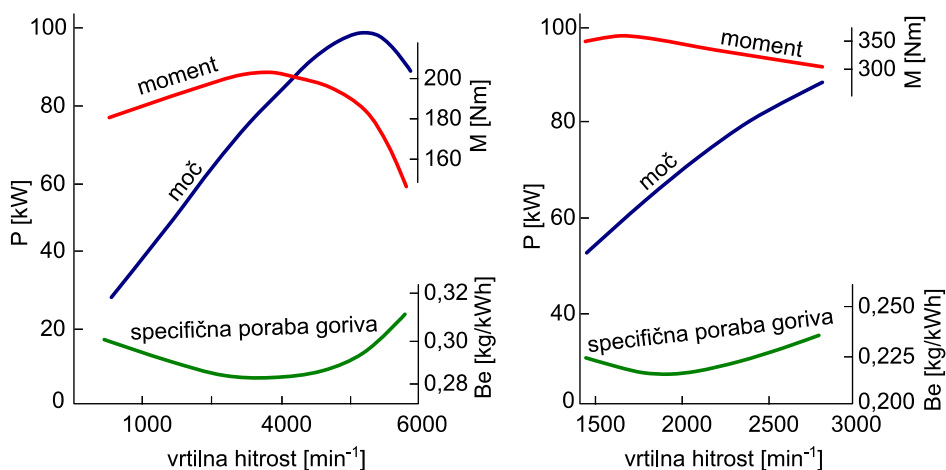
graf odvisnosti moči ter momenta od vrtilne hitrosti motorne gredi za motor z notranjim zgorevanjem prikazuje Slika 2.

Idealna karakteristika motorja, potrebna za vožnjo vozil, bi bila takšna, pri kateri bi bila moč konstantna (moment pa inverzna funkcija) glede na vrtilno hitrost (Slika 3). Motorji z notranjim zgorevanjem (Slika 4) take karakteristike ne morejo doseči. Največ, kar je tehnično izvedljivo je, da se ji, tudi z elektronsko kontrolo pogonskega motorja, v ožjem intervalu vrtilnih hitrosti precej približajo. Zato v prenosni transmisiji do pogonskih koles potrebujemo menjalnik.

Zelo pa se idealni karakteristiki približajo sodobni elektromotorji za pogon vozil, kjer običajno v transmisiji potrebujemo le reduktor za prilagoditev vrtilne hitrosti (centralni elektromotor), v nekaterih primerih pa niti tega ne (kolesni in obkolesni elektromotorji).

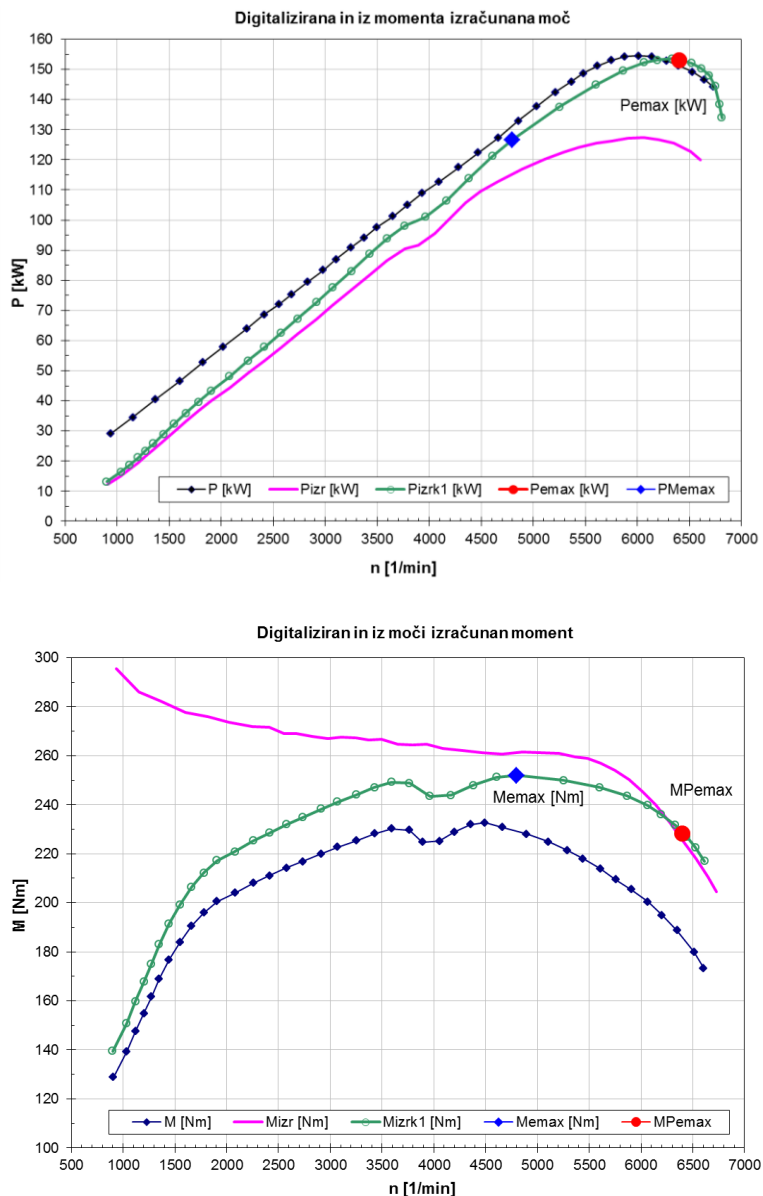


Slika 3: Idealna motorska karakteristika



Slika 4: Primerjava motorskih karakteristik ter specifične porabe goriva bencinskega (levo) in dizelskega (desno) motorja (povzeto po [6])

Numerično tabelo parov vrtilna hitrost – moč ali moment dobimo z digitalizacijo grafov. Običajno podatki v drugačni obliki niso na voljo. Pomagamo si lahko na primer s programoma *Engauge Digitizer* [12] ali *WinDig* [13]. Slika 5 prikazuje na ta način pridobljena grafa momenta in moči.



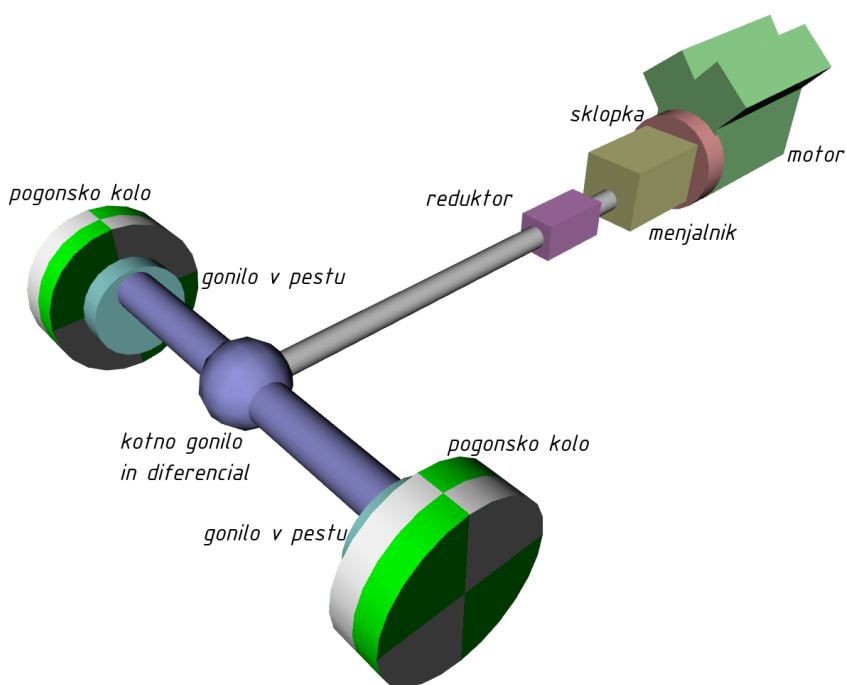
Slika 5: Primerjava digitaliziranih in izračunanih krivulj moči in momenta sile za primer, kjer je ujemanje krivulj izrazito slabo

Iz obeh diagramov je lepo vidna tudi pogosta težava, ki jo odkrijemo pri digitalizaciji grafov, in sicer, da se krivulji moči in momenta sile mnogokrat zelo slabo ujemata, če sta pridobljeni iz javno dostopnih virov. To se vidi iz pogosto

zelo velikih razlik vrednosti moči in momenta sile, ki so na eni strani pridobljene z neposrednim odčitavanjem iz grafov in na drugi preračunane (enačba 1) iz odčitanih vrednosti druge krivulje. Ker je karakteristika pogonskega motorja ključna za kvaliteto nadaljnjih izračunov, je preverjanje kvalitete vhodnih podatkov vedno prva naloga pri takih analizah.

2.3. Kinematika vozila

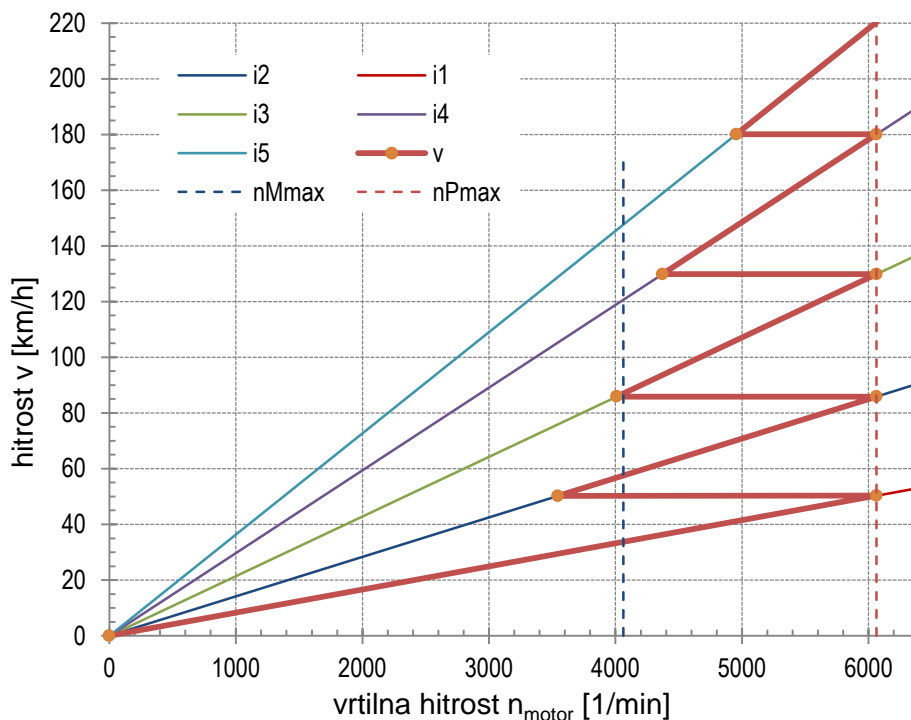
Kinematika vozila je odvisna od kinematike pogonskega agregata vozila in od lastnosti prenosnih elementov oziroma transmisije. Značilno za vozila je, da motor proizvaja moč s karakteristiko, ki ne ustreza najbolj naravi voznih uporov. Idealna karakteristika pogonskega motorja bi bila zelo podobna karakteristiki teoretičnega motorja, ki proizvaja konstantno moč ne glede na vrtilno hitrost. Na žalost takih motorjev skoraj ni oziroma niso ekonomični. Značilni pogonski motorji proizvajajo moč pri precej večjih hitrostih kot so uporabne na pogonskih kolesih. Zato moramo med motor in pogonska kolesa dodati prenosne elemente, ki transformirajo energijo oziroma delo v pogonsko moč oziroma pogonsko silo pri nižjih hitrostih. Torej je tipična prenosna transmisija večinoma reduktor.



*Slika 6: Pogonski sistem vozila
(primer s sprednjim vzdolžnim motorjem in zadnjim pogonom)*

Nadaljnji problem pri vozilih je tudi ta, da je kinematski obseg, v katerem je motor sposoben proizvajati moč, večinoma preozek za kinematski obseg vožnje vozila (minimalna in maksimalna hitrost). To pomeni, da poleg reduktorja potrebujemo tudi stopenjski ali brezstopenjski menjalnik, ki je sposoben čim bolj optimalno prilagajati karakteristiko pogonskega motorja potrebnim kinematskim lastnostim za vožnjo vozila.

Ta kinematična povezava sklop motor – pogonska transmisija – pogonski stroj oziroma kolesa se kinematično najlepše prikaže v tako imenovanem kinematskem grafu vozila oziroma "žagastem diagramu", ki podaja odvisnost hitrosti vozila od vrtilne hitrosti motorja in glede na prestavno razmerje menjalnika. Graf pokaže tudi teoretične največje hitrosti vozila, pri čemer ni rečeno, da vozilo zaradi različnih voznih uporov te hitrosti tudi vedno pri vseh pogojih dejansko zmore.



Slika 7: Kinematični graf vozila oziroma "žagasti diagram"

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_d}{i_m \cdot i_0} \cdot n_e \quad (2)$$

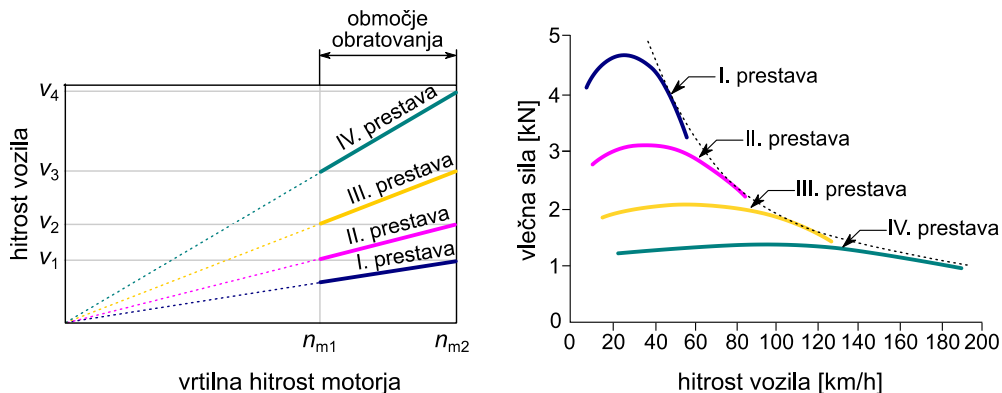
kjer je

r_d dinamični polmer pnevmatike [mm]

i_m prestavno razmerje menjalnika [/]

i_0 prestavno razmerje redukcijskega (kotnega) gonila [/]

n_e vrtilna hitrost motorja [s^{-1}]



Slika 8: Kinematični graf in graf vlečne sile

Poleg kinematske enačbe vozila (enačba 2) je pri razvoju idealne transmisije za vožnjo in za pomoč pri konstrukcijskem oblikovanju prenosnih elementov smiselno analizirati tudi kvociente K med zaporednimi prestavnimi razmerji menjalnika (Slika 8). Teoretično idealna transmisija z najboljšim učinkom bi bila takšna, ki ima vsa razmerja K_j enaka (enačba 3). Predvsem zaradi geometrijskih in tudi drugih konstrukcijskih omejitev pa tega v praksi pri razvoju menjalnikov največkrat ni možno doseči in razmerja K_j z naraščanjem prestav rahlo padajo (enačba 4).

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{i_2}{i_3} = \frac{i_3}{i_4} = \dots = \frac{i_j}{i_{j+1}} = K_j; \quad j = 1 \dots n - 1 \quad (3)$$

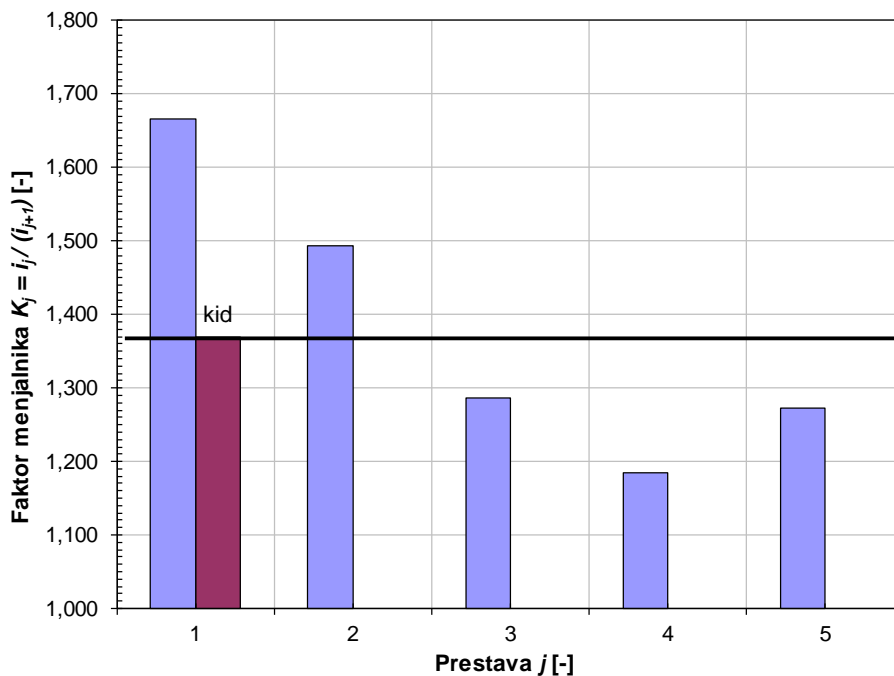
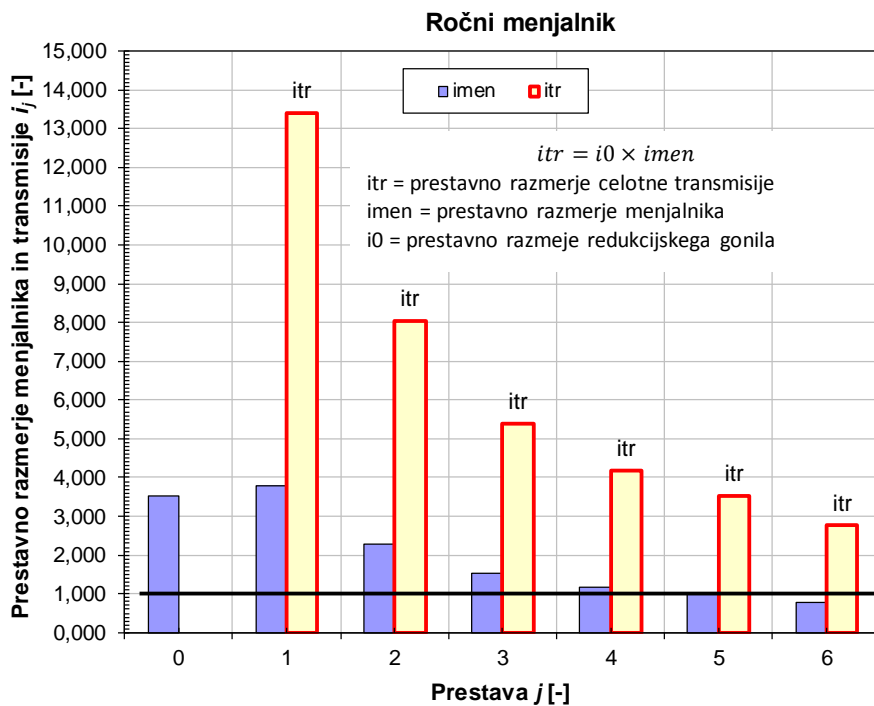
$$K_j = K_{id} = \sqrt[n-1]{\frac{i_1}{i_n}} \quad \text{idealno}$$

$$\frac{i_1}{i_2} > \frac{i_2}{i_3} > \frac{i_3}{i_4} > \dots > \frac{i_{n-1}}{i_n} \quad \text{realno} \quad (4)$$

kjer je

$i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$prestavno razmerje menjalnika (od prve do n -te prestave) [/]

K_jkvocient stopnjevanja oziroma "faktor menjalnika" [/]



Slika 9: Primer menjalnika osebnega vozila – stolpični graf prestavnih razmerij menjalnika in celotne transmisije (zgoraj) in faktorja menjalnika K (spodaj).

2.4. Pogonska sila in moč na kolesih

Vrtilni moment se iz motorja prenaša na kolesa prek transmisije. Vsi elementi, vključeni v transmisijo, pri katerih prihaja do trenja, povzročajo izgube moči. Zato je potrebno pri izračunu pogonske sile na kolesu upoštevati tudi celotni izkoristek transmisije η_t :

$$F_O = \frac{M_e \cdot i_m \cdot i_0}{r_d} \cdot \eta_t . \quad (5)$$

kjer je

M_emoment motorja [Nm]

i_mprestavno razmerje menjalnika [/]

i_0prestavno razmerje redukcijskega (kotnega) gonila [/]

r_ddinamični polmer pnevmatike [mm]

η_tcelotni izkoristek transmisije [/]

Celotni izkoristek transmisije se izračuna z množenjem posameznih izkoristkov vseh elementov, ki so vključeni v transmisijo. Pri tem lahko pride zaradi nenatančno določenih izkoristkov posameznih elementov pri dejanskih delovnih pogojih do nerealnega celotnega izkoristka. Zato se za praktično rabo vzame celotni izkoristek transmisije v območjih, navedenih v tabeli 1. Načeloma pomeni bolj kvalitetna izdelava večje vrednosti izkoristka.

Tabela 1 Celotni izkoristek transmisije (vir [2])

Vrsta vozila	η_t
lahki avtomobili	0,88-0,95
tovorni avtomobili	0,80-0,90
terenska vozila	0,78-0,85

Moč na pogonskih kolesih je manjša od moči motorja samo za velikost izgub v transmisiji:

$$P_O = P_e \cdot \eta_t . \quad (6)$$

2.5. Vozni upori

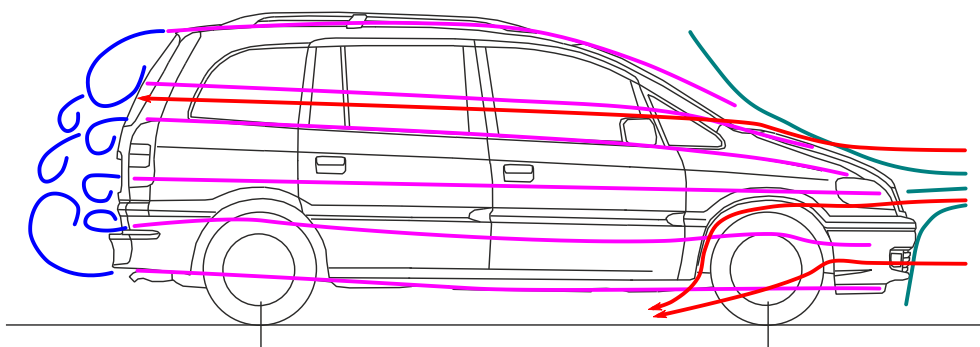
Pri gibanju vozila po vozišču se pojavljajo vozni upori, ki gibanje zavirajo, kar pomeni, da upori praviloma delujejo nasproti smeri gibanja vozila. Pri premočrtnem gibanju se pojavljajo naslednji upori: zračni upor R_z , kotalni upor R_f , upor vztrajnostnih mas R_i , upor strmine R_s ter upor priklopnika R_p . V nekaterih primerih pa se lahko dogodi tudi, da vozni upori začnejo delovati v

isti smeri, kot je smer gibanja (na primer upor strmine pri gibanju navzdol ...). Pozornost je potrebno posvetiti tudi prijemališču posameznih sil.

2.5.1. Zračni upor

Zračni upor vozila nastopi zaradi različnih fizikalnih pojavov, ki potekajo na različnih delih vozila (Slika 10):

- natekanje zraka na čelno ploskev vozila v smeri gibanja (*turkizno* —),
- viskozno trenje v mejni plasti tik ob zunanji ploskvi karoserije vozila (*vijolično* —),
- vrtnčenje zraka na izstopnem robu karoserije (*modro* —),
- vrtnčenje in zastoj zraka pri vtekanju v odprtine na vozilu (*rdeče* —).



Slika 10: Zračni tokovi, ki povzročijo zračni upor vozila

Zračni upor je funkcija hitrosti vozila:

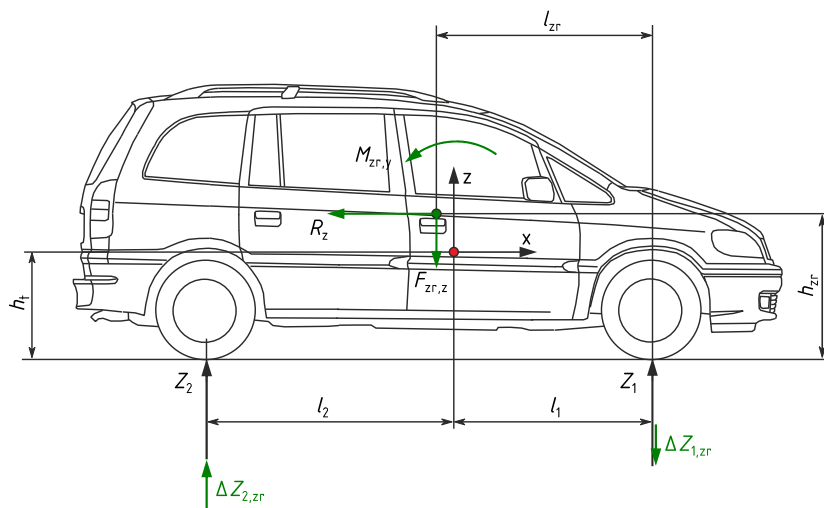
$$R_z = \frac{c_w \cdot A \cdot (v - w)^2 \cdot \rho_z}{2} = K \cdot A \cdot (v - w)^2; K = \frac{c_w \cdot \rho_z}{2}. \quad (7)$$

kjer je

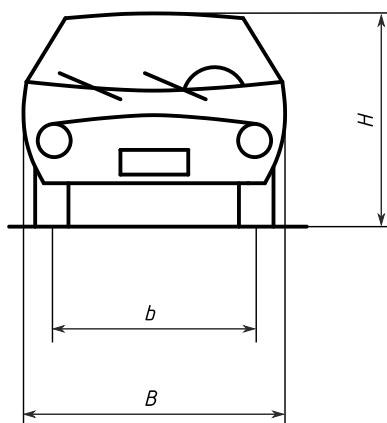
- ρ_zgostota zraka [kg/m³]
- vhitrost vozila [m/s]
- whitrost vetra proti vozilu v osi [m/s]
- c_wkoeficient zračnega upora [/],
- Apovršina preseka vozila, na katero nateka zrak [m²]

Prijemališče sile zračnega upora je v težišču največjega prečnega preseka vozila (na razdalji l_{zr} od sprednje osi). Silo v vzdolžni navpični ravnini lahko razdelimo na dve komponenti - upor $F_{zr,x}$ in pritis k tlom $F_{zr,z}$. Navpična sila ob neugodni obliki karoserije vozila ali tovora na njem lahko deluje tudi navzgor (vzgon) in s tem zmanjšuje navpično obremenitev koles ter tako poslabšuje zmožnost prenašanja obodnih in prečnih sil med kolesi in vozno ploskvijo.

Zaradi ročice med težiščem vozila in prijemališčem sile zračnega upora nastopi moment sile zračnega upora $M_{zr,y}$, ki povzroča spremembo reakcij na oseh vozila (Slika 11).



Slika 11: Sila zračnega upora in njen moment



Slika 12: Prečni presek vozila A

Površino preseka vozila A, na katero nateka zrak, lahko približno določimo oziroma ocenimo iz enačb [2], [6]:

$$\begin{aligned}
 A &= 0,9 \cdot b \cdot H \dots \text{za osebna vozila,} \\
 A &= 0,78 \cdot B \cdot H \dots \text{za tovorna vozila in avtobuse.}
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Do površine prečnega prereza lahko pridemo dosti natančneje tudi s pomočjo grafičnih metod – najlaže s pomočjo CAD programa, če imamo slike profilov vozila v določljivem merilu.

Gostota zraka je odvisna od temperature in tlaka, zato je potrebno gostoto za natančnejši preračun izračunati pri dejanski temperaturi T in zračnem tlaku p po plinski enačbi:

$$\rho_z = \frac{p}{R \cdot T} \quad (9)$$

kjer je

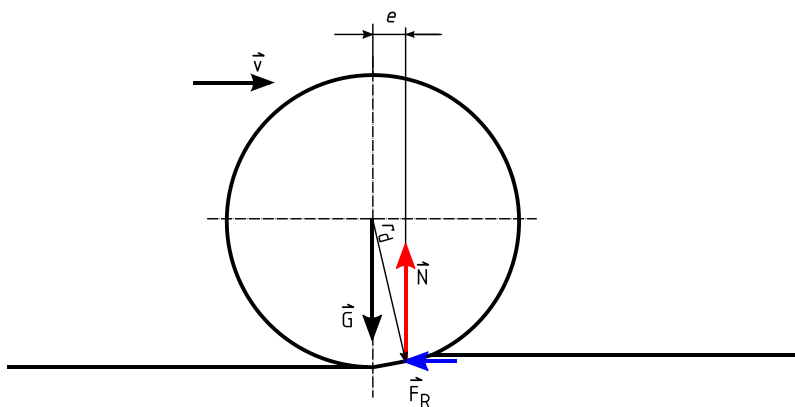
pzračni tlak [Pa]

Rplinska konstanta [J/kg·K] (za zrak velja $R = 287,0$ J/kg·K)

Ttemperatura zraka [K]

2.5.2. Kotalni upor

Kotalni upor nastane zaradi deformacije pnevmatike in vozišča. Pnevmatika ni idealno elastično telo, zato se pri deformaciji pojavijo izgube energije oziroma dela, ki se pretvarjajo večinoma v toploto in hrup. Vozišče pa ni idealno togo in se pri kotaljenju ustvarja žleb, ki prav tako pomeni porabo dela. Pri trdem vozišču je ta delež (skoraj) zanemarljiv, pri sipkem pesku pa upor lahko doseže do 15% teže vozila ali celo več [6].



Slika 13: Sile na kotalčem se kolesu

$$\frac{e}{r_d} = f_0 \quad (10)$$

Enačba (10) določa teoretični koeficient kotalnega upora f_0 . Kotalni upor je v največji meri odvisen od tekalne površine pnevmatike, tlaka polnitve, ceste in vozne hitrosti. Zaostajanje pnevmatike e je odvisno od razmer pri kotaljenju

(količina in oblika deformacije pnevmatike, globina deformacije vozišča) in se v splošnem med vožnjo lahko spreminja, predvsem v odvisnosti od hitrosti. Zato koeficient kotalnega upora f v praksi izračunamo z empiričnimi enačbami ali uporabimo izkustveno vrednost glede na vozne pogoje.

Vpliva deformacije pnevmatik in vozišča sta tako na primer zajeta v koeficientu kotalnega upora f_0 , ki je podan tabelarično za različna stanja vozišča.

Tabela 2 Koeficient kotalnega upora (povzeto po [2], [4], [5] in [6])

Vrsta vozišča	f_0
asfaltno, gladko	0,010
betonsko, gladko	0,010
betonsko, hrapavo	0,014
kočke, zelo dobre	0,015
kočke, dobre	0,020
kočke, slabše	0,033
makadam, slab	0,035
poljska pot, dobra	0,045
poljska pot, srednja	0,080
poljska pot, slaba	0,160
pesek, mehak, suh	0,150–0,300

Empirično je ugotovljeno, da kotalni upor rahlo narašča s kvadratom hitrosti vožnje. Eden od možnih popisov te odvisnosti je empirična enačba, ki velja za gumijaste pnevmatike cestnih vozil:

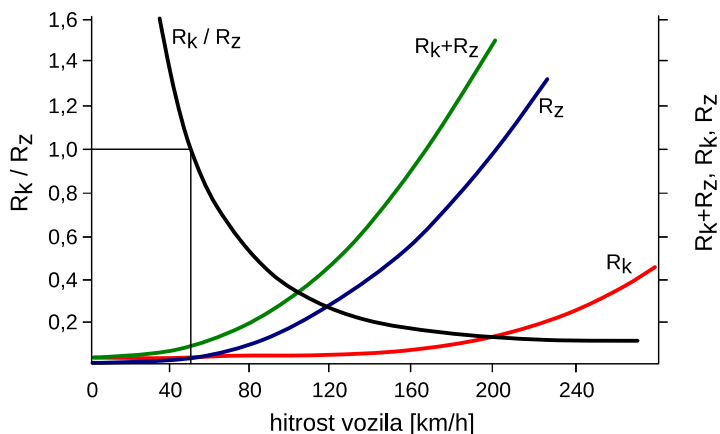
$$f = f_0 \cdot (1 + a \cdot v^2), \quad (11)$$

kjer je

a konstanta, odvisna od vrste pnevmatike [/] ($a = 0,000045$ za pnevmatike osebnih vozil),

vhitrost vozila [km/h].

Obliko krivulje kotalnega upora v odvisnosti od hitrosti vozila, njeno količinsko primerjavo s krivuljo zračnega upora ter krivulji njune vsote in njenega količnika prikazuje Slika 14.



Slika 14: Primerjava velikosti voznih uporov

Če se dejanski tlak v pnevmatiki razlikuje od predpisanega, se faktor kotalnega upora korigira po empirični enačbi:

$$f = f' \cdot \left(1,5 - \left(0,5 \cdot \frac{p_d}{p} \right) \right), \quad (12)$$

kjer je

f' kotalni upor pri imenskem tlaku v pnevmatiki [/],

p_ddejanski tlak v pnevmatiki [bar],

p predpisani tlak v pnevmatiki [bar].

Korekcija je seveda primerna v dokaj ozkem intervalu okrog predpisanega tlaka pnevmatike za imensko obtežbo. Zagotovo ni primerna za na primer skoraj prazne pnevmatike. Če upoštevamo oba vpliva (tlaka v pnevmatiki in hitrosti), dobimo popolnejšo empirično enačbo za kotalni upor, ki velja na suhi asfaltni cesti za pnevmatike, ki se uporabljajo na osebnih avtomobilih:

$$f = 0,005 + \frac{1 \text{ bar}}{p} \left(0,01 + 0,0095 \left(\frac{v}{100 \text{ km/h}} \right)^2 \right), \quad (13)$$

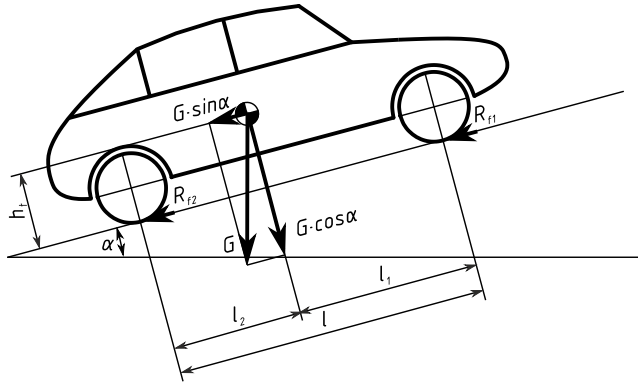
kjer je

p dejanski tlak v pnevmatiki [bar],

vhitrost vozila [km/h].

Sila kotalnega upora je torej vsota sil kotalnih uporov na vseh oseh vozila:

$$R_f = f \cdot G \cdot \cos \alpha. \quad (14)$$



Slika 15: Sila upora vozišča na vozilo

Člen $G \cdot \cos \alpha$ v enačbi 12 je komponenta teže vozila, ki deluje pravokotno na strmino. Pojavi se pri vožnji v klanec (ali navzdol – z negativnim predznakom kota), kjer je α kot nagiba vozišča v vzdolžni smeri.

2.5.3. Upor vztrajnostnih mas

Ta upor se pojavi pri pospeševanju vozila (in pri pojemanju oziroma zaustavljanju; vedno deluje v taki smeri, ki poskuša obdržati predhodno stanje gibanja) in ima svoje prijemališče v težišču vozila. Zato ga včasih imenujemo tudi upor pospeševanja. V njem sta zajeti dve vrsti pospeševanja: translatorno pospeševanje mase celotnega vozila in rotacijsko pospeševanje vseh vrtljivih delov. Ti deli so: vztrajnik motorja, ročična gred, ročični mehanizem, vrteči se deli menjalnika, kardanska gred, kotno gonilo pogonske gredi, polgredi in kolesa ter vrteči se deli pomožnih naprav, ki jih poganja motor (črpalke, alternator, hladilni sistem itd.).

Ta upor izračunamo po enačbi:

$$R_i = m_r \cdot a, \quad (15)$$

kjer je m_r reducirana vztrajnostna masa. V tej reducirani masi je zajeta celotna masa vozila in dodatek k masi zaradi pospeševanja vrtečih se delov. Reducirano vztrajnostno maso izračunamo z izrazom:

$$m_r = m \cdot \delta, \quad (16)$$

kjer je δ koeficient vrtečih se vztrajnostnih mas. Pri računanju reducirane vztrajnostne mase ponavadi upoštevamo le vztrajnik motorja in kolesa, ker so ostale mase večinoma zanemarljive. Koeficient δ je tedaj:

$$\delta = 1 + \frac{J_m \cdot i_m^2 \cdot i_0^2 \cdot \eta_t + z \cdot J_k}{r_d^2 \cdot m}. \quad (17)$$

kjer je

J_m masni vztrajnostni moment menjalnika [kgm^2]
 J_k masni vztrajnostni moment enega kolesa [kgm^2]
 i_m prestavno razmerje menjalnika [/]
 i_o prestavno razmerje kotnega gonila [/]
 η_t izkoristek transmisije [/]
 z število koles [/]
 r_d dinamični polmer kolesa [m]
 m masa celotnega vozila [kg]

Ker v večini primerov nimamo podanih masnih vztrajnostnih momentov sestavnih delov transmisije (zobnikov gonila, gredi in koles), lahko ta koeficient ocenimo po empirični enačbi:

$$\delta = 1 + \xi \cdot i_m^2, \quad (18)$$

kjer je ξ empirični koeficient, odvisen od vrste vozila, in je $\xi = 0,04 - 0,09$ (manjše vrednosti za osebna vozila, večje vrednosti za tovorna vozila).

2.5.4. Upor strmine

Upor strmine nastane pri vožnji v klanec. Dejansko je to dinamična komponenta teže vozila, vzporedna z voziščem (Slika 15):

$$R_s = G \cdot \sin \alpha. \quad (19)$$

Vzpone na cestah običajno podajamo v odstotkih. Relacija med kotnimi stopinjami in odstotki je:

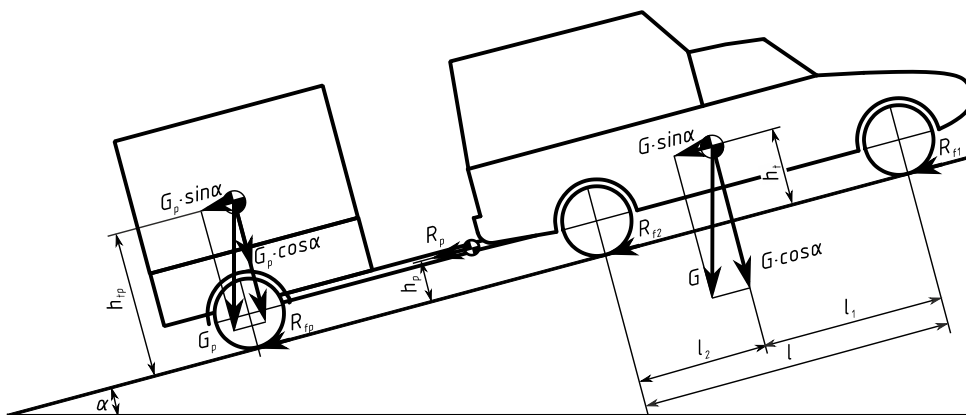
$$\tan \alpha = \frac{j}{100}, \quad (20)$$

kjer je j vzpon v odstotkih.

Če vozilo vozi po strmini navzdol, je vrednost upora strmine negativna, kar pomeni, da dinamična komponenta teže v bistvu poganja vozilo.

2.5.5. Upor priklopnika

Predpostavimo, da vlečna sila za premagovanje upora priklopnika R_p deluje na višini spenjalne naprave h_p in da je koeficient kotalnega upora za vsa kolesa priklopnika in vlečnega vozila enak.



Slika 16: Upor priklopnika

Težo priklopnika označimo z G_p , težo vlečnega vozila pa z G . Njuno razmerje je tedaj:

$$k = \frac{G_p}{G}; G_p = k \cdot G. \quad (21)$$

Gibanje skupine vozil opazujemo na vzponu pri dovolj majhni hitrosti, da lahko zanemarimo upor zraka ($R_z \approx 0$). Predpostavimo tudi, da je koeficient vrtečih se vztrajnostnih mas $\delta = 1$.

Ravnotežna enačba sil, ki delujejo na vlečno vozilo v smeri njegovega gibanja, se glasi

$$\begin{aligned} F_0 &= R_s + R_f + R_i + R_p \\ &= G \cdot \sin \alpha + G \cdot f \cdot \cos \alpha + \frac{G}{g} \cdot a + R_p. \end{aligned} \quad (22)$$

Ravnotežna enačba sil, ki delujejo na priklopnik v smeri njegovega gibanja, se glasi

$$R_p = G_p \cdot \sin \alpha + G_p \cdot f \cdot \cos \alpha + \frac{G_p}{g} \cdot a. \quad (23)$$

Ob upoštevanju enačbe (21) lahko obe ravnotežni enačbi zapišemo kot

$$\begin{aligned} F_0 &= G \cdot (k + 1) \cdot \left(\sin \alpha + f \cdot \cos \alpha + \frac{a}{g} \right) \text{ in} \\ R_p &= G \cdot k \cdot \left(\sin \alpha + f \cdot \cos \alpha + \frac{a}{g} \right). \end{aligned} \quad (24)$$

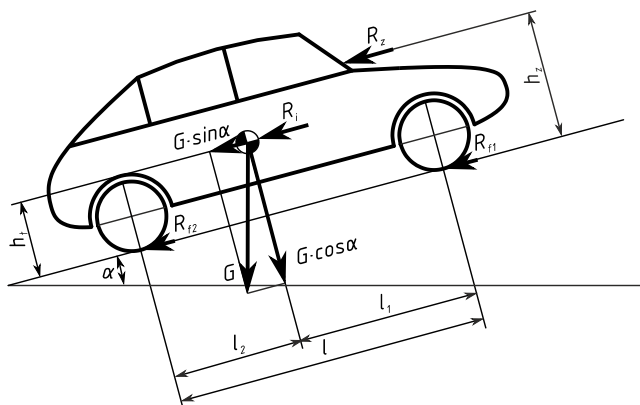
Od tod sledita zvezi med potrebno vlečno silo in uporom priklopnika:

$$F_0 = \frac{k+1}{k} \cdot R_p \text{ in } R_p = \frac{k}{k+1} \cdot F_0. \quad (25)$$

2.5.6. Skupni vozni upor

V splošnem skupni vozni upor, ki ga mora vozilo premagovati pri stacionarni vožnji, sestavljajo upor strmine, upor pospeševanja mas, kotalni upor, upor zraka in upor priklopnika:

$$R = R_s + R_f + R_i + R_z + R_p. \quad (26)$$



Slika 17: Sile uporov na vozilo

Glede na smer nagiba oziroma na to ali vozilo vozi navkreber ali navzdol se upor strmine in upor priklopnika spreminja predznak in lahko predstavlja dejanski upor proti vožnji ali pa prispeva k pogonski sili, ki poganja vozilo. Podobno velja tudi za upor vztrajnostnih mas, ki ima lahko negativen (pospeševanje) ali pozitiven (zaviranje) predznak.

2.5.7. Moč vozni uporov

Sleherno silo vozni uporov (R) je seveda mogoče fizikalno pretvoriti v energijo oziroma moč (P_{up}), ki je potrebna za premagovanje teh sil s splošno enačbo

$$P_{up} = R \cdot v. \quad (27)$$

Skupna moč vozni uporov, ki delujejo na vozilo, je torej lahko zapisana tudi takole:

$$P_{up} = \left(\sum R \right) \cdot v. \quad (28)$$

Pri tem v vsoti uporov (enačba 26) v praksi pač upoštevamo tiste, ki so pri danih pogojih vožnje pomembni oziroma signifikantni (poenostavljanje, da modele lažje rešimo oziroma računamo).

2.6. Razmere pri vožnji vozila v stacionarnih pogojih

Vožnja je praviloma dinamičen proces, saj se hitrost pogosto povečuje in zmanjšuje, vozilo vozi po različnih voziščih (klanci, nagibi, ovinki ...). V takih razmerah je nujno potrebno vožnjo obravnavati po eni od metod dinamike sistemov teles, kar je zahtevno tako fizikalno kot matematično.

Za osnovne preračune, s katerimi dobimo temeljne značilnosti vozil, običajno predpostavimo stacionarno stanje. To pomeni, da vozilo obravnavamo, kot da se lastnosti in pogoji vožnje s časom ne bi spreminjale (kvazi-statično) oziroma se spreminjajo zelo počasi (ni naglih sprememb nobenih vplivnih veličin).

2.6.1. Bilanca vlečnih sil in voznih uporov

Bilanca vlečnih sil prikazuje razpoložljivo vlečno silo na pogonskih kolesih v odvisnosti od hitrosti vozila in izbrane prestave menjalnika. Krivulja $F_{id\eta}$ (na grafu označena z F_{id} ; F_{id} je idealna krivulja brez izgub moči) predstavlja idealno vlečno silo, ki bi jo lahko vozilo razvilo z brezstopenjskim menjalnikom. Pri tem bi imel motor lahko konstantno vrtilno hitrost pri vseh hitrostih vožnje, s tem pa bi lahko izkoriščal maksimalno moč ves čas obratovanja. Alternativa je pogonski motor z idealno (konstantno) karakteristiko moči pri različnih vrtilnih hitrostih, ki ne potrebuje menjalnika v prenosnem sistemu do pogonskih koles. Temu se najbolj približajo elektromotorni pogoni vozil.

$$F_{id\eta} = \frac{P_{e,max}}{v} \cdot \eta_t, \quad (29)$$

kjer je

$P_{e,max}$maksimalna moč motorja na izstopni gredi [kW]

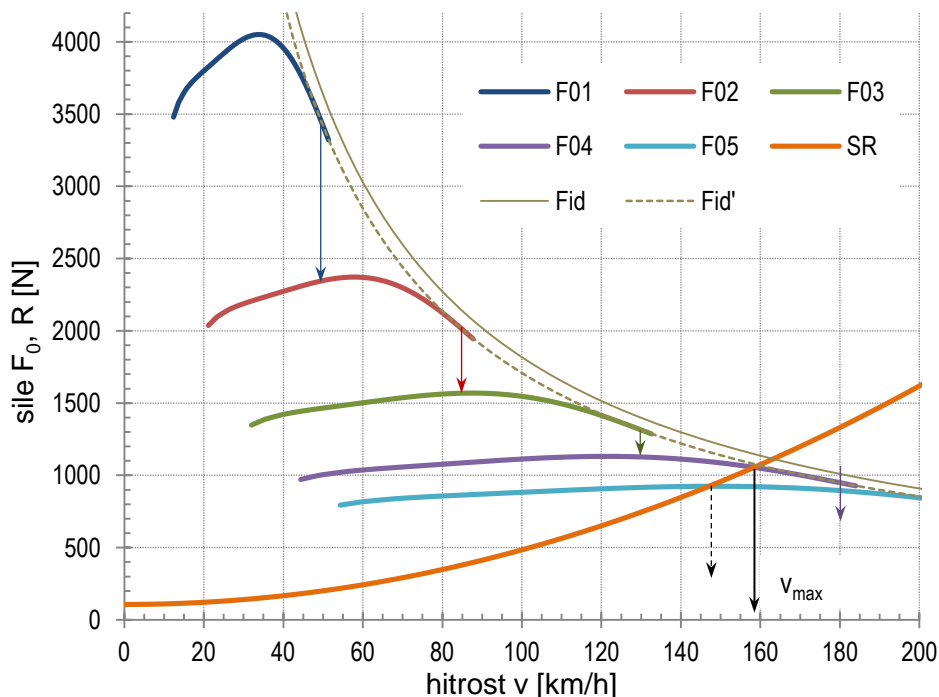
vhitrost vozila [m/s]

η_tcelotni izkoristek transmisije [/]

Da bi se čim bolj približali idealni vlečni sili pri vseh hitrostih vožnje, mora menjalnik omogočati spreminjanje prestavnega razmerja transmisije. Graf vlečnih sil spodaj prikazuje razmere vlečnih sil med vožnjo pri različnih prestavah in vzponih kot funkcije hitrosti. Iz grafa lahko odčitamo maksimalno hitrost vozila (v_{max}) pri določenem uporu (krivulja SR v grafu je vsota voznih uporov pri vožnji na ravnini) in v kateri prestavi vozilo ta upor lahko še premaga.

Iz grafa s pomočjo navpičnih kazalnih črt (iz kinematičnega grafa vozila) vidimo pri katerih hitrostih bi bilo potrebno predstavljati za najbolj učinkovito vožnjo pri polni moči motorja. Prav tako vidimo, da vozilo na ravnini doseže največjo hitrost v četrti prestavi, v peti nima več dovolj moči pri teh pogojih. Peta prestava pri tem vozilu je očitno zasnovana predvsem kot varčevalna

prestava. Vožnja z večjo hitrostjo (desno od v_{max}) je možna le, če se zmanjša vsota voznih uporov (spust navzdol, veter v hrbet, manjši kotalni upor).



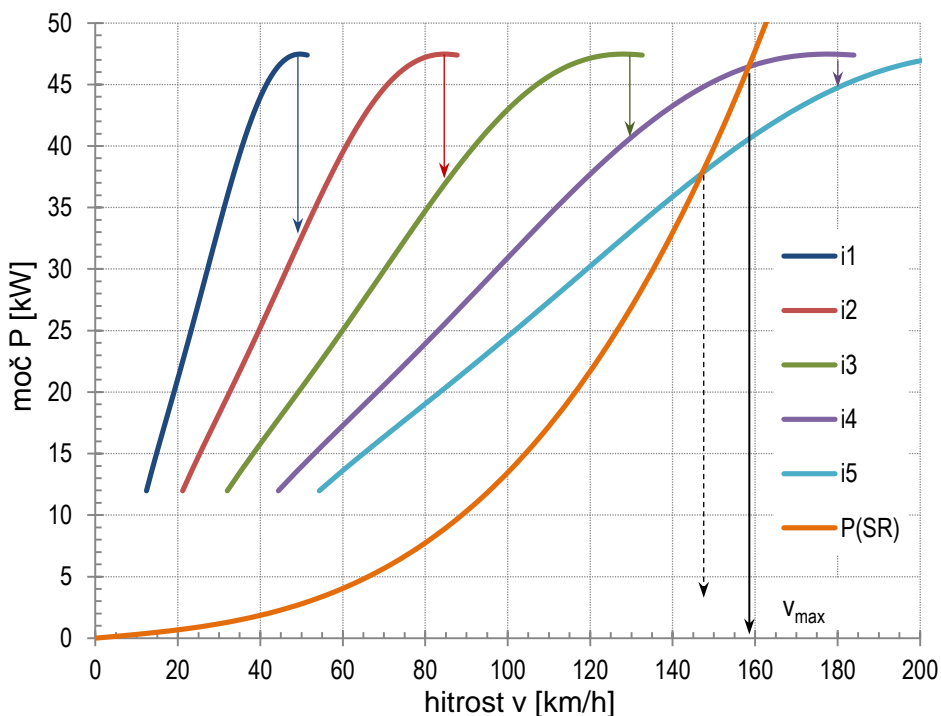
Slika 18: Bilanca vlečnih sil in vsote voznih uporov

Posebej je potrebno poudariti, da se lahko pogonska sila oziroma moč na kolesih izkoristi v polni meri le takrat, kadar so zagotovljeni ustrezni pogoji – ustrezna normalna sila med pogonskimi kolesi in vozno podlago in ustrezen koeficient trenja med pnevmatikami in voziščem. Če pogoji niso doseženi, se moč motorja ne more v celoti izkoristiti, ker pride do zdrsanja pogonskih koles. Povsem podobne so razmere tudi pri obratnem procesu – pri zaviranju vozila. Zaradi tega je potrebno jasno ločiti med analizami zmogljivosti vozila glede na moč in moment, ki jih zagotavlja pogonski agregat ter med zmogljivostmi vozila glede na razmere trenja (pogosto rečemo tudi sojemanja) med pnevmatikami in voziščem, ki so poleg tornih razmer najbolj odvisne od geometrije vozila in položaja težišča vozila.

2.6.2. Bilanca moči

Bilanca moči prikazuje moč vozila na pogonskih kolesih pri različnih hitrostih vozila. Na grafu je prikazana tudi odvisnost celotnih uporov vožnje od hitrosti vozila. Graf bilance moči v bistvu daje podobne oziroma iste informacije kot graf bilance sil, čeprav je na pogled povsem drugačen.

Končna hitrost vozila pri danih pogojih je iz grafa vidna tam, kjer je skupna moč uporov enaka moči vozila na pogonskih kolesih (glede na razmere je pogosto dosegljiva različna v dveh prestavah - Slika 19). Hitreje vozilo pri danih pogojih ne more voziti (v_{max}). Krivulje moči na pogonskih kolesih so podobne krivulji moči pogonskega motorja in so manjše samo za izgube v transmisiji (izkoristek) ter prilagojene (skrčene) na osi hitrosti vozila (vpliv prestavnega razmerja transmisije). Skupno moč uporov P_{up} (28) prikazuje krivulja "moč uporov".



Slika 19: Bilanca moči na pogonskih kolesih

Moč na kolesih je:

$$P_i = P_e \cdot \eta_t, \quad (30)$$

kjer je P_e moč motorja pri tisti vrtilni frekvenci, ki ustreza hitrosti vozila v izbrani (i -ti) prestavi menjalnika. Ta vrtilna frekvenca je določena z:

$$n_m = \frac{v \cdot i_g \cdot i_i}{2 \cdot \pi \cdot r_d} \quad (31)$$

2.6.3. Energijska bilanca vožnje

Energija, potrebna za vožnjo vozila na določeni poti, je v splošnem sestavljena iz naslednjih delov:

- energije za pospeševanje mas, ki se pretvori v kinetično energijo vozila (E_{kin}),
- spremembe potencialne energije (E_{pot}) zaradi višinske razlike začetka in konca poti,
- energije, ki se pretvori v toploto in hrup pri premagovanju kotalnega (E_f) in zračnega (E_{zr}) upora ter drugih dinamičnih pojavov (E_{din}),
- energije, ki se pretvori v toploto zaradi trenja v elementih transmisije (E_{tr}) in
- energije, ki se pretvori v toploto pri zaviranju (E_{zav}).

Skupaj potrebna energija za vožnjo vozila na določenem odseku je:

$$E_{cel} = E_{kin} + E_{pot} + E_f + E_{zr} + E_{din} + E_{tr} + E_{zav} \quad (32)$$

Posamezni deleži so lokalno izraženi kot:

$$E_{kin} = m \cdot \delta \cdot \frac{\Delta v^2}{2} \quad (33)$$

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot \Delta h \quad (34)$$

$$E_f = m \cdot g \cdot f \cdot \cos \alpha \cdot \Delta s \quad (35)$$

$$E_{zr} = \frac{\rho_z}{2} \cdot A \cdot v^2 \cdot c_w \cdot \Delta s \quad (36)$$

$$E_{din} = m \cdot g \cdot c_{din} \cdot \Delta s \quad (37)$$

$$E_{tr} = (1 - \eta_t) \cdot F_v \cdot \Delta s \quad (38)$$

$$E_{zav} = m \cdot \delta \cdot \frac{\Delta v^2}{2} \quad (39)$$

kjer je

Δvrazlika hitrosti med začetkom in koncem posameznega zaviranja/pospeševanja [m/s]
 Δhneto višinska razlika med začetkom in koncem prevožene poti [m]
 Δsdolžina odseka poti, na katerem poteka pretvorba energije [m]
 fkoeficient kotalnega upora [/]
 ρ_zgostota zraka [kg/m³]
 vrelativna hitrost vožnje vozila glede na gibanje okoliškega zraka [m/s]
 c_wkoeficient zračnega upora [/]
 c_{din}koeficient deleža sile dinamičnih pojavov (vibracije, nihanja) [/]
 Apovršina preseka vozila, na katero nateka zrak [m²]
 η_tcelotni izkoristek transmisije [/]
 F_vpovprečna vlečna sila na posameznem odseku poti [N]

Ker se vozni pogoji v praksi neprestano dinamično spreminjajo, se seveda spreminja tudi potreba oziroma pridobivanje energije iz navedenih posameznih delov oziroma fizikalnih vzrokov. Pri tem moramo torej še ločiti med v vozilu porabljeno energijo za vožnjo in proizvedeno energijo (vožnja navzdol, inercialna energija pri pojemanju), ki za vožnjo lahko predstavlja problem (zaviranje). Z ustreznimi ukrepi in napravami v vozilu lahko to energijo pretvorimo, shranimo in koristno uporabimo kasneje (regeneracija pri zaviranju, vožnji navzdol...).

Izračun energetskih potreb in bilanc vozil zato na splošno ni preprosta naloga. Pogosto moramo vozni odsek oziroma cikl razdeliti na več segmentov, v katerih so pogoji vožnje relativno stabilni oziroma se stacionarno preprosto spreminjajo (na primer enakomerno pospeševanje ali pojemanje, vožnje v klanec navzgor ali navzdol s konstantnim nagibom itd.). To bodisi lahko počnemo ročno ali programsko na osnovi definirane ali izmerjenega dinamičnega voznega cikla po postavljenih kriterij (številne metode, izdelava obremenitvenih kolektivov...). V posameznih podintervalih voznega cikla, kjer so razmere dovolj stabilne oziroma stacionarne, izračunamo posamezne energetske deleže po zgoraj navedenih enačbah in jih seštejemo. Na ta način dobimo teoretično energijsko potrebo vozila in tudi največjo možno regenerirano energijo v voznem ciklu. To pa je primerna osnova za ocenjevanje porabe energentov (bencin, dizel, plin, elektrika ...) in za primerjave oziroma ugotavljanje energetske učinkovitosti različnih vozil in različnih pogonskih sistemov. Pri primerjavi energetske učinkovitosti gre v tem primeru seveda za zoženo primerjavo porabe od energetskega zalogovnika (rezervoar, baterije) do porabnika (delovni stroj - kolesa), ki pretvarja energijo v koristno delo (ang. *from tank to wheel* - *T2W*). Celovita primerjava učinkovitosti (od "izvira do ponora", ang. *from well to wheel* - *W2W*) mora k temu dodati še porabo energije za pridobivanje in transport energentov od izvora do zalogovnika, ki je tudi zelo različna od vira do vira. To pa je še težja naloga.

Potrebno energijo za vožnjo vozila zagotovimo z ustrezno pretvorbo mehanskega dela motorja, ki ga pridobimo v pogonskem stroju oziroma motorju iz notranje energije goriva z določenim izkoristkom. Pretvorba energije v toploto v motorju in pri drugih procesih je v veliki meri nepovratna, saj se v sistemu vozila generirana toplota večinoma obravnava kot odpadna, ki jo je treba odvesti v okolico. Izgube energije v motorjih in s tem izkoristki so zelo različne in jih je skoraj nemogoče natančno izračunati, ampak jih moramo običajno ugotoviti z meritvami. Največje izgube so tipično pri motorjih z notranjim zgorevanjem (Otto, Diesel ...), kjer izkoristki dosegajo komaj 43%. Na drugi strani so najmanjše pri sodobnih elektromotorjih, kjer izkoristki lahko presegajo tudi 90%. Vendar pri nobenem pogonskem sistemu niso konstantne v celotnem obratovalnem območju in pri različnih obremenitvah, kjer se lahko močno spreminjajo.

Z ustrezno izvedbo pogonskega in zavornega sistema vozila je mogoče del kinetične in potencialne energije pri zaviranju in vožnji navzdol namesto v toploto pretvoriti nazaj v električno (redkeje mehansko) energijo, jo shraniti in kasneje spet uporabiti za pogon. Takšen sistem imenujemo sistem za regenerativno zaviranje. Seveda tudi tu ne moremo pretvoriti vse teoretično razpoložljive regenerativne energije v dejansko uporabno energijo, ker se prav tako ne moremo izogniti izgubam pri pretvorbah energije.

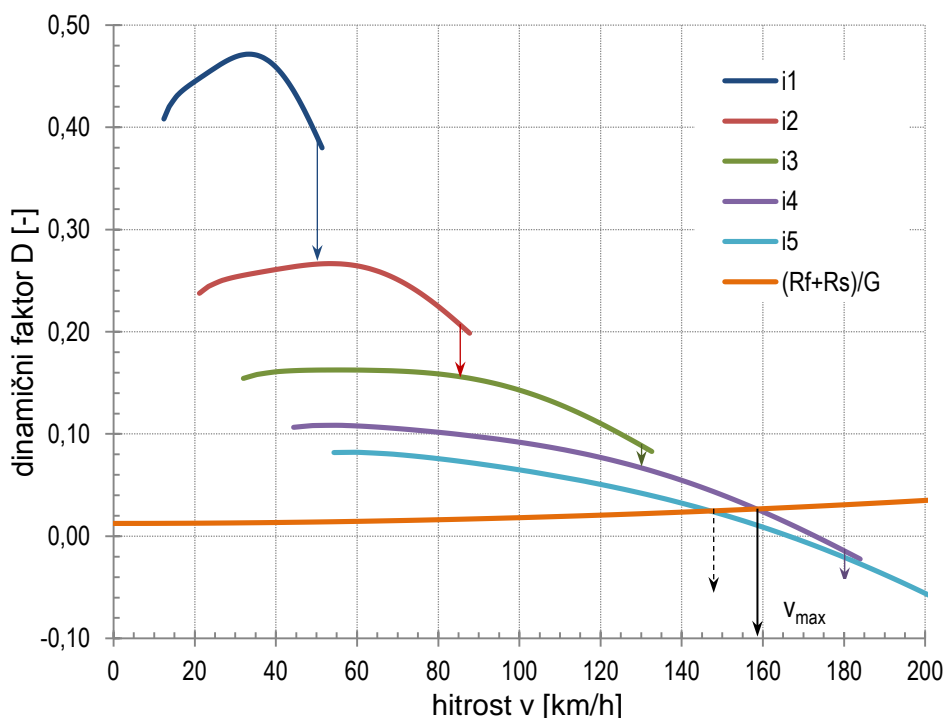
2.6.4. Dinamični faktor

Z grafi bilance vlečnih sil je težko primerjati vozila med seboj, še posebej če je razlika med njimi očitna (velikost, moč ...). V ta namen uporabljamo dinamični faktor, ki prikazuje dinamične lastnosti vozila na enoto teže vozila (specifična vlečna sila). Pri tem pod "dinamičnimi lastnostmi" razumemo del vlečne sile, ki ostane po premaganem zračnem uporom na voljo za pospeševanje in premagovanje klancev. Dinamični faktor se izračuna z enačbo:

$$D = \frac{F_o - R_z}{G}. \quad (40)$$

Ker je dinamični faktor specifična sila na enoto teže (brezdimenzijska vrednost), moramo za prikaz razmerja z upori (bilanca) tudi te preoblikovati podobno. Krivulja uporov vozišča, ki zavira vozilo, je tako določena z enačbo:

$$R_D = \frac{R_f + R_s}{G}. \quad (41)$$



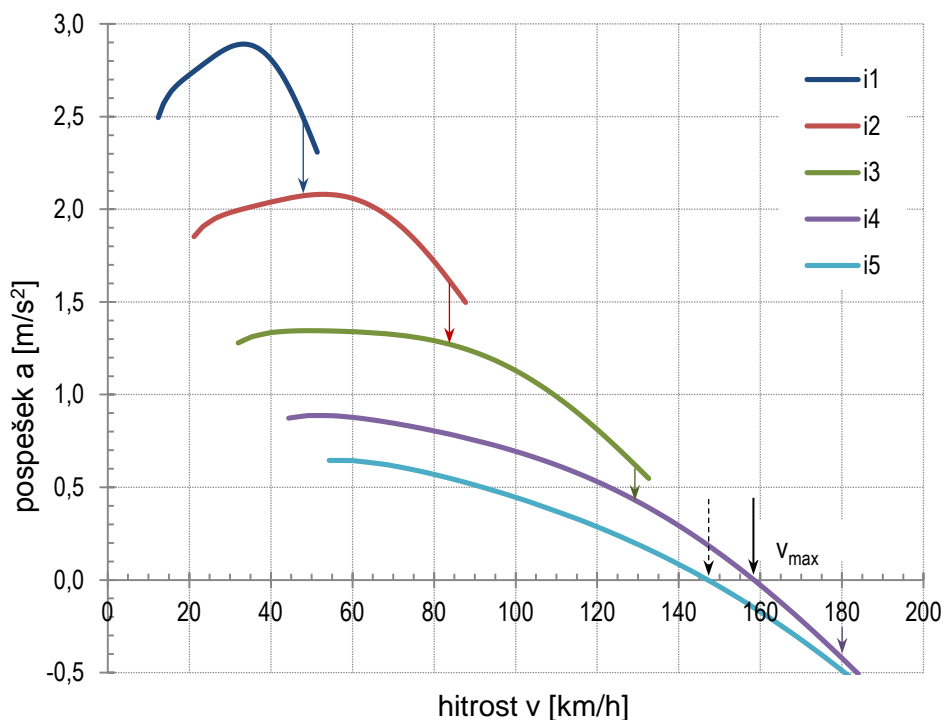
Slika 20: Normalni vojni diagram ali graf dinamičnega faktorja

2.6.5. Pospeševanje vozila

Pri pospeševanju vozila nastopi poleg translatorsnega pospeševanja mase vozila tudi pospeševanje vrtečih se vztrajnostnih mas v transmisiji. Maksimalni pospešek pri danih pogojih vožnje je z uporabo dinamičnega faktorja D podan z enačbo:

$$a = (D - f) \cdot \frac{g}{\delta}. \quad (42)$$

Pospešek je odvisen od dinamičnega faktorja D (40), kotalnega upora f (11) ter od koeficienta vrtečih se vztrajnostnih mas δ (18). Maksimalno hitrost vozila določimo pri hitrosti, kjer je pospešek $a = 0$. Negativni pospešek pa predstavlja pojemanje hitrosti vozila. Enačba seveda velja za vožnjo po ravnini. Na strmini je pospeševanje potrebno izraziti s pomočjo ravnotežja sil.

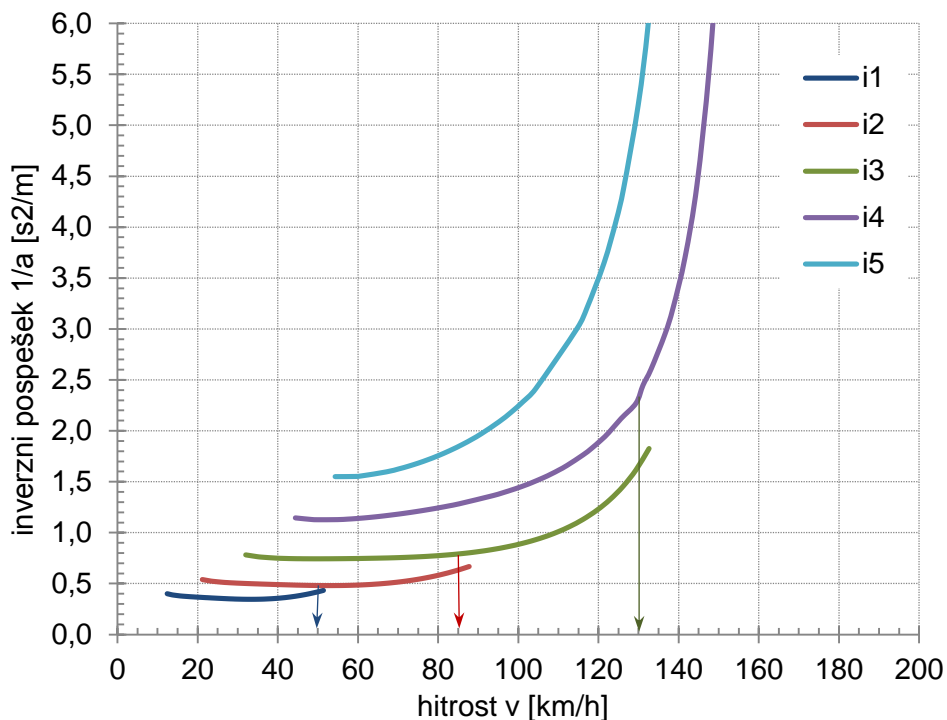


Slika 21: Pospešek vozila v različnih prestavah

2.6.6. Časi pospeševanja

S pomočjo pospeška se lahko izračuna tudi čas pospeševanja vozila. Površina pod krivuljo obratne vrednosti pospeška a (Slika 22) predstavlja čas, potreben za povečanje hitrosti vozila:

$$t = \int_{v_0}^{v_1} \frac{1}{a} dv. \quad (43)$$



Slika 22: Obratne vrednosti pospeška v različnih prestavah

Čas pospeševanja se pri integriranju proti maksimalni hitrosti vozila povečuje v neskončnost. Zato se čas pospeševanje praktično uspešno računa le do ~90% vrednosti maksimalne hitrosti. Pri vklopu motorja v prvo prestavo se lahko integracijo poenostavi in upošteva konstanten pospešek do popolne spojivke sklopke. Med prestavljanjem je potrebno upoštevati tudi čas, ki ga porabimo za prestavljanje menjalnika. Ta je odvisen od vrste menjalnika, vrste motorja in voznika.

Tabela 3 Časi prestavljanja menjalnika

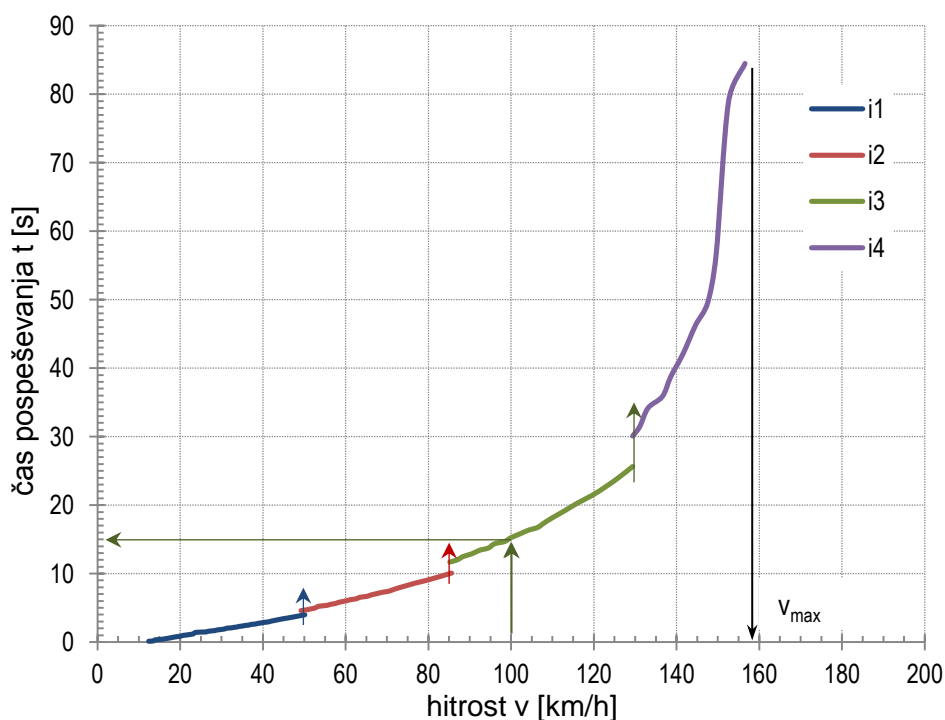
vrsta menjalnika	čas
polavtomatski menjalniki	0,05–0,1
sinhronizirani ročni menjalniki	0,2–0,5
nesinhronizirani ročni menjalnik	1,0–3,0

Pri dieslovih motorjih je potrebno čase nekoliko podaljšati zaradi počasnejšega zniževanja vrtilne hitrosti motorja pri odzemanju plina.

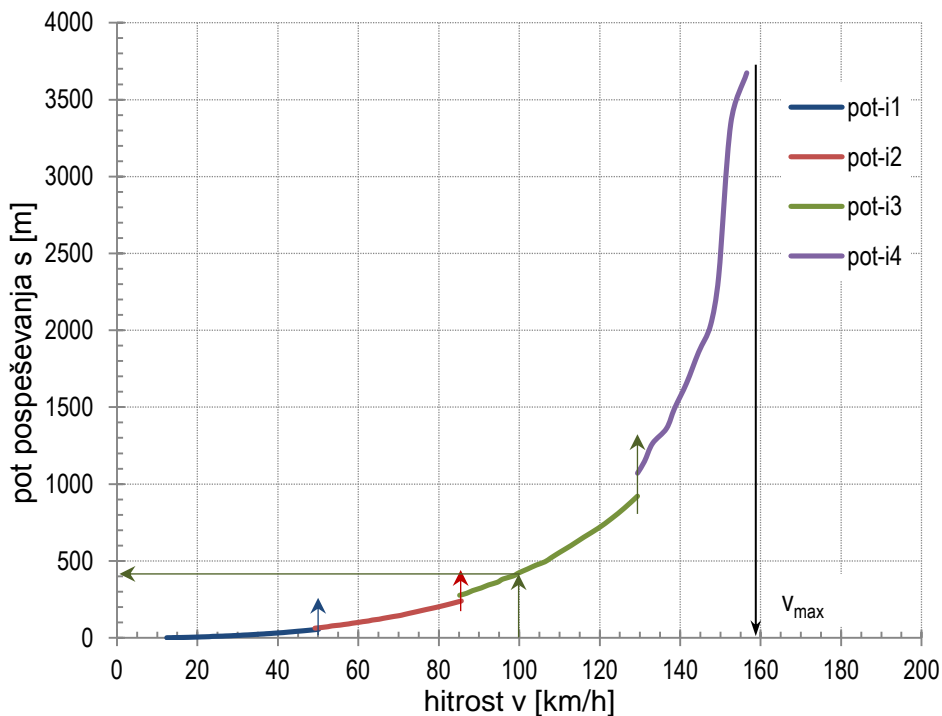
Za najbolj učinkovito vožnjo (najhitrejše pospeševanje vozila) se prestavljanje izvaja v skladu s kinematičnim grafom vozila – pri maksimalni moči motorja

prestavimo iz nižje v višjo prestavo. Idealen menjalnik mora biti usklajen s karakteristiko motorja. Zanj je značilno, da se ob spremembi prestave iz nižje v višjo pri vrtilni hitrosti največje moči obratovalna točka motorja premakne po krivulji v vrtilno hitrost največjega momenta. V kinematičnem grafu oziroma "žagastem diagramu" je to vidno kot enakomerna višina "zob". Podobno velja tudi za obliko povezanih krivulj z upoštevanim menjavanjem prestav v grafu bilance sil in bilance moči.

Praktično težavo pri analizah oziroma računanju predstavlja še dejstvo, da večinoma nimamo krivulj za integracijo podanih v analitični obliki, temveč v diskretni obliki parov numeričnih vrednosti, ki so izračunane iz vhodnih podatkov – digitaliziranih vrednosti iz grafov karakteristik pogonskega motorja. Integriranje lahko torej izvajamo le numerično z eno od primernih metod. Najpogosteje je to trapezna ali Simpsonova formula za numerično integriranje. Natančnost izračunanih časov pospeševanja je močno odvisna od gostote digitaliziranih točk oziroma od načina določitve (izračuna) vmesnih točk, kar je pogosto potrebno in kar lahko naredimo z eno od metod numerične interpolacije (linearna, polinomska).



Slika 23: Časi pospeševanja



Slika 24: Pot pospeševanja

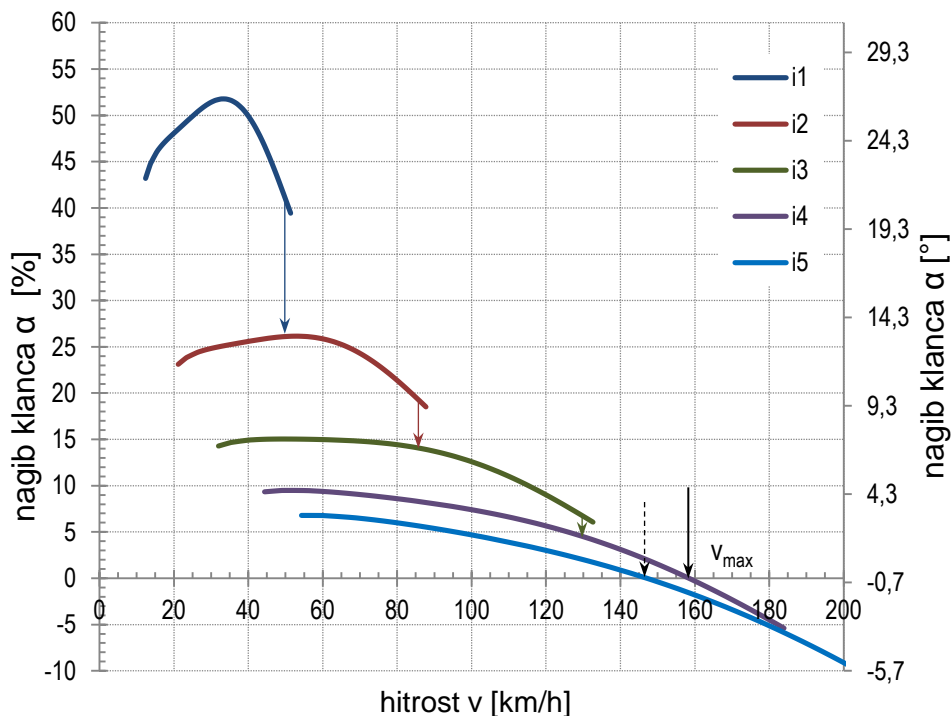
Časi in poti pospeševanja (na primer od hitrosti 0 do 100 km/h) so karakteristika vozila, ki jo tudi brez posebne merilne opreme običajno najlažje preverimo v praksi.

2.6.7. Premagovanje klanca glede na vlečno silo motorja

Maksimalna strmina, ki jo lahko vozilo premaga v različnih prestavah, je določena z enačbo:

$$\alpha = -\arcsin\left(\frac{-D + f \cdot \sqrt{1 - D^2 + f^2}}{1 + f^2}\right). \quad (44)$$

Ta enačba podaja strmino glede na zmogljivost vozila oziroma motorja in ne upošteva tornih sposobnosti na kolesih ter velja za stacionarno vožnjo (brez pospeševanja). V zgornjem primeru je strmina izražena s pomočjo dinamičnega faktorja D . Enako lahko naredimo z vzpostavitvijo in rešitvijo osnovnih ravnotežnih enačb med pogonsko silo in voznimi upori. Pri podajanju zmogljivosti vzpenjanja je vedno potrebno izvesti tudi analizo glede na razpoložljivi koeficient trenja oziroma vprijemanja (točka 2.7.5).



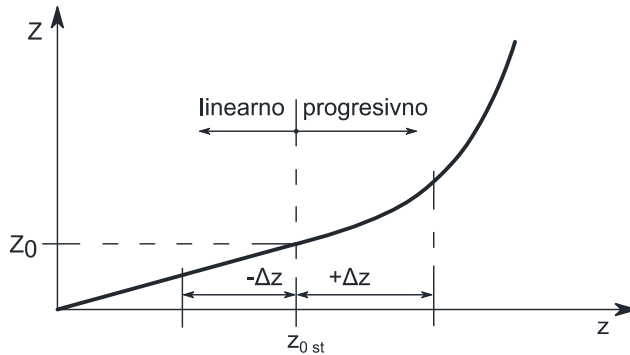
Slika 25: Vzpenjanje glede na vlečno silo motorja

2.6.8. Upoštevanje vzmetenja pri stacionarnih pogojih

V predhodnih poglavjih je bila opisana teorija voznih karakteristik vozila, ki predpostavlja vožnjo brez vzmetenja. Za potnike bi bila taka vožnja zelo neudobna. Zato je karoserija od podvozja ločena z vzmetmi in blažilniki, ki ublažijo gibanje karoserije zaradi neravnin na cesti in ji vsilijo neko frekvenco nihanja, ki je za človeka in namen vožnje najbolj sprejemljiva. Uporabili bomo kvazistatično analizo vožnje vozila, pri kateri se osredotočimo na stacionarne parametre vožnje. To pomeni, da se je vozilo po določeni spremembi stanja na vozišču že iznihalo. Tako lahko zanemarimo vpliv dušilnih elementov podvozja, ki bi zahtevali kompleksnejše računske algoritme in na stacionarne vrednosti karakteristik ne vplivajo bistveno. Osredotočimo se lahko le na vpliv vzmetenja podvozja.

2.6.8.1. Idealna karakteristika vzmetenja

Vsako vozilo ima svojo karakteristiko vzmetenja. Do teh podatkov je v praksi večinoma težko priti. Vse karakteristike pa se poskušajo približati neki idealni vzmetni karakteristiki. Zato pri izračunih predpostavimo idealno vzmetno karakteristiko vozil (Slika 26).



Slika 26: Idealna karakteristika vzmetenja

Pri praznem in na vodoravni cesti mirujočem vozilu se pri obremenitvi preme z Z_0 pojavi statični povos $Z_{0\text{ st}}$. Izračunamo ga z enačbo:

$$Z_{0\text{ st}} = \frac{g}{4 \cdot \pi^2 \cdot \nu^2}, \quad (45)$$

kjer je ν lastna frekvenca navpičnega nihanja nadgradnje in znaša za osebna vozila od 1 do 2 Hz.

Lastna frekvenca nihanja je poleg lastne teže tisti parameter, s katerim lahko spreminjamo obliko karakteristike idealnega vzmetenja. Do statičnega povosa se vzmetna karakteristika poenostavljeno obnaša linearno. Vzmetno število linearnega področja je določeno z enačbo:

$$c_0 = \frac{Z_0 \cdot \nu^2 \cdot 4 \cdot \pi^2}{g} = \text{konst.} \quad (46)$$

V primeru delovanja manjše sile na premo kot je Z_0 , se spremeni tudi lastna frekvenca vzmetenja:

$$\nu(Z) = \frac{\sqrt{g \cdot \frac{c_0}{Z}}}{2 \cdot \pi}. \quad (47)$$

V linearnem področju lastna frekvenca ni konstantna, konstantno pa je vzmetno število.

Povos je v tem področju določen z enačbo:

$$z(Z) = \frac{Z}{c_0}. \quad (48)$$

Pri obremenitvi preme s silo večjo od statične obremenitve Z_0 , je povos logaritemska funkcija obremenitve:

$$z(Z) = z_{0st} \cdot \left(1 + \ln\left(\frac{Z}{Z_0}\right)\right). \quad (49)$$

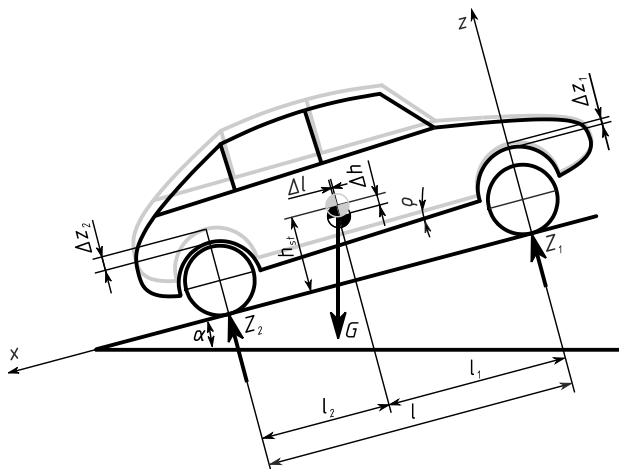
V tem področju je vzmetno število oziroma togost vzmetenja v odvisnosti od povesa izražena kot:

$$c(z) = c_0 \cdot e^{\frac{z}{z_{0st}} - 1}. \quad (50)$$

lastna frekvenca ν pa je konstantna.

2.6.8.2. Vpliv vzmetenja na vožnjo

Geometrija vozila je navadno podana pri praznem mirujočem vozilu na ravni cesti. V tem stanju so upoštevani tudi statični povesi vzmeti. Ko vozilo postavimo na strmino, zaviramo, pospešujemo ali zavijamo, pride do spremembe kolesnih pritiskov. To povzroči spremembo povosov vzmeti, posledica tega pa je spremenjena pozicija težišča vozila, ki ponovno vpliva na kolesne pritiske. Problemi bi bili rešljivi z zapisom in rešitvijo diferencialnih enačb. Mnogo enostavnejša in za numerično računanje (programiranje) primernejša pa je rešitev s pomočjo iterativne numerične metode.



Slika 27: Poves vzmeti mirujočega vozila na strmini

Kot primer si lahko ogledamo stanje pri vožnji vozila na klancu. Na prvem kolesu si izberemo izhodišče novega koordinatnega sistema x - z , pri katerem os x poteka vzporedno s cesto (Slika 27). Pri mirujočem vozilu na strmini so osni pritiski drugačni kot na ravnini. Osne sile izračunamo z enačbama (60) in (61). Glede na te sile izračunamo nova povesa vzmeti. Povesa Δz_1 ter Δz_2 sta ponavadi različna, zato pride tudi do zasuka karoserije ρ . Le-ta je določen z enačbo:

$$\sin \rho = \frac{-(\Delta z_2 - \Delta z_1)}{l}. \quad (51)$$

Z upoštevanjem rotacije karoserije ter povesa vzmetenja se spremeni tudi pozicija težišča vozila, kar ponovno vpliva na spremembo osnih pritiskov. Izračun spremenjene pozicije težišča lahko popišemo z rotacijo karoserije okrog osi sprednjega kolesa v koordinatnem sistemu $x - y$ in s translacijo osi sprednjega kolesa (vertikalno – v smeri osi vzmetenja). Pri rotaciji se spremeni pozicija zadnjega kolesa tudi v x smeri. Zaradi relativno majhnih kotov rotacije ρ in fleksibilnosti podvozja je ta premik zanemarljiv. Rotacijo ter translacijo izračunavamo s pomočjo geometrijskih transformacij v ravnini, iz katerih sledi, da je vektor premika težišča v koordinatnem sistemu $x - y$ enak:

$$\Delta \vec{r}_t = \begin{Bmatrix} l_1 \cdot \cos \rho - h_t \cdot \sin \rho - \Delta z_1 \cdot \sin \rho \\ l_1 \cdot \sin \rho + h_t \cdot \cos \rho - \Delta z_1 \cdot \cos \rho \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta l_1 \\ \Delta h \end{Bmatrix}, \quad (52)$$

kjer sta Δl_1 ter Δh premika težišča v x ter z smeri, ρ pa je kot zasuka karoserije okoli sprednje osi (koordinatnega izhodišča $x - z$). Ko je premik težišča znan, lahko ponovno izračunamo sile na obeh premah in postopek iterativno ponovimo tolikokrat, da izračunan položaj težišča konvergira v točko dejanskega težišča.

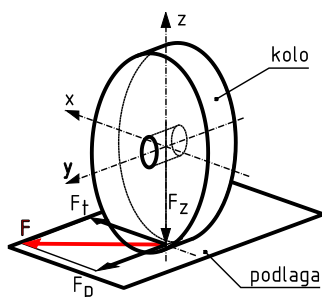
Analogno izračunom povosov vzmeti na mirujočem vozilu na strmini lahko izračunamo tudi povese pri zaviranju, pospeševanju in vožnji v ovinek. Pri tem moramo samo izbrati ustrezne enačbe za izračun kolesnih pritiskov na tla. Z nekaj iteracijami pozicija težišča konvergira v točko, kjer se dejansko nahaja težišče pri danih parametrih vožnje. Pri vožnji v ovinek je situacija podobna, kot jo prikazuje Slika 15, le da zamenjamo simbole, in sicer: $l = b$; $l_1 = l_2 = b/2$; $Z_1 = Z_z$; $Z_2 = Z_n$; $f_{0z} = f_{0n}$.

2.7. Sile med vozilom in voziščem

Vozilo vežejo z voziščem le sile trenja med pnevmatiko in voziščem. Te so odvisne od koeficienta trenja med pnevmatiko in podlago ter pritiskov pravokotno na podlago. Koeficient trenja in pritiski na podlago so spremenljivi in so odvisni od stanja ceste in pogojev vožnje.

2.7.1. Trenje med pnevmatiko in vozno podlago

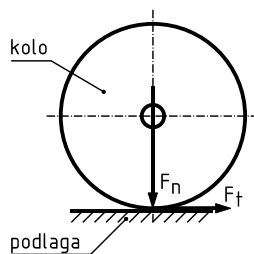
Pri gibanju vozila po terenu nastopajo sile na kontaktih med kolesi vozila in ploskvijo terena. Odločilne za gibanje vozila med vožnjo so sile na stiku med kolesi in ploskvijo terena, ki predstavljajo vzbujanje vozila. Na stiku kolesa s podlago zaradi navpične obremenitve F_z nastopajo obodne sile F_t in prečne sile F_p (Slika 28), ki jih bomo obravnavali ločeno. Obodne sile v splošnem povzročijo spremembo vzdolžne hitrosti vozila, prečne sile pa zasuk okoli navpične osi vozila oziroma spremembo njegove smeri.



Slika 28: Sile na stiku kolesa s podlago

2.7.1.1. Vzdolžne sile na kolesu

Pri vožnji po terenu so vzdolžne sile med ploskvijo terena in kolesom vozila odvisne od tornih razmer med pnevmatiko in podlago.



Slika 29: Normalna sila in vzdolžna (obodna) sila na kolesu

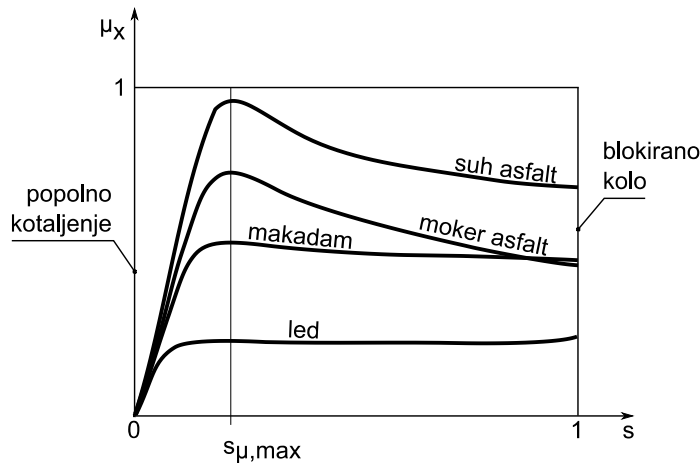
Vzdolžna sila F_t v tangenti ravnini stika, ki jo lahko v vzdolžni smeri (pri pospeševanju oziroma zaviranju) prenaša stik med pnevmatiko in podlago (Slika 29), je odvisna od sile v normalni smeri F_n in koeficienta trenja μ (včasih ga imenujemo tudi koeficient vprijemanja ali koeficient sojemanja) z naslednjo zvezo:

$$F_t = F_n \cdot \mu, \quad (53)$$

pri čemer v splošnem koeficient trenja μ ni konstanten, ampak je odvisen od vzdolžnega zdrsa s , ki je definiran kot diferenčni količnik vzdolžne (v_x) in obodne ($\omega \cdot r_d$) hitrosti kolesa:

$$s = \frac{v_x - \omega \cdot r_d}{v_x}. \quad (54)$$

Slika 30 prikazuje tipične oblike eksperimentalno ugotovljenih krivulj odvisnosti koeficienta trenja μ od vzdolžnega zdrsa s za gumijaste pnevmatike na različnih podlagah. Koeficient trenja teoretično (toga telesa) in v večini primerov praktično ne more preseči vrednosti 1. To je običajna meja za pnevmatike osebnih vozil, pri gospodarskih se izkaže, da je celo še nižja (na primer 0,85). Vendar je v posebnih pogojih možen tudi ekvivalent koeficienta trenja, ki krepko presega vrednost 1 zaradi na primer zelo mehkih pnevmatik (pri dirkalnih vozilih zaradi segrevanja prihaja do lepenja gume na podlago). O ekvivalentu govorimo, ker ne gre več za čisti fizikalni fenomen trenja med togimi telesi (Coulombov zakon), ampak za mešane vplive delovanja sil med dvema telesoma.



Slika 30: Odvisnost koeficienta trenja od vzdolžnega zdrsa

Odvisnost koeficienta trenja od vzdolžnega zdrsa je mogoče matematično popisati na različne načine. V literaturi zasledimo različne aproksimacije tega poteka. Eno od možnih aproksimacij opiše enačba

$$\mu(s) = A \cdot (1 - e^{-B \cdot s}) + C \cdot s^2 - D \cdot s, \quad (55)$$

kjer je

$$B = \left(\frac{K}{\alpha_s + d} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (56)$$

koeficient, ki povezuje vzdolžni zdrs s in kot prečnega zdrsa α (Slika 31).

Enačba velja v intervalu vzdolžnega zdrsa med 0 in 1. Vrednosti koeficientov A , C , D , K , d in n pri tem nimajo posebnega fizikalnega pomena in so določene na podlagi meritev. V splošnem so odvisne tudi od obremenitev pnevmatike.

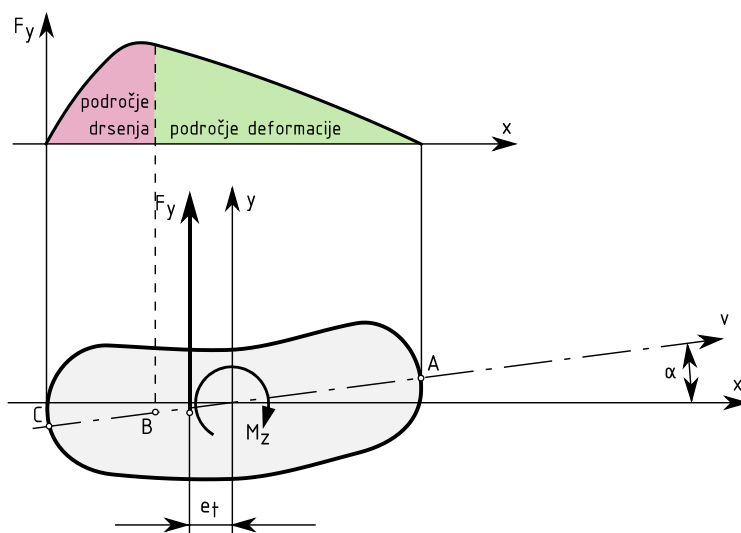
Druga oblika aproksimacije je tako imenovana "magic formula" (predlagal jo je Hans B. Pacejka [7]), ki opiše odvisnost vzdolžne sile F_t na kolesu od vzdolžnega zdrsa s :

$$F_t(s) = D \cdot \sin(C \cdot \arctan\{B \cdot (1 - E) \cdot (s + S_h) + E \cdot \arctan[B \cdot (s + S_h)]\}) + S_v \cdot \arctan[B \cdot (s + S_h)] \quad (57)$$

Tudi tukaj predstavljajo B , C , D , E , S_v in S_h parametre, ki opišejo pnevmatiko in so določeni na osnovi meritev. Ta oblika aproksimacije odvisnosti vzdolžne sile na kolesu od vzdolžnega zdrsa je, za razliko od enačbe (55), uporabna tako za zavirana kot za gnana kolesa (v intervalu zdrsa med -1 in 1, teoretično pa celo izven njegovih meja). Njena praktična vrednost je v tem, da izdelovalci avtomobilskih pnevmatik vse pogosteje javno objavljajo parametre enačbe (57) skupaj z drugimi podatki o pnevmatikah, razviti pa so tudi postopki za njihovo povratno določanje s pomočjo znanih parametrov dinamike vožnje.

2.7.1.2. Prečne sile na kolesu

Prečne sile na kolesu lahko povzročijo zasuk vozila okoli navpične osi, kar lahko izkoristimo za krmiljenje vozila. Za razumevanje pojava prečnih sil na kolesu pri zavijanju je pomembno poznavanje prečnih deformacij pnevmatike in njenega prečnega zdrsa, kot jih prikazuje Slika 31. Prečni zdrs nastopi, kadar hitrost središča kolesa ne leži v ravnini, pravokotni na os kolesa. Takrat prihaja do deformacij stične ploskve med pnevmatiko in podlago, zaradi česar se pojavi na stični ploskvi prečna sila, ki želi "poravnati" stično ploskev v smeri hitrosti kolesa. Zaradi tega pride do odklona krmiljenega kolesa od smeri vožnje in s tem zasuka celotnega vozila okoli njegove navpične osi.



Slika 31: Kontaktno področje med pnevmatiko in podlago pri prisotnem prečnem zdrsu

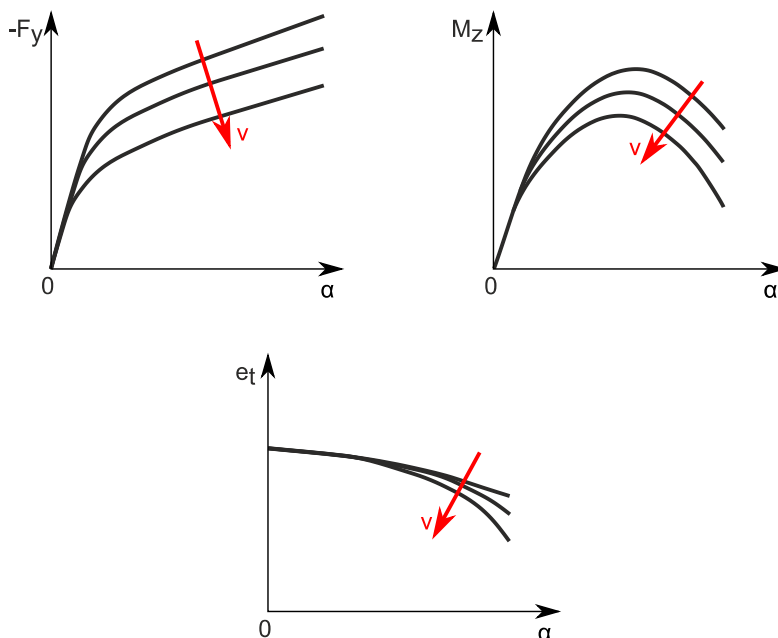
Področje stika med pnevmatiko in podlago lahko razdelimo vzdolž srednjice na dva dela. Med točko A, kjer se začne stik pnevmatike s podlago, in točko B pnevmatika približno sledi smeri vektorja hitrosti. V točki B prečne sile narastejo nad sile trenja, zato v delu med točko B in točko C prihaja do zdrsa pnevmatike in s tem do odklona od smeri vektorja hitrosti. V točki C se stik pnevmatike s podlago konča. Območje zdrsa med točkama B in C se veča z večanjem kota prečnega zdrsa α .

Rezultanta prečne sile F_y svojega prijemališča nima v geometrijskem središču kontaktnega področja, ampak v točki, ki je za razdaljo e_t (zaostajanje pnevmatike) za njim (Slika 31).

Ta razdalja predstavlja ročico za silo F_z , ki na njej povzroča moment izravnavanja koles M_z , določen kot

$$M_z = F_y \cdot e_t . \quad (58)$$

Moment izravnavanja se neposredno prenese na krmilni sistem vozila in v splošnem povzroča obodno silo na volanskem obroču. Kvalitativno odvisnost prečne sile F_y , momenta izravnavanja M_z in zaostajanja pnevmatike e_t v odvisnosti od kota prečnega zdrsa α_s prikazuje Slika 32. Vse tri količine so razen od α odvisne še od več drugih dejavnikov (normalne sile F_y , vzdolžne hitrosti kolesa v , ki narašča v smeri rdečih puščic, tlaka v pnevmatiki p , razmer na vozišču itd.).



Slika 32: Kvalitativna odvisnost $F_y(\alpha)$, $M_z(\alpha)$ in $e_t(\alpha)$

Podobno kot za vzdolžno lahko tudi za prečno silo definiramo koeficient trenja v prečni smeri, ki je

$$\mu_z = \frac{F_y}{F_z} . \quad (59)$$

Pri večjih hitrostih se krivulja $F_y(\alpha)$ v območju večjega α zniža (Slika 32), prav tako se pri večjih hitrostih zmanjša tudi zaostajanje e_t , kar ima za posledico zmanjšanje momenta izravnavanja koles M_z . Še očitnejša sta ta dva pojava v razmerah zmanjšane vprijetosti na vozišču zaradi onesnaženosti (na primer s peskom ali z vodo).

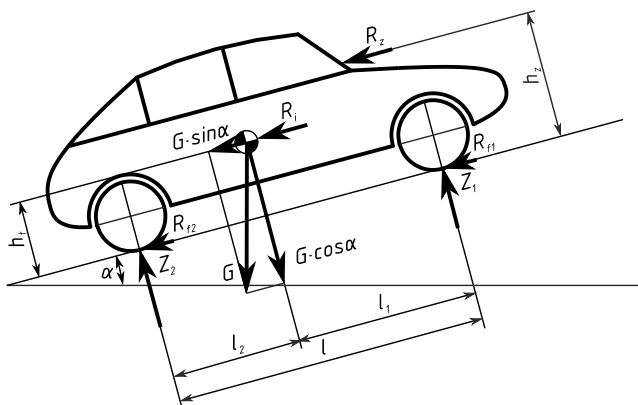
Prečne sile na kolesu se pojavijo zaradi previsnega kota kolesa γ tudi, kadar prečni zdrs ni prisoten. Da jo ločimo od prečne sile zaradi prečnega zdrsa, to silo imenujemo sila zaradi previsa kolesa (ang. *camber force*) in je odvisna predvsem od navpične obremenitve kolesa F_z . Celotna prečna sila na stiku kolesa s podlago je v splošnem vsota prečne sile zaradi prečnega zdrsa in prečne sile zaradi previsa kolesa.

Prečne sile na kolesu se pojavljajo tudi zaradi ostalih dejavnikov. Najpomembnejši med njimi so geometrijske nepravilnosti pnevmatike (koničnost) in nepravilnosti pri njeni izdelavi (ang. *ply steer*). Prečna sila zaradi koničnosti spreminja smer glede na smer vrtenja kolesa, prečna sila zaradi napak pri izdelavi pnevmatike pa deluje vedno v isti smeri, ne glede na smer vrtenja kolesa.

2.7.2. Statični osni pritisk

Izračun statičnih osnih pritiskov (sil, s katerimi vozilo obremenjuje vozno ploskev) je izhodišče za izračunavanje spreminjanja osnih pritiskov kot posledice dinamike vožnje oziroma delovanja različnih vozniških uporov in drugih sil na vozilo. Določitev osnih pritiskov oziroma sil na posamezna kolesa pa je ob poznavanju koeficienta trenja nujno potrebna za izračun največjih možnih pogonskih ali zavornih sil v danem trenutku in seveda tudi za konstruktorske analize pri dimenzioniranju elementov podvozja vozila. Vsa nadaljnja izvajanja veljajo za dvoosna vozila.

Pri mirujočem vozilu so vsi vozniški uporji, ki delujejo v težišču vozila, enaki 0.



Slika 33: Osnji pritisk

Iz ravnotežja momentov sil okoli točk, kjer se sprednji in zadnji kolesi dotikata podlage, sledita enačbi za razmerje med težo vozila in osnim pritiskom pod sprednjimi in zadnjimi kolesi:

$$\frac{Z_2}{G} = \frac{1}{l} \cdot (l_1 \cdot \cos \alpha + h \cdot \sin \alpha) , \quad (60)$$

$$\frac{Z_1}{G} = \frac{1}{l} \cdot (l_2 \cdot \cos \alpha - h \cdot \sin \alpha) . \quad (61)$$

2.7.3. Dinamični osni pritisk

Predpostavimo, da delujeta zračni upor ter upor vztrajnostnih mas v težišču vozila (na višini h_c). To je delna poenostavitev, ker v resnici zračni upor deluje v težišču silhuetne ploskve vozila (projekcije vozila s sprednje strani), ki se po višini ne ujema nujno s težiščem vozila.

Iz ravnotežnega pogoja lahko izpeljemo enačbi za izračun dinamičnega momenta:

$$\frac{Z_1}{G} = \frac{l_2 \cdot \cos \alpha}{l} - \frac{h_t \cdot \sin \alpha}{l} - \frac{h_t \cdot (R_z - R_i)}{l \cdot G}, \quad (62)$$

$$\frac{Z_2}{G} = \frac{l_1 \cdot \cos \alpha}{l} + \frac{h_t \cdot \sin \alpha}{l} + \frac{h_t \cdot (R_z - R_i)}{l \cdot G}. \quad (63)$$

S spreminjanjem voznih uporov se torej dinamično spreminjajo tudi osni oziroma kolesni pritiski oziroma normalne sile in s tem največja možna velikost vsote pogonskih ali zavornih sil. Od geometrijskih parametrov na to najbolj vplivajo nakloni vozišča (vzdolžni in tudi prečni).

2.7.4. Maksimalna pogonska sila

Maksimalna možna pogonska sila, ki jo je mogoče uporabiti na vozilu, je odvisna od koeficienta trenja in osnega pritiska. Maksimalne pogonske sile za različne izvedbe pogonov pri dvoosnem vozilu so:

- za pogon na sprednja kolesa

$$\frac{F_{1,max}}{G} = \mu \cdot \cos \alpha \cdot \left(\frac{l_2 + h_t \cdot f}{l + \mu \cdot h_t} \right), \quad (64)$$

- za pogon na zadnja kolesa

$$\frac{F_{2,max}}{G} = \mu \cdot \cos \alpha \cdot \left(\frac{l_1 - h_t \cdot f}{l - \mu \cdot h_t} \right), \quad (65)$$

- za pogon na vsa štiri kolesa

$$\frac{F_{4,max}}{G} = \mu \cdot \cos \alpha. \quad (66)$$

2.7.5. Maksimalni vzpon glede na koeficient trenja

Vzpon, ki ga vozilo lahko premaga pri stacionarni vožnji, je poleg razpoložljivega momenta oziroma vlečne sile motorja (točka 2.4) odvisen tudi od torne sile med pnevmatiko in voziščem pri danih pogojih. Kót maksimalnega naklona vozišča za različne izvedbe pogona, preden začne vozilo drseti, predstavljajo enačbe (67), (68) in (69). Pri tem smo predpostavili, da je hitrost majhna, torej je zračni upor zanemarljiv, sila upora vztrajnostnih mas pa nična.

Pogonska sila je torej enaka vsoti kotalnega upora in upora strmine.

- Za pogon samo na sprednja kolesa

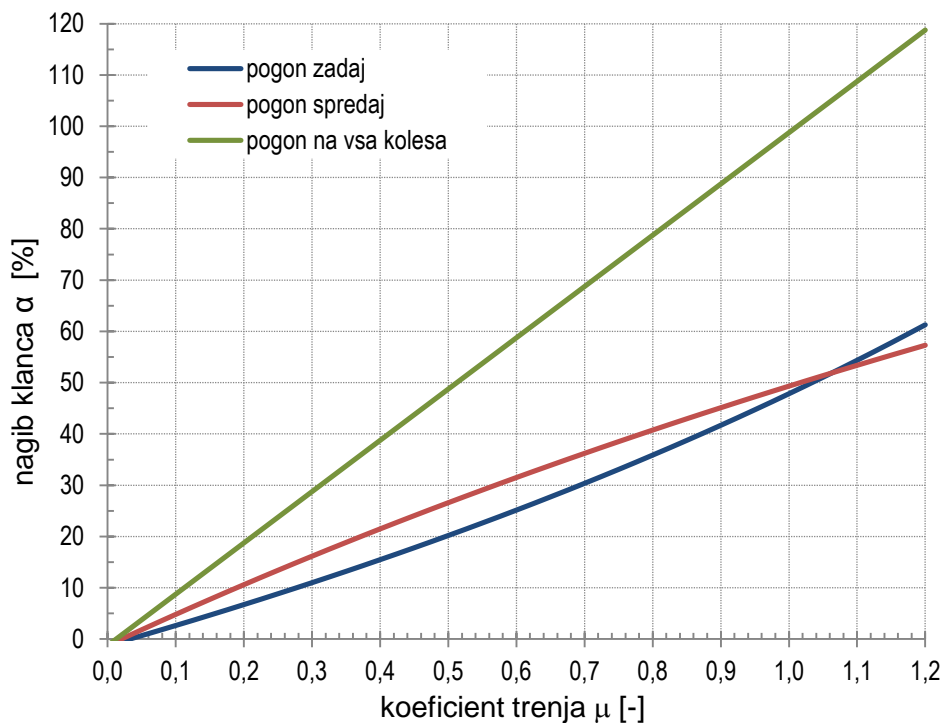
$$\tan \alpha = \mu \cdot \frac{l_2 + f \cdot h_t}{l + \mu \cdot h_t} - f, \quad (67)$$

- za pogon na zadnja kolesa

$$\tan \alpha = \mu \cdot \frac{l_1 - f \cdot h_t}{l - \mu \cdot h_t} - f, \quad (68)$$

- ter za pogon na vsa štiri kolesa

$$\tan \alpha = \mu - f. \quad (69)$$



Slika 34: Premagovanje vzponov glede na koeficient trenja – primer

2.7.6. *Maksimalni osni pritiski ter zaviralna sila pri zaviranju*

Tako kot pri pogonu lahko tudi pri zaviranju predpostavimo (poenostavitev za zračni upor), da delujejo vsi upori razen kotalnega upora v težišču vozila. Iz ravnotežnega momenta lahko izpeljemo enačbe za osni pritisk na sprednji in zadnji premi vozila. Slika 35 prikazuje odvisnost normalnih in zavornih sil v odvisnosti od koeficienta trenja za različne izvedbe zavornega sistema.

Zaviranje samo na sprednja kolesa:

$$K = Z_1 \cdot \mu, \quad (70)$$

kjer sta osna pritiska:

$$Z_1 = G \cdot \cos \alpha \cdot \frac{l_2 + h_t \cdot f}{l - h_t \cdot \mu}, \quad (71)$$

$$Z_2 = G \cdot \cos \alpha \cdot \frac{l_1 - h_t \cdot (\mu + f)}{l - h_t \cdot \mu}. \quad (72)$$

Zaviranje samo na zadnja kolesa:

$$K = Z_2 \cdot \mu, \quad (73)$$

kjer sta osna pritiska:

$$Z_1 = G \cdot \cos \alpha \cdot \frac{l_2 + h_t \cdot (\mu + f)}{l + h_t \cdot \mu}, \quad (74)$$

$$Z_2 = G \cdot \cos \alpha \cdot \frac{l_1 - h_t \cdot f}{l + h_t \cdot \mu}. \quad (75)$$

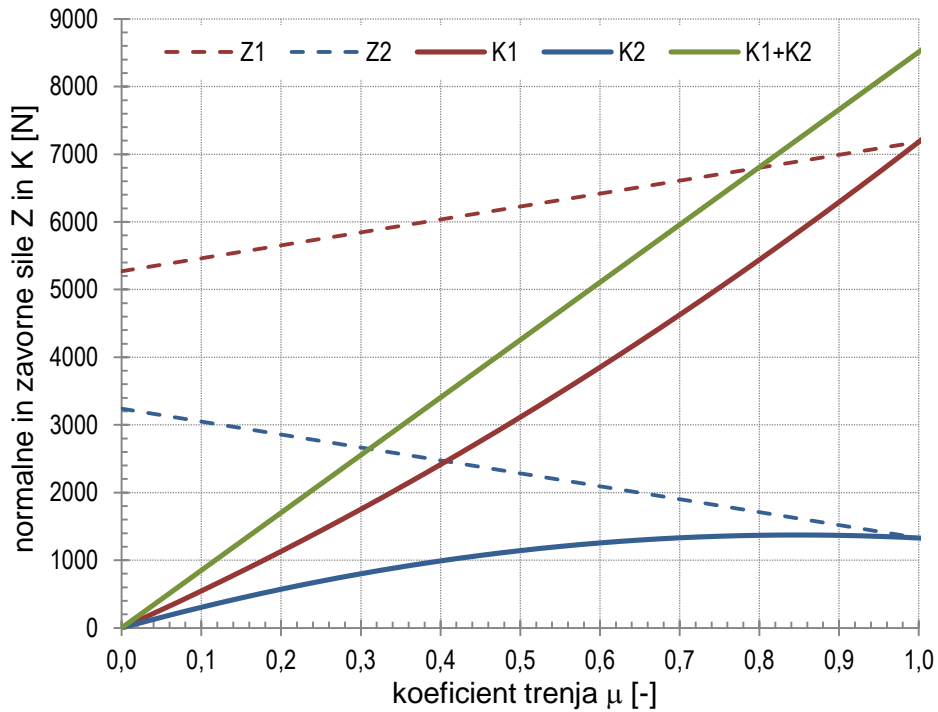
Zaviranje na vsa kolesa:

$$K = \mu \cdot G \cdot \cos \alpha, \quad (76)$$

kjer sta osna pritiska:

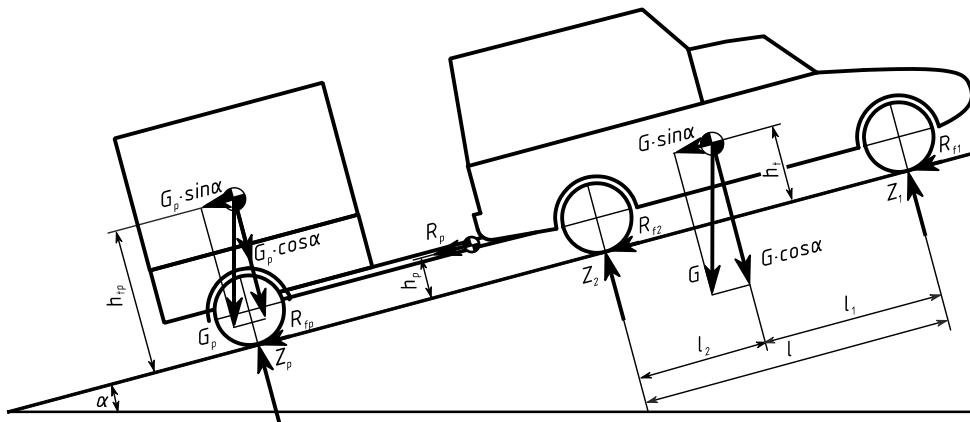
$$Z_1 = G \cdot \cos \alpha \cdot \frac{l_2 + h_t \cdot (\mu + f)}{l}, \quad (77)$$

$$Z_2 = G \cdot \cos \alpha \cdot \frac{l_1 - h_t \cdot (\mu + f)}{l}. \quad (78)$$



Slika 35: Normalne in zavorne sile v odvisnosti od koeficienta trenja

2.7.7. Osne sile pri vleki priklopnika



Slika 36: Vlečno vozilo in priklopnik na strmini

Za vlečno vozilo, ki vleče priklopnik, vpet na višini h_p , veljata zvezi (24). Če to upoštevamo v enačbah za ravnotežje sil in momentov, dobimo dinamična osna pritiska vlečnega vozila:

$$Z_1 = \frac{G \cdot l_2 \cdot \cos \alpha - F_o \cdot \frac{h_t + k \cdot h_p}{k + 1} + R_f \cdot h_t}{l}, \quad (79)$$

$$Z_2 = \frac{G \cdot l_1 \cdot \cos \alpha + F_o \cdot \frac{h_t + k \cdot h_p}{k + 1} - R_f \cdot h_t}{l}.$$

Iz enačb (79) je razvidno, da sta vlečni sili vozila brez priklopnika ($F_{o,brez}$) in vozila s priklopnikom (F_o) med seboj v naslednjem razmerju:

$$\frac{F_{o,brez}}{F_o} = \frac{1}{k + 1}. \quad (80)$$

Od tod sledita prerazporeditvi teže na posameznih oseh vlečnega vozila zaradi vleke priklopnika:

$$\Delta Z_1 = -\frac{R_p \cdot h_p}{l}, \quad (81)$$

$$\Delta Z_2 = \frac{R_p \cdot h_p}{l}.$$

Opazimo, da na porazdelitev teže vpliva poleg geometrije samega vozila samo višina vpetja priklopnika, ki naj bo za čim manjši vpliv na vozne lastnosti vlečnega vozila čim manjša.

2.7.8. Maksimalni upor priklopnika

Maksimalni upor priklopnika (in s tem njegovo maso), ki ga vozilo lahko vleče pri danih pogojih, bomo določili iz pogoja

$$F_{o,max} = \mu \cdot Z_{pog} = \sum R. \quad (82)$$

2.7.8.1. Vlečno vozilo s pogonom na sprednja kolesa

Enačba (82) ima za vozilo s pogonom na sprednja kolesa naslednjo obliko:

$$F_{o,max} = \mu \cdot \left(G \cdot \frac{l_2 \cdot \cos \alpha - h_t \cdot \sin \alpha}{l} - G_p \cdot \frac{f \cdot \cos \alpha + \sin \alpha}{l} \cdot h_p \right) = \quad (83)$$

$$= G \cdot (k + 1) \cdot (f \cdot \cos \alpha + \sin \alpha).$$

Iz enačbe lahko določimo največje razmerje med težo priklopnika in vlečnega vozila:

$$k_{\text{spredaj}} = \frac{\mu \cdot (l_2 - h_t \cdot \tan \alpha) - l \cdot (f + \tan \alpha)}{(\mu \cdot h_p + l) \cdot (f + \tan \alpha)}. \quad (84)$$

2.7.8.2. Vlečno vozilo s pogonom na zadnja kolesa

Enačba (82) ima za vozilo s pogonom na zadnja kolesa naslednjo obliko:

$$\begin{aligned} F_{o,max} &= \mu \cdot \left(G \cdot \frac{l_2 \cdot \cos \alpha + h_t \cdot \sin \alpha}{l} + G_p \cdot \frac{f \cdot \cos \alpha + \sin \alpha}{l} \cdot h_p \right) = \\ &= G \cdot (k + 1) \cdot (f \cdot \cos \alpha + \sin \alpha). \end{aligned} \quad (85)$$

Iz enačbe lahko določimo največje razmerje med težo priklopnika in vlečnega vozila:

$$k_{\text{zadaj}} = \frac{\mu \cdot (l_1 + h_t \cdot \tan \alpha) - l \cdot (f + \tan \alpha)}{(l - \mu \cdot h_p) \cdot (f + \tan \alpha)}. \quad (86)$$

2.7.8.3. Vlečno vozilo s pogonom na vsa štiri kolesa

Enačba (82) ima za vozilo s pogonom na vsa štiri kolesa naslednjo obliko:

$$F_{o,max} = \mu \cdot G \cdot \cos \alpha = G \cdot (k + 1) \cdot (f \cdot \cos \alpha + \sin \alpha). \quad (87)$$

Iz enačbe lahko določimo največje razmerje med težo priklopnika in vlečnega vozila:

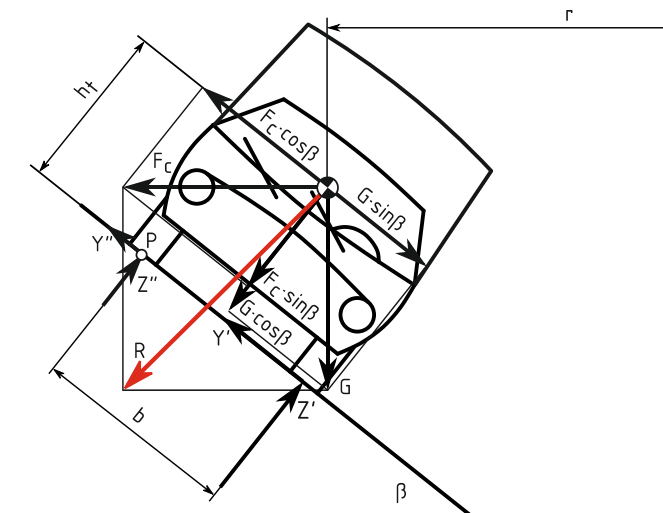
$$k_{4WD} = \frac{\mu \cdot \cos \alpha}{f \cdot \cos \alpha + \sin \alpha} - 1. \quad (88)$$

2.7.9. Vožnja v ovinek

Pri vožnji v ovinek na vozilo deluje zaradi njegove teže tudi centrifugalna sila:

$$F_c = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{r}, \quad (89)$$

ki vozilo potiska iz ovinka (zdrs) oziroma ga poskuša prevrniti prek zunanjih koles. Razmere pri takšni vožnji na nagnjeni podlagi prikazuje Slika 37.



Slika 37: Vožnja v ovinek

Iz ravnotežnih pogojev sledi, da je skupna sila na zunanja kolesa:

$$Z_z = \frac{G}{g} \cdot \frac{1}{2 \cdot r \cdot b} \cdot (v^2 \cdot \sin \beta \cdot b + \cos \beta \cdot b \cdot g \cdot r + 2 \cdot v^2 \cdot \cos \beta \cdot h_t - 2 \cdot \sin \beta \cdot h_t \cdot g \cdot r), \quad (90)$$

na notranja pa:

$$Z_n = \frac{G}{g} \cdot \frac{1}{2 \cdot r \cdot b} \cdot (v^2 \cdot \sin \beta \cdot b + \cos \beta \cdot b \cdot g \cdot r - 2 \cdot v^2 \cdot \cos \beta \cdot h_t + 2 \cdot \sin \beta \cdot h_t \cdot g \cdot r). \quad (91)$$

Ko pade rezultanta R prek točke P se vozilo prevrne, če prej ne pride do zdrsa. Kritična hitrost prevračanja, pri kateri poteka rezultanta teže in centrifugalne sile točno pod zunanja kolesa, je:

$$v_p = \sqrt{g \cdot r \cdot \frac{\frac{b}{2} + h_t \cdot \tan \beta}{h_t - \frac{b}{2} \cdot \tan \beta}}. \quad (92)$$

Običajno vozilo zdrsne, še preden doseže to hitrost. Kritična hitrost zdrsa, pri kateri nastopi zanašanje, je:

$$v_s = \sqrt{\frac{r \cdot g \cdot (\mu + \tan \beta)}{1 - \mu \cdot \tan \beta}}. \quad (93)$$

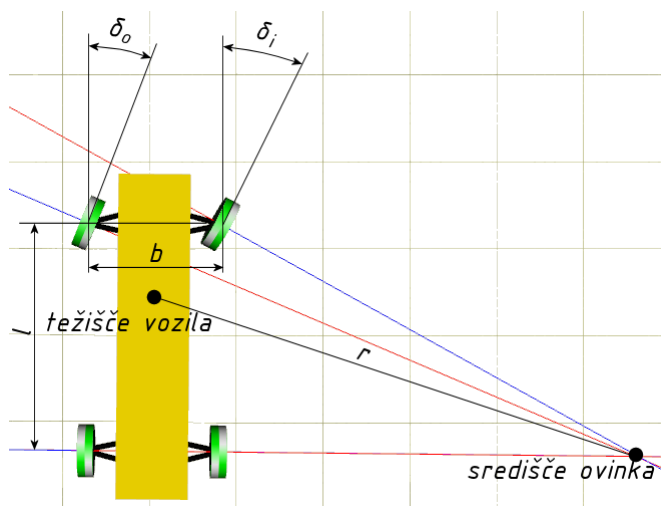
Pri računanju reakcij na kolesa pri vožnji na v smeri vožnje ravni a bočno nagnjeni cesti, lahko uporabimo enačbi (90) in (91), s tem da računamo z dovolj velikim polmerom ovinka.

3. Stabilnost vozila pri vožnji v ovinek

Za preučevanje vedenja kolesnega vozila v ovinku je najpomembnejši faktor koeficient podkrmiljenja K_{us} , s katerim najlažje opišemo ravnotežje vozila pri vožnji v ovinku. Najprej bomo pogledali vedenje avtomobila pri zavijanju pri majhnih hitrostih in nato dejavnike, ki se pojavijo pri večjih hitrostih.

3.1. Zavijanje pri majhnih hitrostih

Majhna hitrost je definirana kot hitrost, pri kateri na kolesa deluje zanemarljivo majhna sila, ki je posledica kotnega pospeška. S takšno hitrostjo se vozila premikajo na primer pri parkiranju. Če potegnemo osi iz središča vsakega kolesa, se morajo te stekati pri zavijanju v eno samo točko (Slika 38). To točko imenujemo središče ovinka (ali središče zavoja). Kadar se vse osi koles ne sekajo v isti točki, polmera trajektorij zunanjega in notranjega kolesa iste osi nista usklajena, s čimer eno silo drugo v nenaravni tir. Takrat poleg kotaljenja kolesi tudi drsita.



Slika 38: Vozilo pri vožnji v ovinku z majhno hitrostjo

Pri vožnji vozila v ovinek brez zdrsa je izpolnjen Ackermannov pogoj [4], [5], [6]. Pri tem je δ_f (94) teoretični povprečni krmilni kot, ki nastopi pri krmilnem mehanizmu z vzporednim krmiljenjem (oziroma enakim krmilnim kotom na notranjem in na zunanjem kolesu), l je medosna razdalja in r radij zavoja (Slika 38):

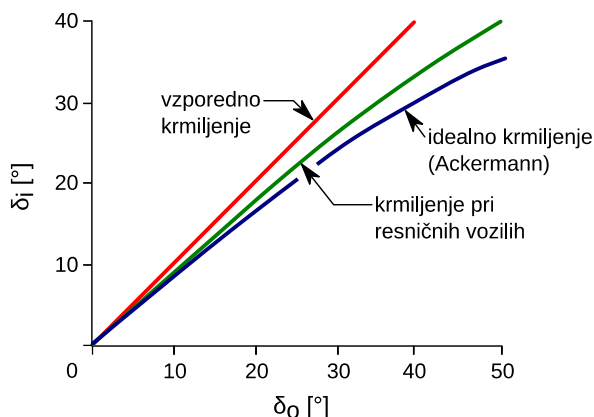
$$\delta_f = \arctan\left(\frac{l}{r}\right). \quad (94)$$

Pri idealnem krmilnem mehanizmu, ki zagotavlja vožnjo v ovinek brez drsenja koles, za vozilo z medosno razdaljo l in kolotekom b veljata za notranji in zunanji krmilni kot naslednja izraza:

$$\delta_o = \arctan\left(\frac{l}{r + b/2}\right). \quad (95)$$

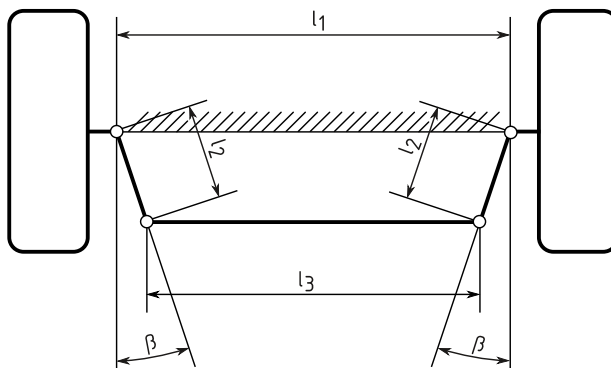
$$\delta_i = \arctan\left(\frac{l}{r - b/2}\right). \quad (96)$$

Krmilni mehanizmi realnih vozil so v praksi konstruirani tako, da so po odvisnosti med notranjim in zunanjim krmilnim kotom med vzporednim krmiljenjem ($\delta_o = \delta_i$) in Ackermannovim pogojem. Obliko odvisnosti pri različnih načinih krmiljenja prikazuje Slika 39.



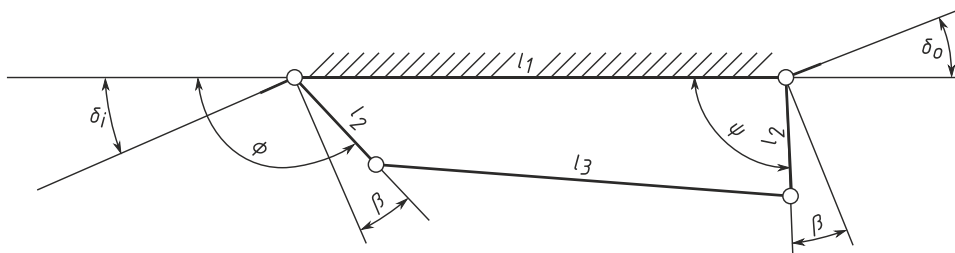
Slika 39: Odvisnost $\delta_o(\delta_i)$ pri različnih načinih krmiljenja (povzeto po [6])

Razliko krmilnega kota med notranjim in zunanjim krmiljenim kolesom ($\delta_i - \delta_o$) dosežemo z ustrežno obliko krmilnega mehanizma vozila.



Slika 40: Trapezni štirikobni krmilni mehanizem

Za enostaven trapezni štirizgibni krmilni mehanizem z enako dolgima ročicama na levem in desnem premniku (Slika 40), kakršen je pogosto v uporabi pri vozilih s togo sprednjo premo, je mogoče ob upoštevanju Ackermannovega pogoja analitično določiti geometrijske parametre iz Freudensteinove enačbe (97) za pogoje, kot jih prikazuje Slika 41.



Slika 41: Položaj krmilnega mehanizma pri vožnji v ovinek

$$k_1 + k_2 \cdot \cos \phi - k_2 \cdot \cos \psi = \cos(\phi - \psi), \quad (97)$$

kjer sta Freudensteinova parametra k_1 in k_2 definirana kot:

$$k_1 = \frac{l_b^2 + 2 \cdot l_p^2 - l_d^2}{2 \cdot l_p^2}; \quad k_2 = \frac{l_b}{l_p}. \quad (98)$$

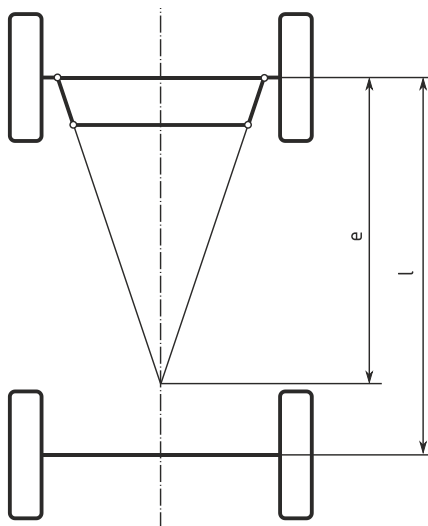
Zasučna kota ročic na premnikih ϕ in ψ sta izražena s krmilnima kotoma δ_i in δ_o kot

$$\phi = \frac{\pi}{2} + (\beta + \delta_i); \quad \psi = \frac{\pi}{2} - (\beta - \delta_o). \quad (99)$$

S poskusi je ugotovljeno [6] da mora biti kot β takšen, da geometrija vozila ustreza razmeram, kot jih prikazuje Slika 42. Pri tem pri vozilih za uporabo v normalnem cestnem prometu velja relacija:

$$e \approx 0,7 \cdot l. \quad (100)$$

Pri načrtovanju geometrije krmilnega mehanizma je treba upoštevati tudi sile, s katerimi so obremenjeni njegovi posamezni elementi (ročice, zgibi), ter krmilni napor, ki je potreben za premagovanje trenja pri krmiljenju na mestu oziroma izravnalnega momenta pri krmiljenju vozila med vožnjo. Ta vprašanja obravnavamo v skladu s teorijo mehanizmov.



Slika 42: Geometrija krmilnega mehanizma za dobro izpolnjevanje Ackermannovega pogoja

3.2. Zavijanje pri večjih hitrostih

Pri zavijanju vozila z večjimi hitrostmi postanejo koti prečnih zdrsov na posameznih kolesih nezanemarljivi in spremenijo razmere krmiljenja. Za poenostavljeni model vozila, kjer predpostavimo simetrijo glede na vzdolžno os in obravnavamo povprečne krmilne kote in kote prečnega zdrsa med levimi in desnimi kolesi vozila [6], je potreben povprečni krmilni kot na sprednjih kolesih δ_f poleg geometrije vozila odvisen tudi od kotov prečnih zdrsov na sprednjih (α_f) in zadnjih kolesih (α_r):

$$\delta_f = \frac{l}{r} + \alpha_f - \alpha_r . \quad (101)$$

Kot prečnega zdrsa na poševno nakotaljujočem kolesu je odvisen od prečne sile F_y , ki nanj deluje, in od njegove togosti zavijanja C_α :

$$\alpha = \frac{F_y}{2 \cdot C_\alpha} . \quad (102)$$

Togost zavijanja (imenovana tudi prečna ali bočna togost) kolesa s pnevmatiko je odvisna od mnogih spremenljivk, zato jo lahko smatramo za konstantno samo v zelo ozkem razponu vrednosti teh spremenljivk. Pri takšni obravnavi lahko prečno silo na posamezno kolo izrazimo z njegovo navpično obremenitvijo, če upoštevamo ravnotežje momentov teže vozila in njegove centrifugalne sile pri vožnji v ovinku (enačbe (62), (63) ter (90), (91)). Za posamezno sprednje in zadnje kolo tako dobimo relaciji:

$$\alpha_f = \frac{Z_1}{C_{\alpha f}} \cdot \frac{v^2}{r \cdot g},$$

$$\alpha_r = \frac{Z_2}{C_{\alpha r}} \cdot \frac{v^2}{r \cdot g}.$$
(103)

Za popis obnašanja vozila med zavijanjem pri večjih hitrostih uvedemo koeficient podkrmiljenja K_{us} , ki je ob upoštevanju enačb (101) in (103) določen z naslednjo relacijo:

$$\delta_f = \frac{l}{r} + \left(\frac{Z_1}{C_{\alpha f}} - \frac{Z_2}{C_{\alpha r}} \right) \cdot \frac{v^2}{r \cdot g},$$

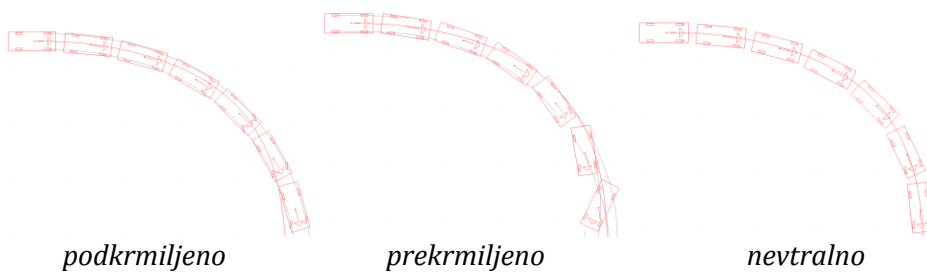
$$\delta_f = \frac{l}{r} + K_{us} \cdot \frac{a_b}{g},$$

$$K_{us} = \left(\frac{Z_1}{C_{\alpha f}} - \frac{Z_2}{C_{\alpha r}} \right).$$
(104)

Glede na velikost kota prečnega zdrsa na kolesih posamezne osi vozila pri tem ločimo tri različna karakteristična obnašanja:

- **podkrmiljeno vozilo** - $K_{us} > 0$ (kot prečnega zdrsa sprednjih koles je večji od kota prečnega zdrsa zadnjih koles, sprednji del vozila sili iz ovinka)
- **prekrmiljeno vozilo** - $K_{us} < 0$ (kot prečnega zdrsa zadnjih koles je večji od kota prečnega zdrsa sprednjih koles, zadnji del vozila sili iz ovinka)
- **nevtravno krmiljeno vozilo** - $K_{us} = 0$ (kota prečnega zdrsa sprednjih in zadnjih koles sta enaka, vozilo sledi trajektoriji ovinka)

Vsa tri obnašanja shematično prikazuje Slika 43, kjer rdeče krivulje predstavljajo želene trajektorije ovinkov, sive krivulje pa sledi drsenja koles pri dejanskem gibanju vozila.



Slika 43: Obnašanje vozila v ovinku

3.2.1. Eksperimentalna določitev koeficienta podkrmiljenja

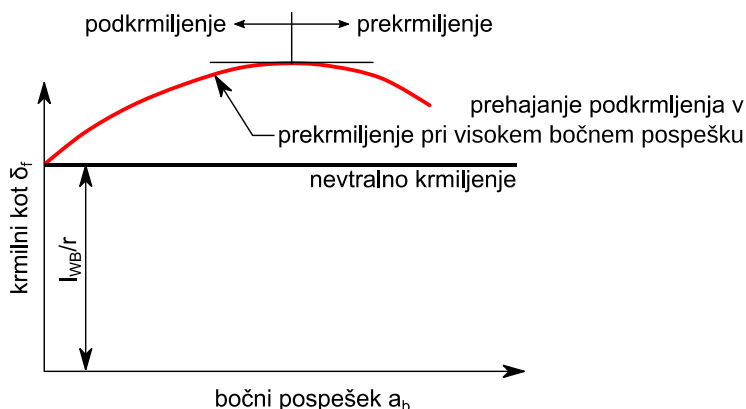
Koeficient podkrmiljenja lahko za znano vozilo eksperimentalno določimo na enega od naslednjih načinov:

- preskus s konstantnim polmerom ovinka,
- preskus s konstantno hitrostjo,
- preskus s konstantnim krmilnim kotom.

Pri tem moramo zagotoviti nastavitev konstantnih količin in meriti količine, ki se med preskusom spreminjajo. V praksi je brez posebnih sprememb na preizkusnem vozilu in brez zahtevne merilne opreme najlažje izvesti preizkus s konstantnim krmilnim kotom. Merjeni količini sta tedaj bočni pospešek, ki ga lahko merimo s preprostim pospeškometerom v težišču vozila, ter trenutni polmer ovinka, ki ga lahko izmerimo z metodami analize slike ali z napravami za mikrogeolociranje.

3.2.1.1. Preskus s konstantnim polmerom ovinka

Pri tem preskusu vozilo vozi po trajektoriji s konstantnim polmerom (oblika kroga). Med poskusom spreminjamo hitrost vožnje v in merimo krmilni kot δ_f , ki je potreben, da vozilo sledi trajektoriji, ter bočni pospešek težišča vozila a_b . Pare izmerjenih vrednosti bočnega pospeška in krmilnega kota rišemo na graf, da dobimo krivuljo $\delta_f(a_b/g)$. Krivuljo $\delta_f(a_b/g)$ prikazuje Slika 44.



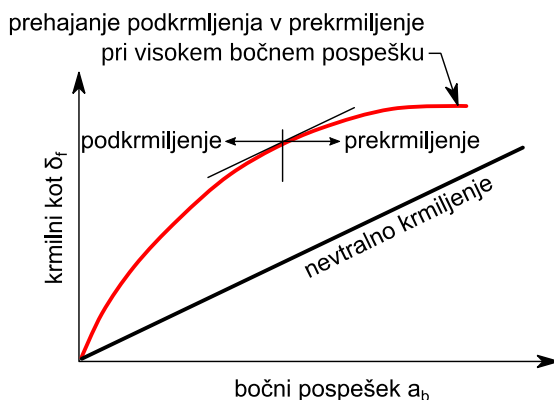
Slika 44: Krivulja $\delta_f(a_b/g)$ pri preizkusu s konstantnim polmerom
(povzeto po [6])

Koeficient podkrmiljenja pri določenih pogojih vožnje v tem primeru določimo kot

$$K_{us} = \frac{d\delta_f}{d(a_b/g)}. \quad (105)$$

3.2.1.2. Preskus s konstantno hitrostjo

Pri tem preskusu vozilo vozi s konstantno hitrostjo po trajektoriji, katere polmer se spreminja s krmilnim kotom δ_f . Med poskusom spreminjamo krmilni kot in merimo trenutni polmer trajektorije, po kateri vozilo vozi, ter bočni pospešek težišča vozila a_b . Pare izmerjenih vrednosti bočnega pospeška in krmilnega kota rišemo na graf, da dobimo krivuljo $\delta_f(a_b/g)$. Krivuljo $\delta_f(a_b/g)$ prikazuje Slika 45.



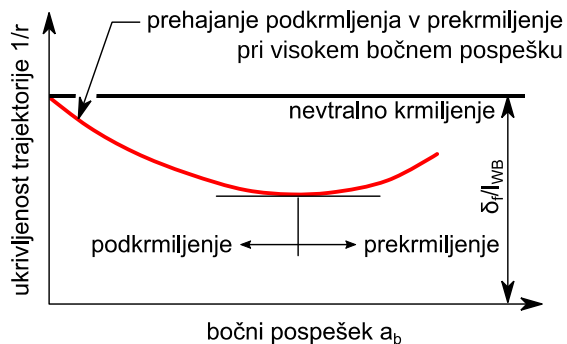
Slika 45: Krivulja $\delta_f(a_b/g)$ pri preizkusu s konstantno hitrostjo (povzeto po [6])

Koeficient podkrmiljenja pri določenih pogojih vožnje v tem primeru določimo iz zveze

$$K_{us} = \frac{d\delta_f}{d(a_b/g)} - \frac{g \cdot l}{v^2}. \quad (106)$$

3.2.1.3. Preskus s konstantnim krmilnim kotom

Pri tem preskusu vozilo s fiksiranim krmilnim mehanizmom z nastavljenim krmilnim kotom δ_f s hitrostjo v vozi po trajektoriji s polmerom r . Hitrost med poskusom spreminjamo in merimo trenutni polmer trajektorije, po kateri vozilo vozi, ter bočni pospešek težišča vozila a_b . Pare izmerjenih vrednosti bočnega pospeška in trenutne ukrivljenosti trajektorije $1/r$ rišemo na graf, da dobimo krivuljo $1/r(a_b/g)$. Krivuljo $1/r(a_b/g)$ prikazuje Slika 46.



Slika 46: Krivulja $1/r(a_b/g)$ pri preizkusu s konstantnim krmilnim kotom (povzeto po [6])

Koeficient podkrmiljenja pri določenih pogojih vožnje v tem primeru določimo iz zveze

$$K_{us} = - \frac{d(1/r)}{d(a_b/g)} \cdot l. \quad (107)$$

4. Analiza vlečnih, zavornih in voznih lastnosti vozila

Za izbrano dvoosno (štirikolesno) osebno ali tovorno cestno/terensko vozilo želimo izdelati celovito stacionarno analizo njegovih vlečnih, zavornih in voznih lastnosti in rezultate predstaviti na različne načine, kot je to uveljavljeno in prepoznano v praksi. V ta namen je potrebno najprej definirati in pojasniti zahteve ter zbrati nujno potrebne vhodne podatke o vozilih in pogojih vožnje. Če moramo do teh podatkov priti izključno iz javnih virov, je hitro jasno, da vsaj pri nekaterih lahko naletimo na težave in je treba sprejeti nekatere kompromise in poenostavitve.

Rezultati analiz naj bodo predstavljeni predvsem na grafičen način. Za izbrano vozilo pogosto vsebujejo naslednje grafične predstavitve lastnosti vozila:

- Graf karakteristike pogonskega motorja ("zunanja motorska karakteristika") v odvisnosti od vrtilne hitrosti izstopne gredi oziroma vztrajnika: $M_e[\text{Nm}] - n_e[1/\text{min}]$, $P_e[\text{kW}; \text{KM}] - n_e[1/\text{min}]$
- Kinematični ("žagasti") graf vozila: $v[\text{km/h}] - n_e[1/\text{min}]$
- Graf bilance pogonske sile in voznih uporov v odvisnosti od hitrosti vozila: $F_o[\text{N}]$, $R_v[\text{N}] - v[\text{km/h}]$
- Graf dinamičnega faktorja v odvisnosti od hitrosti vozila: $D[/math>] - $v[\text{km/h}]$$
- Graf premagovanja klancev v odvisnosti od hitrosti vozila: $\alpha[^\circ] - v[\text{km/h}]$
- Graf pospeškov vozila v odvisnosti od hitrosti vozila: $a[\text{m/s}^2] - v[\text{km/h}]$
- Graf poti in časa pospeševanja v odvisnosti od hitrosti vozila: $s[\text{m}]$, $t[\text{s}] - v[\text{km/h}]$
- Graf bilance moči v odvisnosti od hitrosti vozila: $P_v[\text{kW}] - v[\text{km/h}]$
- Graf odvisnosti dinamičnega faktorja od prestave redukcijskega gonila: $D[/math>] - $i_o[-]$$
- Graf porazdelitve normalnih in zavornih sil na osi oziroma kolesa: $F_n[\text{N}]$, $F_{zav}[\text{N}] - \mu[/math>]$
- Ostali rezultati analiz (grafi) in komentarji o vozilu

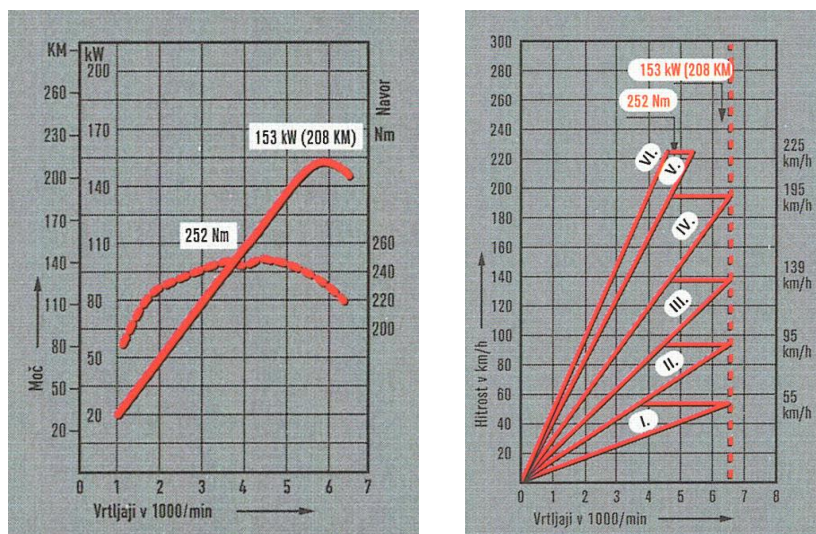
4.1. Potrebni podatki za analizo

Za zahtevane preračune je potrebno pridobiti podatke o vozilu in izbrati podatke, ki opredeljujejo vozne pogoje. Viri podatkov so lahko različne poljudno-strokovne revije, katalogi proizvajalcev, spletni viri... Nekatere (predvsem geometrijske) vrednosti je mogoče na vozilih tudi razmeroma preprosto izmeriti.

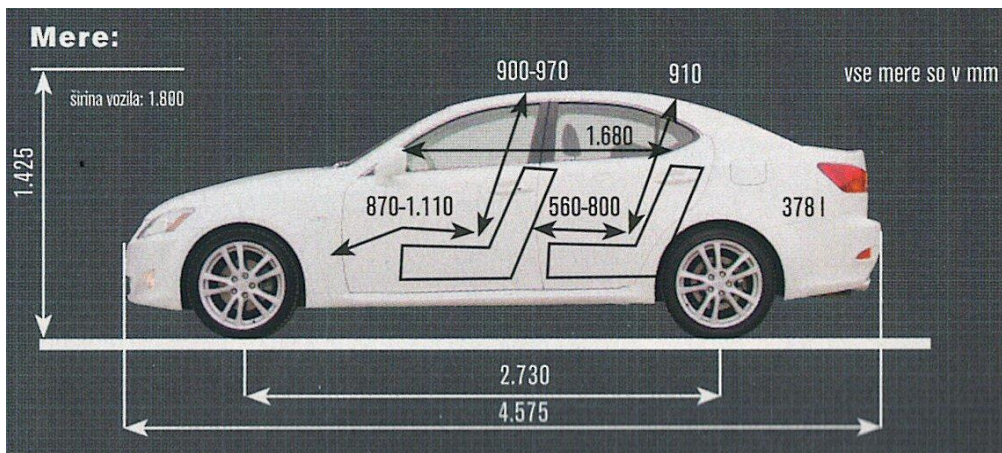
Minimalno potreben nabor podatkov o vozilu je naslednji:

- Podatki o karakteristiki pogonskega motorja – zunanja motorska karakteristika (običajno v grafični obliki, za izračune je potrebna tabela)
- Podatki o geometrijskih in masnih lastnostih vozila:
 - a. minimalna in maksimalna dovoljena masa
 - b. površina čelne ploskve vozila (običajno podatek ali pridobitev iz risbe)
 - c. medosje, koloteki, **položaj težišča vozila** (ne za vse preračune)
 - d. drugi geometrijski podatki o vozilu (neobvezno)
- Podatki o pogonski transmisiji:
 - a. vsa prestavna razmerja (menjalnik, redukcijsko gonilo, razdelilna gonila ...)
 - b. izkoristki transmisije (vsaj ocena, običajno iz splošne literature)
- Podatki o lastnosti pogonskih koles (pnevmatike, statični polmer, kotalni obseg, tlaki, dovoljene obremenitve)
- Koeficient zračnega upora vozila (c_x oziroma c_w)
- Podatki o zmogljivosti vozila (pospeški, poraba ...) – neobvezni za preračune, za primerjave z rezultati analiz.
- Drugi podatki o vozilu – vsi, ki so na voljo (neobvezni za preračune)

4.2. Primer zbirne potrebnih podatkov o vozilu



Slika 47: Motorska karakteristika in kinematični graf (vir: Avtomagazin)



Slika 48: Geometrija vozila (vir: Avtomagazin)

Zunanje mere

Širina vozila:	1,800 mm	Kolotek spredaj:	1535 mm
Rajdni krog:	10,2 m	Kolotek zadaj:	1583 mm

Število sedežev: 5

Masa in prostornine

Masa posameznega vozila:	1560 kg	Dovoljena obremenitev strehe:	90 kg
Največja dovoljena masa:	2045 kg	Serijsko vgr. pnevmatike:	225/40 R 18
Dov. masa prikolice z zavoro:	1500 kg	Kotalni obseg pnevmatik	1,92 m
Dov. masa prikolice brez zav:	560 kg	Statični polmer pnevmatik	

Motor

Vrsta motorja:	Notranje zgor. - bencinski	Vrsta goriva:	95 oktanski bencin
Delovna prostornina:	2500 cm ³	Nazivna moč:	153 kW/208,08 KM pri 6400 vrt/min
Nazivni moment:	252 Nm pri 4800 min ⁻¹		
Dovoljena vrt. hit.:	6400 vrt/min	Vrtilna hitrost v prostem teku:	900min ⁻¹

Prenos moči

Pogonska os:	zadaj	Sklopka:	Hidravlična – pretvornik momenta
Vrsta menjalnika:	avtomatski 6 - stopenjski		
Prestavna razmerja:	$i_1 = 3,539$	$i_2 = 2,060$	$i_3 = 1,405$
	$i_4 = 1,000$	$i_5 = 0,713$	$i_6 = 0,582$
Redukcijsko gonilo	$i_0 = 3,168$	Vzratna prestava	$i_r = ----$

Zmogljivosti

Končna hitrost:	225 km/h	Čas do 80 km/h:	----
Čas od 0 – 100 km/h:	8,4 s	Čas za 402 m:	16 s
Čas za 1000 m:	28,6 s		
Povprečna poraba goriva:	11,9 l / 100 km	Najmanjša povp. poraba goriva:	10,7 l / 100 km
Največja poraba goriva:	15,8 l / 100 km		

Ni podano:

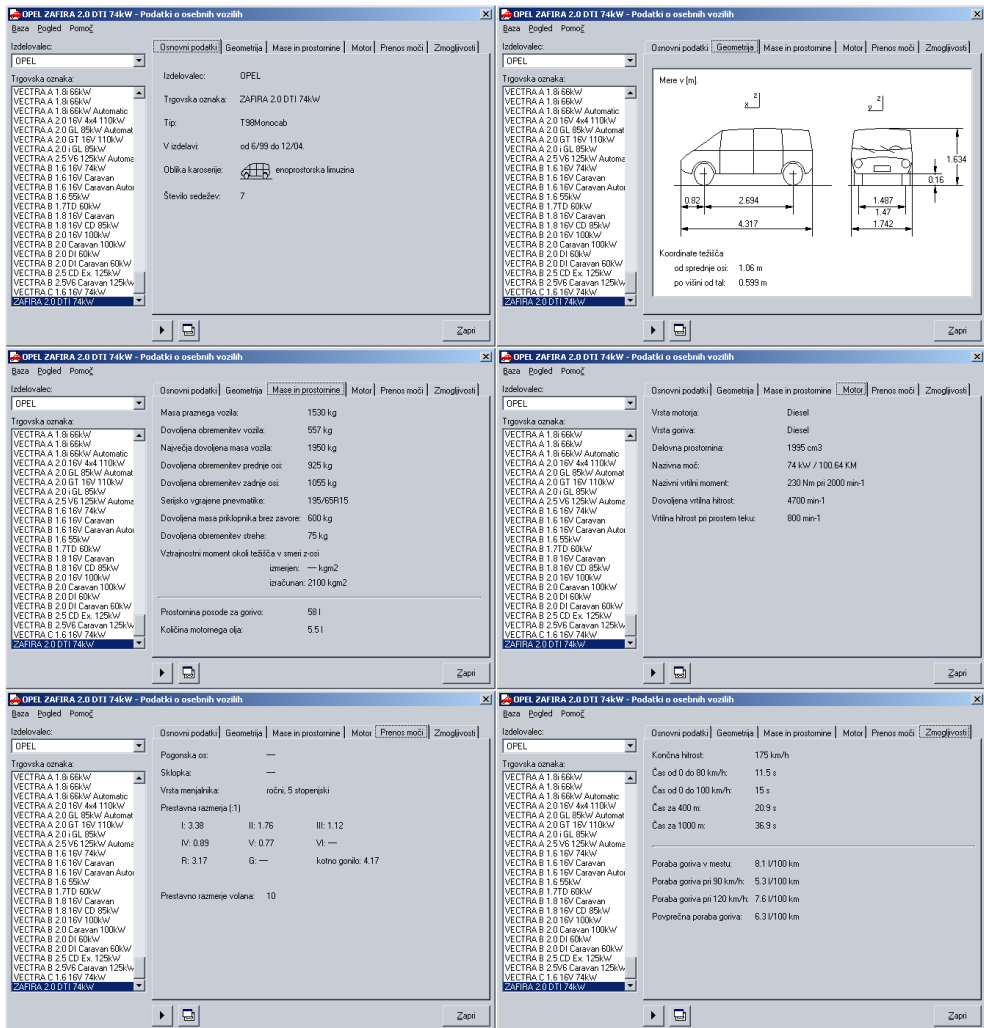
- koeficient zračnega upora, (0,27),
- presek silhuete vozila, ($\sim 2,1 \text{ m}^2$) in
- položaj težišča vozila.

Te podatke moramo pridobiti iz drugih virov oziroma na ustrezen način oceniti, sicer nekaterih analiz ne moremo opraviti.

4.2.1. Baza podatkov o vozilih CEMEK

Baza podatkov o vozilih CEMEK je izdelana za potrebe dela na področju simulacij in analiz prometnih nezgod. Bazo je zasnovalo in začelo urejati nemško podjetje IbB Informatik. Vsebuje podatke o najpogostejših tipih osebnih, tovornih in priklopnih vozil ter avtobusov in motornih koles. Nabor podatkov za posamezno vozilo je sestavljen tako, da je uporaben z orodji za simulacije prometnih nezgod, ki uporabljajo preprostejše modele vozne dinamike in pogona. Zato ne vsebuje podrobnih motorskih karakteristik, vsebuje pa podrobne podatke o zunanji geometriji vozila in legi težišča ter podatke o masnih in vztrajnostnih karakteristikah, potrebnih za dvorazsežne simulacije.

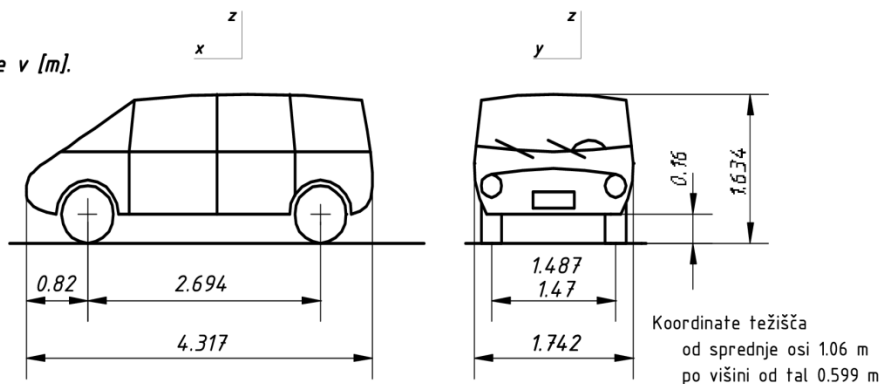
Za pregledovanje baze je razvita programska oprema z grafičnim uporabniškim vmesnikom, ki teče pod operacijskim sistemom Windows (Slika 49). Slika 50 prikazuje primer izpisa podatkov za eno vozilo, kakršnega je mogoče priložiti tehničnim poročilom.



Slika 49: Uporabniški vmesnik programske opreme za pregledovanje baze podatkov o vozilih CEMEK

OPEL ZAFIRA 2.0 DTI 74kW

Mere v [m].



Tip: T98Monocab
V izdelavi: od 6/99 do 12/04.
Število sedežev: 7

Mase in prostornine

Masa praznega vozila: 1530 kg
Največja dov. masa: 1950 kg
Dov. obr. zadnje osi: 1055 kg
Dov. masa nezav. prikl.: 600 kg
Vzt. moment okoli z-osi: -- kgm² (izmer.)

Dovoljena obremenitev: 557 kg
Dov. obr. prednje osi: 925 kg
Serijsko vgr. pnevmatike: 195/65R15
Dov. obremenitev strehe: 75 kg
Vzt. moment okoli z-osi: 2100 kgm² (izrač.)

Motor

Vrsta motorja: Diesel
Delovna prostornina: 1995 cm³
Nazivni moment: 230 Nm pri 2000 min⁻¹
Dovoljena vrt. hitrost: 4700 min⁻¹

Vrsta goriva: Diesel
Nazivna moč: 74 kW / 100.64 KM
Vrt. hitrost pri prostem teku: 800 min⁻¹

Prenos moči

Pogonska os: --
Vrsta menjalnika: ročni, 5 stopenjski
Prestavna razmerja (:1)

Sklopka: --

I: 3.38
IV: 0.89
R: 3.17

II: 1.76
V: 0.77
G: --
III: 1.12
VI: --
kotno gonilo: 4.17

Prestavno razmerje volana: 10

Zmogljivosti

Končna hitrost: 175 km/h
Čas 0 do 100 km/h: 15 s
Čas za 1000 m: 36.9 s
Poraba goriva v mestu: 8.1 l/100 km
Poraba goriva pri 120 km/h: 7.6 l/100 km

Čas 0 do 80 km/h: 11.5 s
Čas za 400 m: 11.5 s
Poraba goriva pri 90 km/h: 5.3 l/100 km
Povprečna poraba goriva: 6.3 l/100 km

Slika 50: Primer izpisa podatkov za vozilo iz Baze podatkov o vozilih CEMEK

4.2.2. Glavni problemi pri izbiri vozila (razpoložljivost podatkov):

Pri obravnavanju različnih vozil v praksi zelo pogosto naletimo težave zaradi pomanjkljivih ali nekvalitetnih podatkov, ki so predvsem sledeče:

1. Slabi podatki o motorški karakteristiki (grafa moči in momenta se ne ujemata).
2. Pomanjkljivi podatki o geometriji vozila in o **težišču vozila** (nista podana površina čelne ploskve in višina težišča ter položaj težišča med osmi).
3. Nepopolni podatki o prenosni transmisiji (niso podana vsa prestavna razmerja in izkoristki).
4. Nepopolni podatki o pogonskih kolesih (niso podani dinamični polmeri pnevmatik).
5. Nepopolni podatki o zračnem upor (c_x , c_w , A).

4.2.3. Ostali viri podatkov

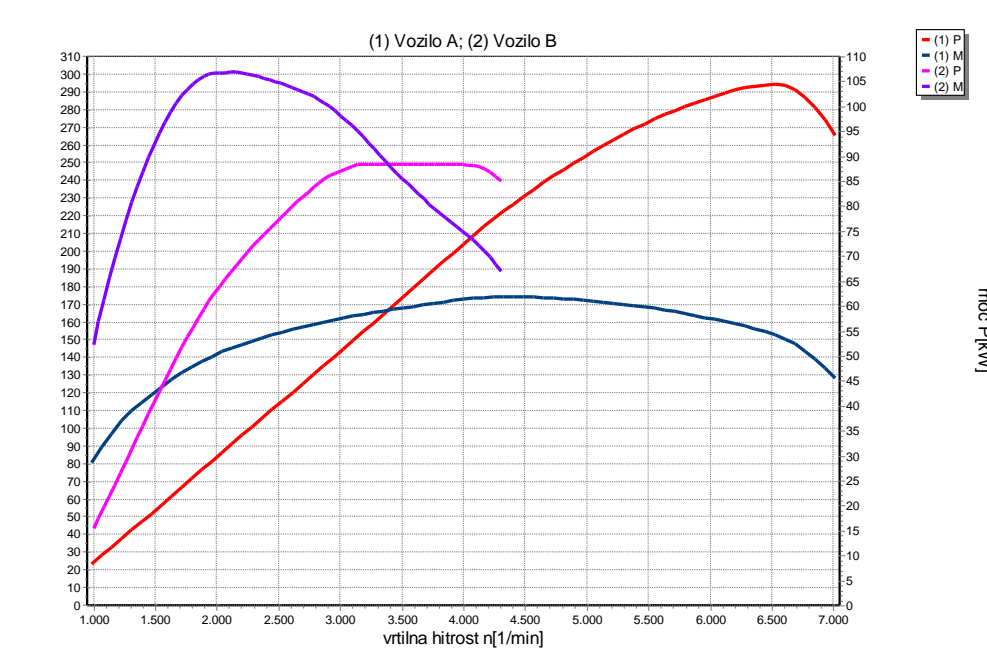
Podatke o motorških karakteristikah za določena vozila na svojih spletnih straneh ponujajo izdelovalci merilne opreme – dinamometrov in naprav za analizo pogonskih sistemov. Ena takšnih strani je stran izdelovalca dinamometrov Rototest Research Institute [14], kjer je za nekatera vozila mogoče dobiti grafe količin (moči in momenta na kolesih), izmerjenih na dinamometru, že v digitalni obliki (tabele).

5. Grafična predstavitev vozniških karakteristik vozil

Predstavitev rezultatov izračunov vlečnih, vozniških in zavornih karakteristik vozil najlaže prikazujemo in primerjamo s pomočjo črtnih grafov. V nadaljevanju so prikazani in komentirani primeri izdelani s programom Vozila [11]. Na grafih so prikazane značilne lastnosti istega osebnega vozila srednjega razreda z dvema variantama pogona: pogon s sodobnim bencinskim 1,8 litrskim motorjem brez turbinskega polnilnika (vozilo A) in pogon z 1,6 litrskim dizelskim turbinskim motorjem (vozilo B). Vsak motor ima seveda prilagojen menjalnik z ustreznimi prestavnimi razmerji glede na motorsko karakteristiko, s katerim vozili dosegata podobne zmogljivosti (premagovanje klancev, pospeševanje, največja hitrost...). Diskretne točke za risanje grafov so izračunane s pomočjo razmeroma preprostih fizikalnih in matematičnih modelov pojasnenih v predhodnih poglavjih. Z njimi je večino izračunov mogoče učinkovito opraviti v primerni aplikaciji za tabelarično računanje. Na nekaterih grafih so izračunane lastnosti za obe varianti (A in B) vozila podane hkrati za lažjo primerjavo. Kjer je krivulj v grafih preveč, pa so grafi zaradi boljše preglednosti ločeni na dveh ali več slikah.

5.1. Graf zunanje motorske karakteristike

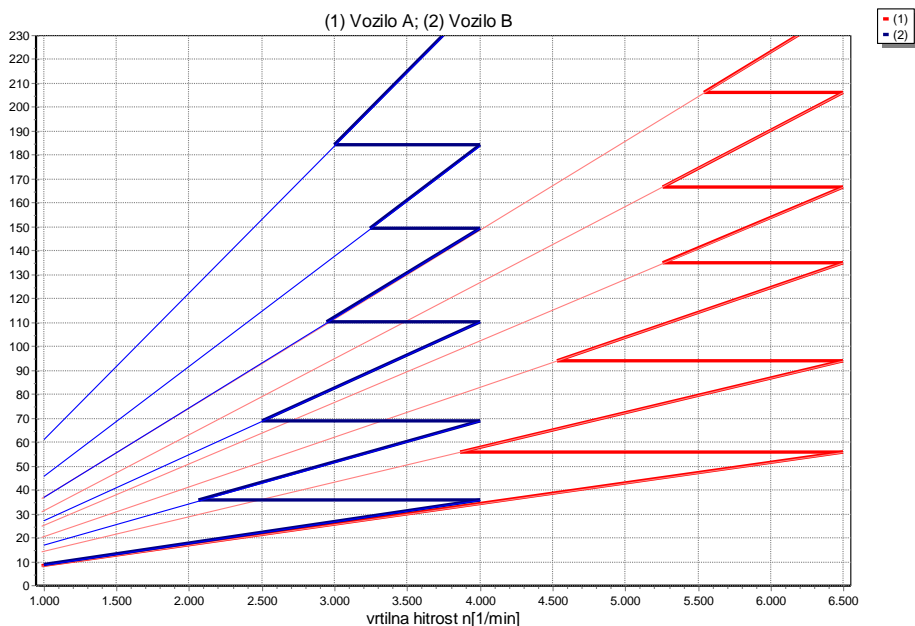
Slika 51 prikazuje odvisnost momenta in moči v odvisnosti od vrtilne frekvence motorja. Na levi strani je prikazana skala momenta v Nm, na desni pa moči v kW.



Slika 51: Zunanja motorska karakteristika (bencinski in dizelski motor)

5.2. Kinematični ali "žagasti" graf vozila

Kinematični graf (Slika 52) prikazuje odvisnost hitrosti vozila od vrtilne hitrosti motorja za različna prestavna razmerja menjalnika ter za celotno delovno območje vrtilne frekvence motorja od prostega teka do največje dovoljene vrtilne hitrosti. Pomembni vrednosti oziroma vertikalni črti v tem grafu sta vrtilni hitrosti maksimalne trajne moči motorja in maksimalnega momenta motorja. Ti dve hitrosti sta pomembni za optimalno načrtovanje transmisije, predvsem menjalnika. Željeno je, da se vrtilna hitrost pri prestavljanju ob največji moči motorja spremeni čim bližje k vrtilni hitrosti največjega momenta v naslednji prestavi.

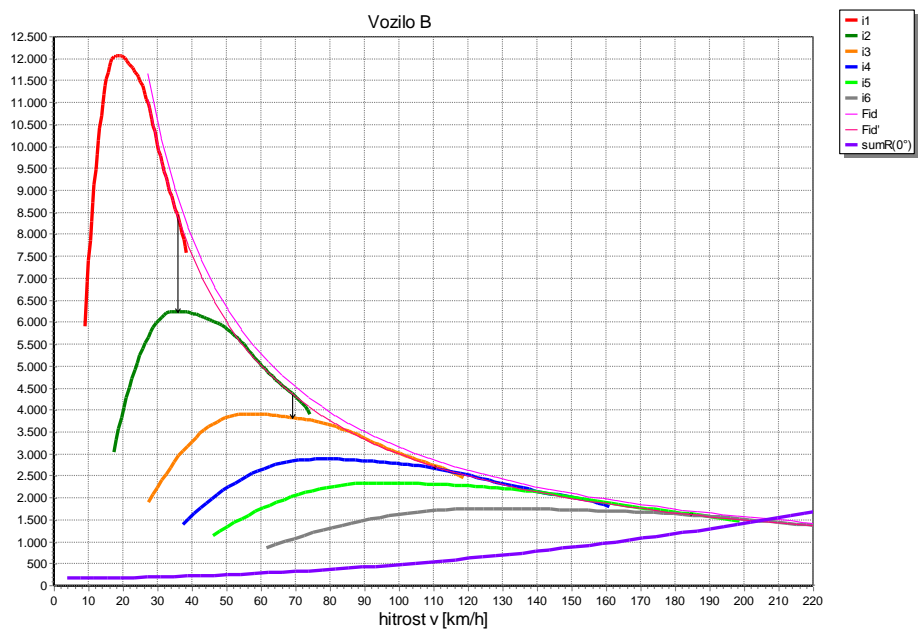
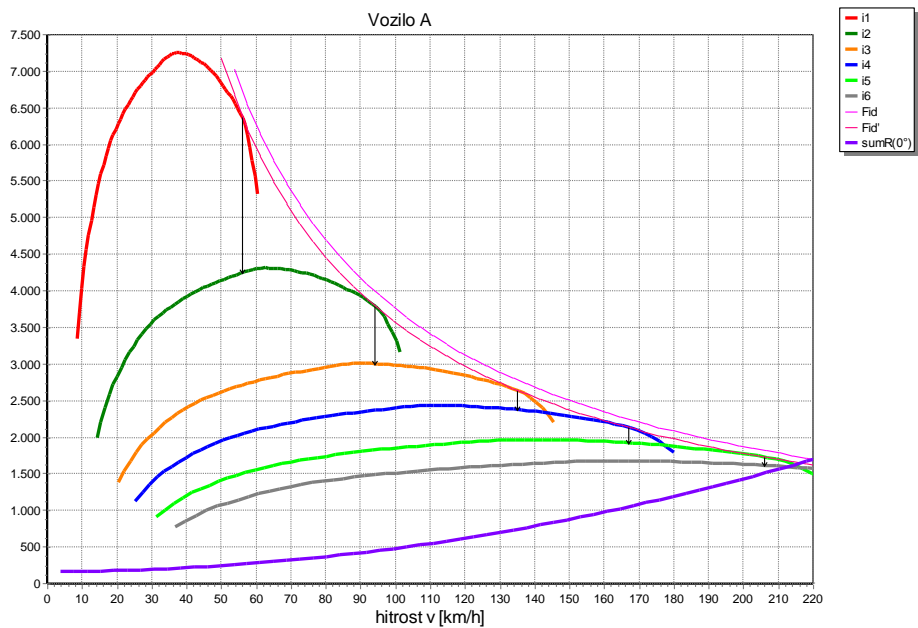


Slika 52: Žagasti graf – bencinski (desno) in dizelski (levo) pogon

Iz grafa sledi, da karakteristika menjalnika tega vozila ni povsem idealna, saj povezana krivulja "prestavljanja" ne sledi najbolje navedeni želji ("zobje" v žagastem grafu niso enako visoki). Take karakteristike so praktično dejstvo in so posledica številnih tehničnih in tudi ekonomskih omejitev pri razvoju menjalnikov in in drugih elementov transmisij.

5.3. Graf pogonskih sil in voznih uporov

Slika 53 prikazuje pogonske sile, skupni upor vožnje (po ravnini) ter idealno vlečno silo z upoštevanjem in brez upoštevanja izkoristka transmisije. Navpične črte med grafi sil v posameznih prestavah prikazujejo, kje ima motor največjo moč in kje je najbolje menjati prestavo menjalnika pri želenem maksimalnem pospeševanju vozila.



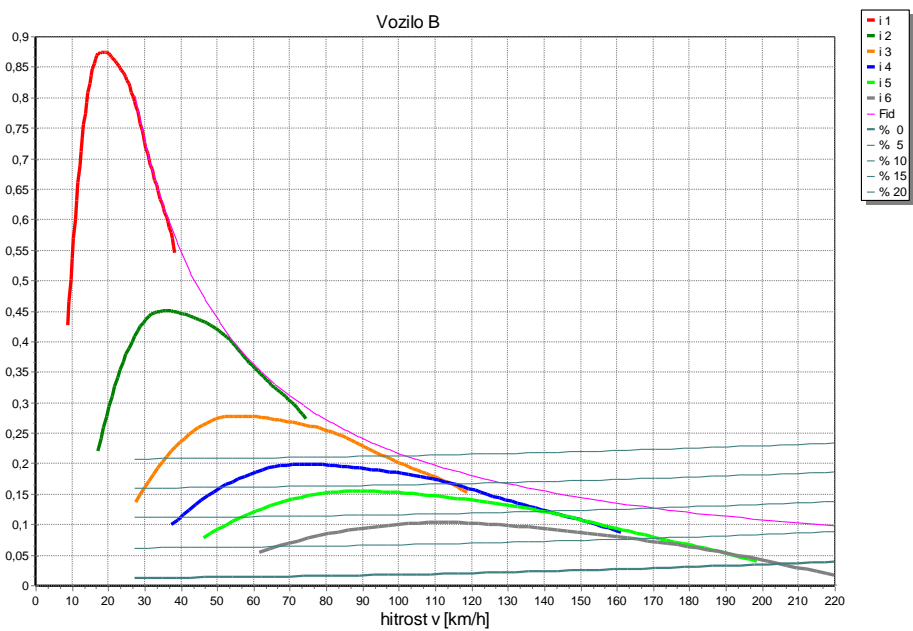
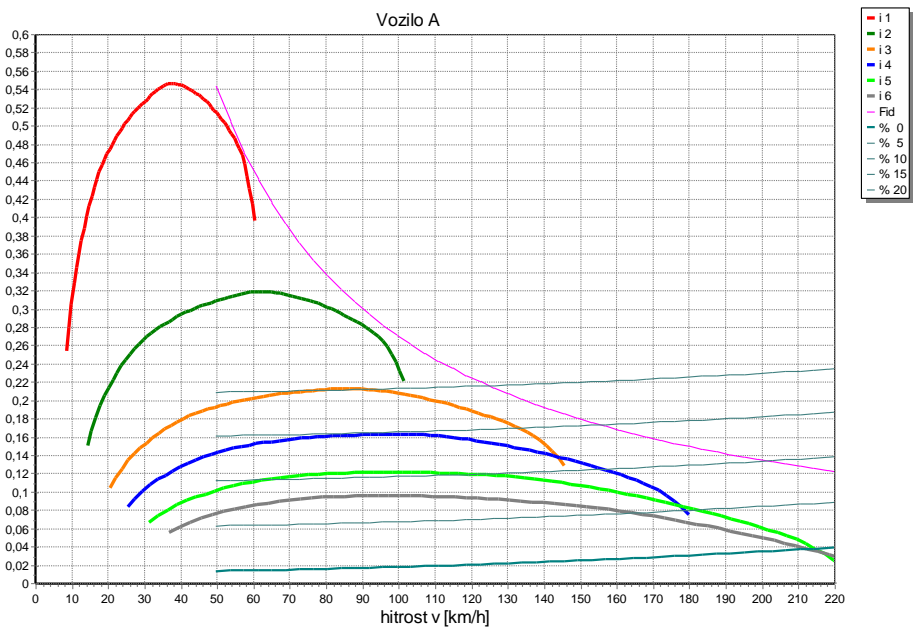
Slika 53: Pogonske sile in vozni upori (vozilo z bencinskim in dizelskim motorjem)

Križanje krivulj pogonske sile (5. oziroma 6. prestava) in vsote vozni uporov (kotalni upor in upor zraka, vožnja po ravnini) določa tudi največjo možno hitrost vozila pri danih okoliščinah oziroma pogojih vožnje (glede na razpoložljivo moč oziroma pogonsko silo agregata).

5.3.1. Graf dinamičnega faktorja

Slika 54 prikazuje dinamične lastnosti vozila. V grafu je vrisana tudi normirana idealna vlečna sila ter normirane sile uporov (na enoto teže vozila) za nekaj naklonov strmin.

V definiciji dinamičnega faktorja D je upoštevana (odšteta) tudi sila zračnega upora, ki se veča s hitrostjo. Pri idealni pogonski sili F_{id} gre samo za normiranje s teže, zato se pri večjih hitrostih in prestavah krivulje D odmikajo od krivulje normirane idealne pogonske sile. Pri krivuljah vsote vozni uporov za ta diagram ne smemo upoštevati zračnega upora, ki je že odštet v dinamičnem faktorju D , sicer presečišča krivulj D in normiranih vozni uporov ne kažejo pravih vrednosti dosegljivih maksimalnih hitrosti.



Slika 54: Dinamični faktor

5.3.2. *Graf maksimalnih vzponov glede na zmogljivost motorja*

Slika 55 prikazuje naklone, ki jih vozilo še lahko premaga glede na hitrost vozila v različnih prestavah menjalnika in seveda pri izkoriščanju največje trajne moči motorja. Račun upošteva zmogljivost motorja, ne pa tudi trenja med pnevmatikami in cesto. Neodgovorjeno torej ostane vprašanje ali se razpoložljiva moč oziroma moment sploh lahko izrabi pri danih pogojih.

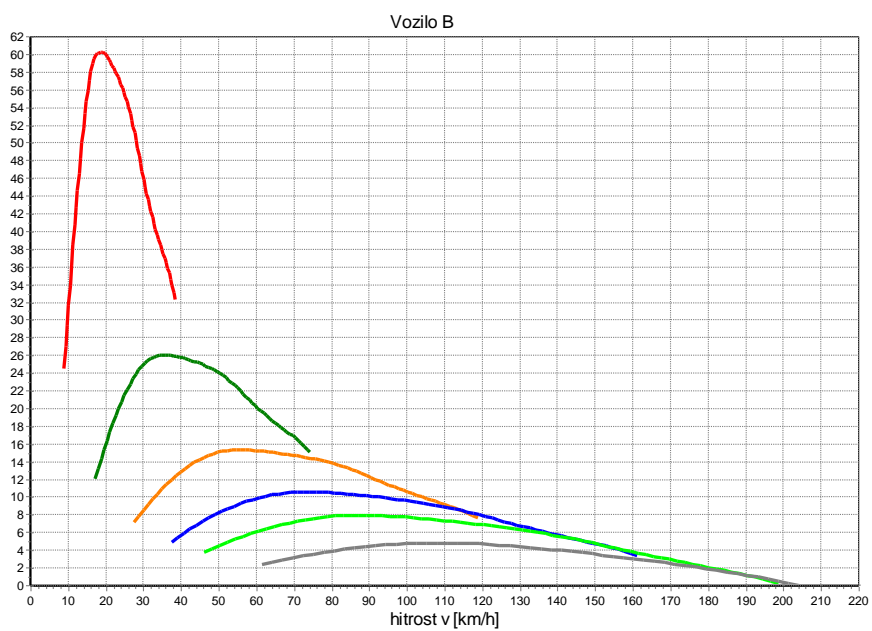
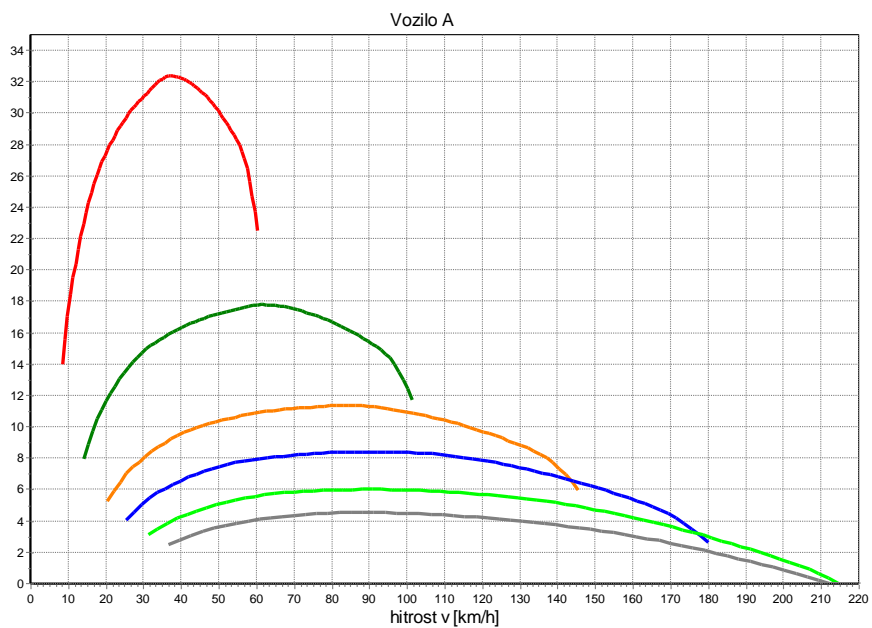
V grafu maksimalnih vzponov in pospeškov (naslednji) lahko vrisujemo vertikalne prehode pri prestavljanju in opazujemo točke, kjer se vidi oziroma določi doseganje največjih možnih hitrosti na podoben način kot pri grafu pogonskih sil in voznih uporov.

5.3.1. *Graf maksimalnih pospeškov vozila*

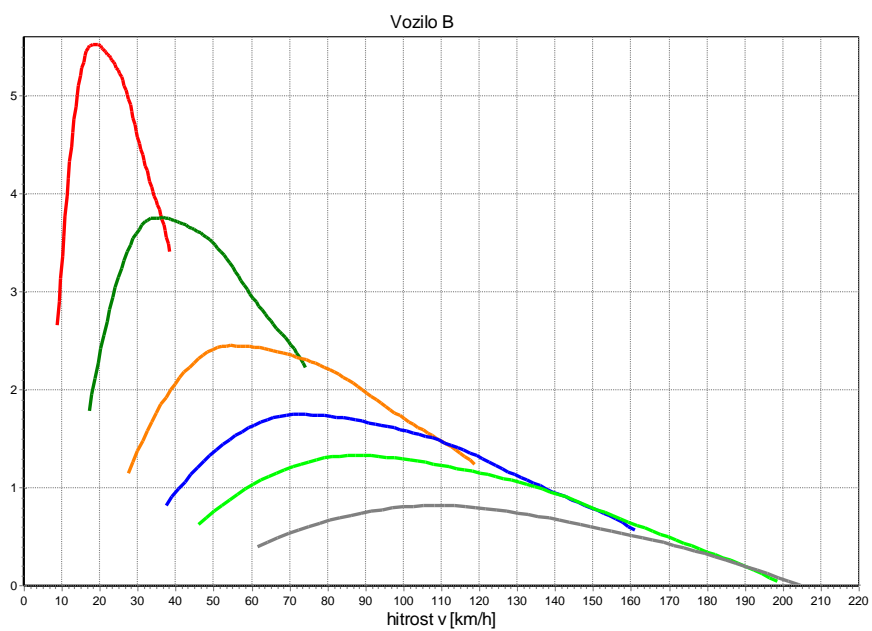
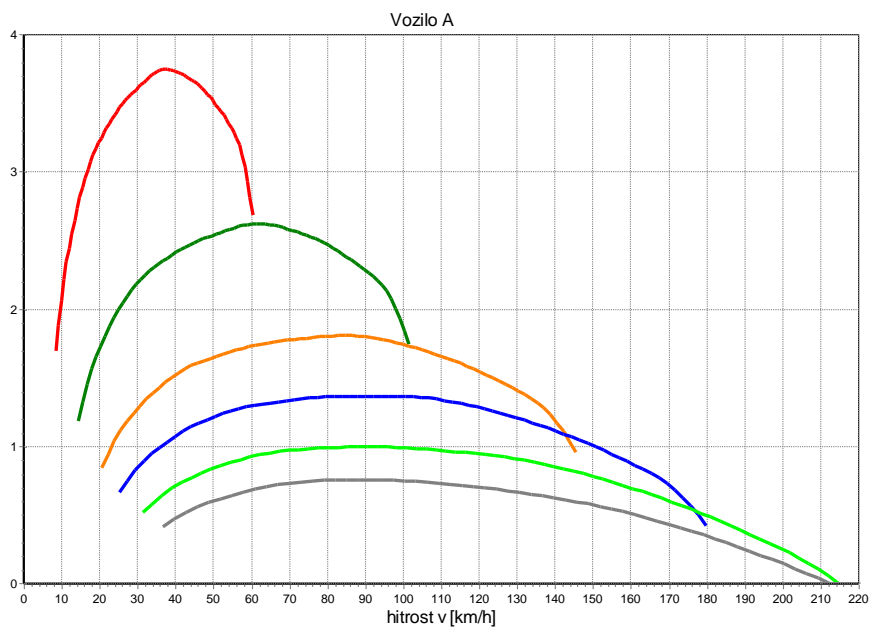
Slika 56 prikazuje maksimalne pospeške glede na hitrost vožnje. Prikazani so vsi pospeški za vsa prestavna razmerja menjalnika v odvisnosti od hitrosti vozila in pri maksimalni trajni moči motorja.

Primerjava pospeškov vozil A in B (bencinski in dizelski motor) kaže večje zmogljivosti vozila z dizelskim motorjem pri manjših hitrostih in v ožjih intervalih hitrosti in zmanjševanje razlik s povečevanjem hitrosti (Slika 57). Praktična posledica je lažje prilagajanje vozila B spremembam voznih pogojev (uporov) zaradi večje rezerve dinamične sile in posledično manjšo porabo goriva.

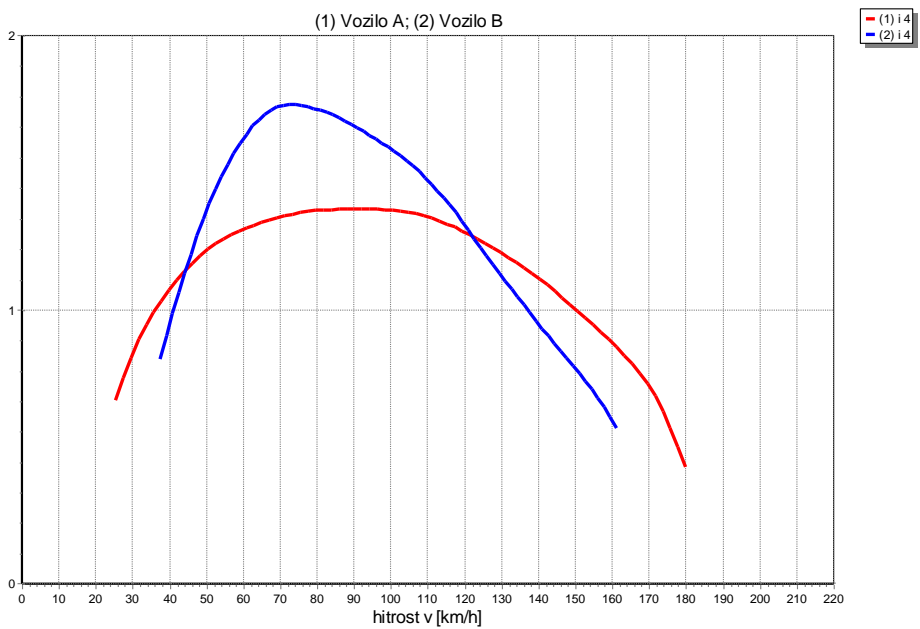
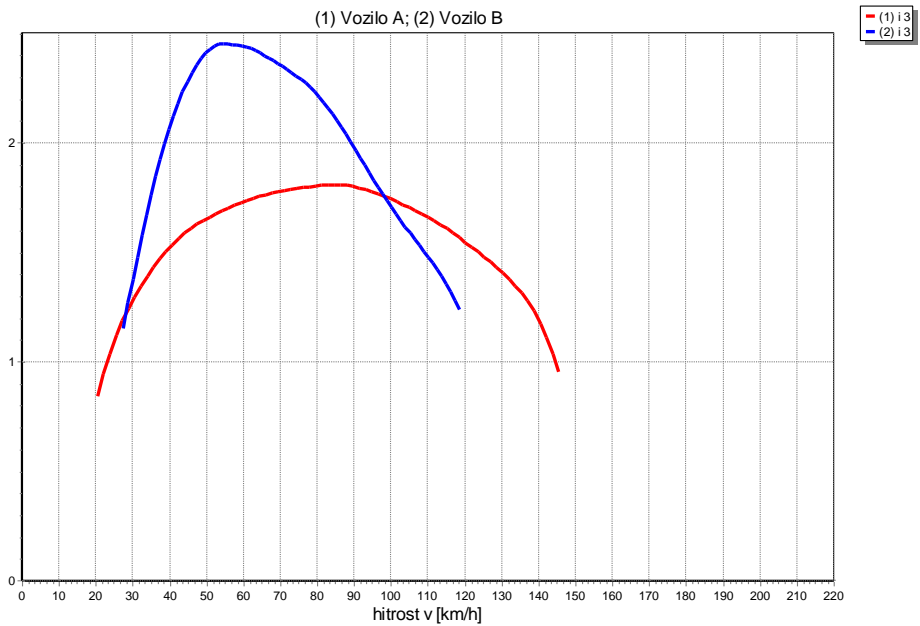
Natančnost krivulj v grafu pospeškov je pomembna za nadaljnje numerične izračune, kjer za krivulje pospeškov najprej izračunamo inverzne vrednosti ter nato z integriranjem izračunamo čase pospeševanja (Slika 58).



Slika 55: Maksimalni vzponi glede na zmogljivost motorja

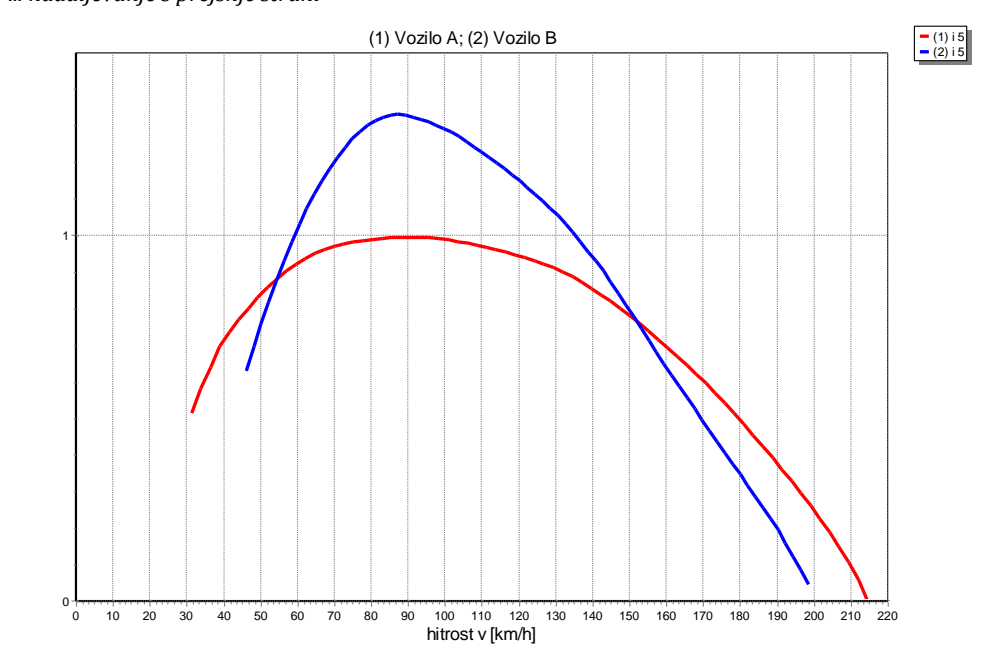


Slika 56: Maksimalni pospeški vozil A in B



Nadaljevanje na naslednji strani...

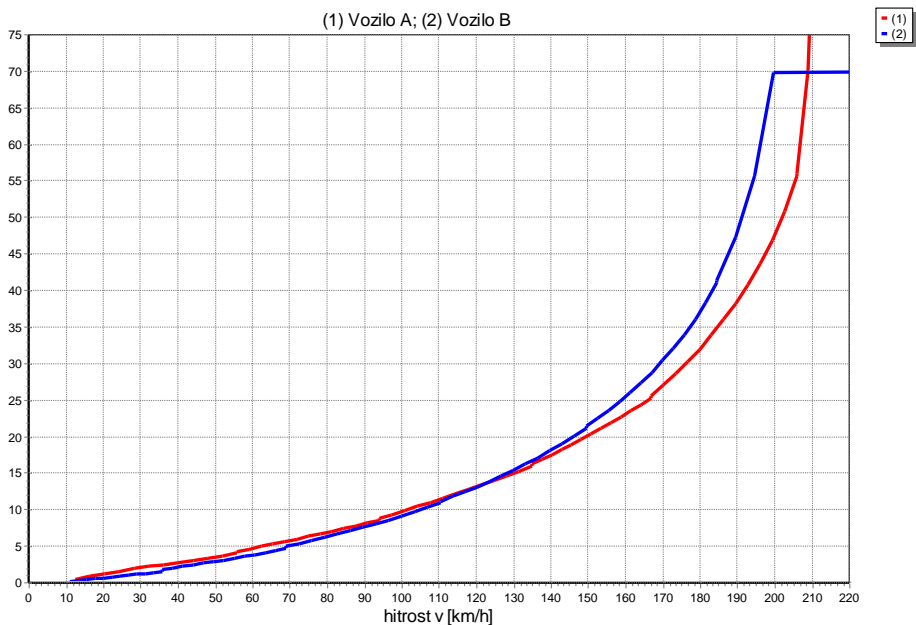
... nadaljevanje s prejšnje strani



Slika 57: Primerjava pospeškov vozil A in B po prestavah 3, 4 in 5

5.3.2. Graf časov pospeševanja

Slika 58 prikazuje čase pospeševanja od začetne hitrosti 0 km/h do končne hitrosti na abscisni osi grafa. Upoštevan je čas, ki se porabi za menjavanje prestav menjalnika, ter čas, ki se porabi, preden pride do popolne združitve sklopke pri speljevanju z mesta. Za to je predviden čas 0,25 s in se ga lahko spreminja v nastavitvah programa. Prestavljanje se izvaja pri vrtilni hitrosti maksimalne moči motorja.



Slika 58: Časi pospeševanja od začetne hitrosti 0 km/h do poljubne končne

Iz grafa lahko razberemo potreben čas za najučinkovitejše pospeševanje vozila od mirovanja do poljubne hitrosti (na primer od 0 do 100 km/h) z vmesnim menjavanjem prestav. Seveda je z odštevanjem vrednosti možno določiti tudi čase pospeševanja od neke začetne do končne hitrosti (na primer od 80 do 120 km/h).

Vozilo z dizelskim motorjem v skladu z njegovo večjo pogonsko silo in dinamičnim faktorjem pospešuje nekoliko bolje pri manjših hitrostih in nekoliko slabše pri hitrostih, ki se bližajo največji možni hitrosti vozila. Graf seveda velja za pospeševanje na ravnini.

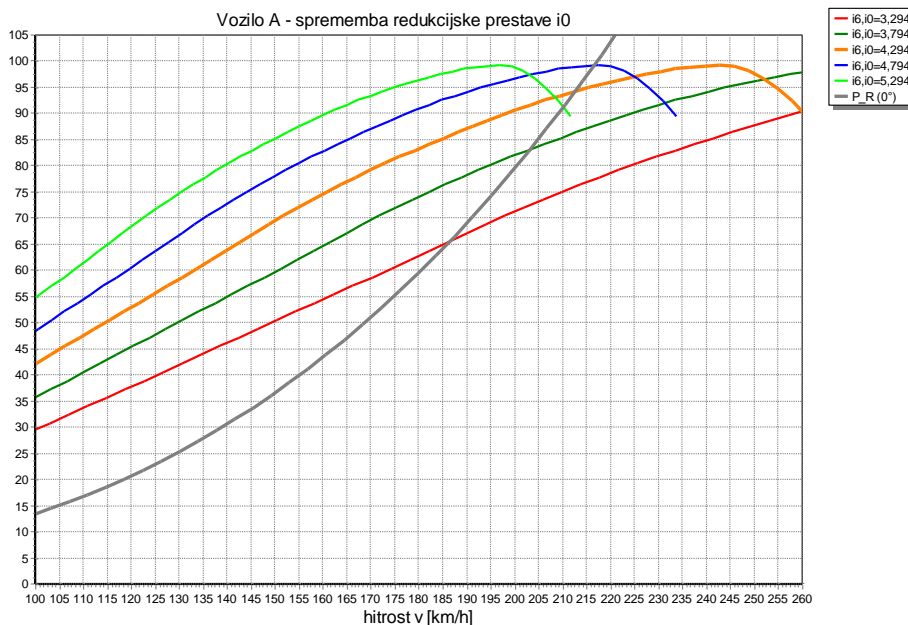
5.4. Primerjalni grafi glede na spremembo redukcijskega gonila

Redukcijsko gonilo v prenosni transmisiji skrbi predvsem za končno prilagoditev obratovalnega območja vrtilne hitrosti motorja k zelenemu območju hitrosti vožnje vozila (vrtilni hitrosti pogonskih koles) in ima svoje mesto za menjalnikom. Za uskladitev zunanje motorske karakteristike s potrebami za vožnjo je odgovoren predvsem menjalnik s porazdelitvijo prestavnih razmerij. Redukcijsko gonilo pa vpliva predvsem na boljšo ali slabšo dinamičnost vozila in na dosegljivo največjo možno hitrost vozila. Primerjalni grafi odvisnosti glede na spremembo prestavnega razmerja redukcijskega gonila so zato predvsem dobrodošel pripomoček razvijalcem konstrukterjem in predelovalcem vozil (na primer športnih).

Redukcijsko gonilo ima pri vzdolžni namestitvi motorja (spredaj) in zadnjem pogonu pogosto tudi funkcijo spremembe smeri osi vrtenja in je zato pogosto imenovano tudi kotno gonilo (pri diferencialu).

5.4.1. Graf porazdelitve moči glede na primerjano kotno gonilo

Slika 59 prikazuje porazdelitev moči na pogonskih kolesih glede na prestavo redukcijskega gonila in v odvisnosti od hitrosti vožnje vozila.

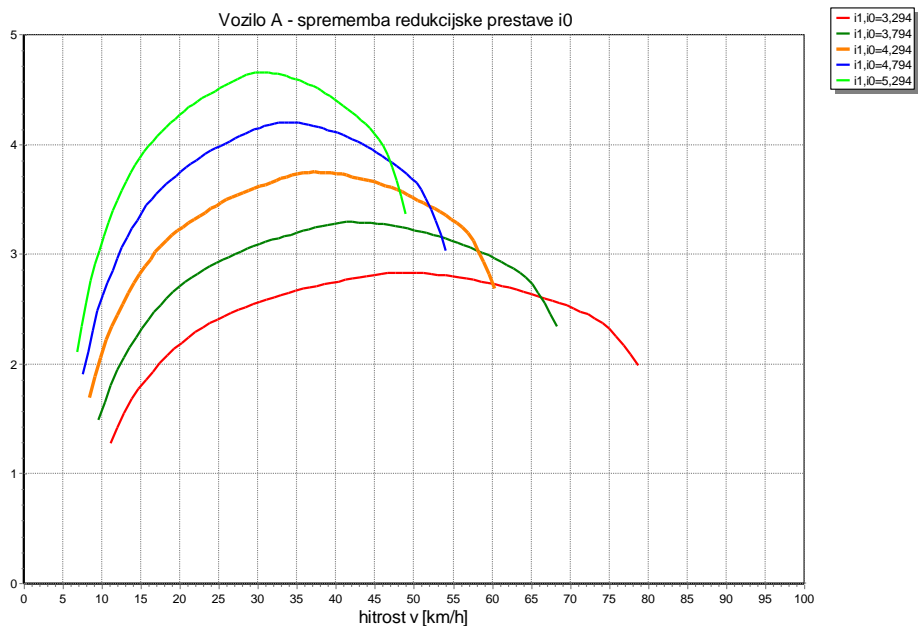


Slika 59: Porazdelitev moči glede na primerjalno kotno gonilo

V tem primeru je prikazana za 6. prestavo menjalnika ter za primerjalna redukcijska gonila (5,294 – 4,794 – **4,294** – 3,794 – 3,294). V programu Vozila lahko izberemo, za katero prestavo menjalnika želimo prikazati primerjavo. Izberemo lahko tudi prestavno razmerje 1 (direktna prestava kot referenca). Presečišča krivulje moči kotalnega in zračnega upora s krivuljami moči na pogonskih kolesih (različne i_r) kažejo največje možne hitrosti vozila na ravnini.

5.4.2. Graf maksimalnih pospeškov za primerjalna kotna gonila

Slika 60 prikazuje maksimalne pospeške glede na hitrost vozila za izbrano prestavno razmerje menjalnika (prvo) in za različne vrednosti prestav redukcijskega gonila (originalna ter primerjalne vrednosti 5,294 - 4,794 - 4,294 - 3,794 - 3,294).

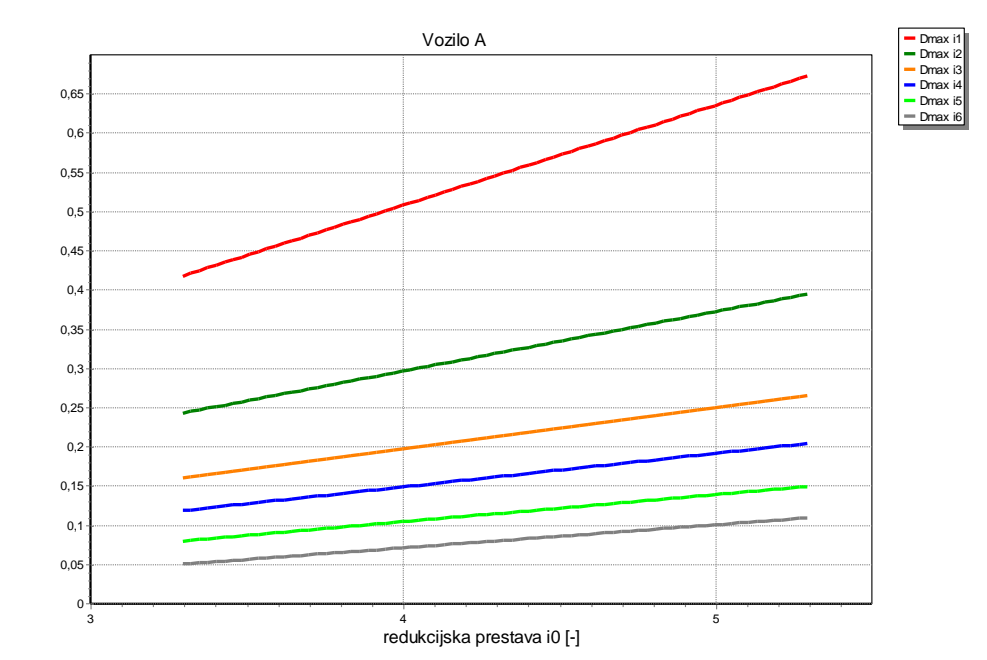


Slika 60: Maksimalni pospeški glede na hitrost in prestavo redukcijskega gonila

Ta graf lepo prikaže vpliv spremembe prestave redukcijskega gonila na dinamičnost vozila - velikost največjih možnih pospeškov in premik točke maksimuma po hitrostni osi.

5.4.3. Graf maksimumov dinamičnega faktorja glede na prestavno razmerje kotnega gonila

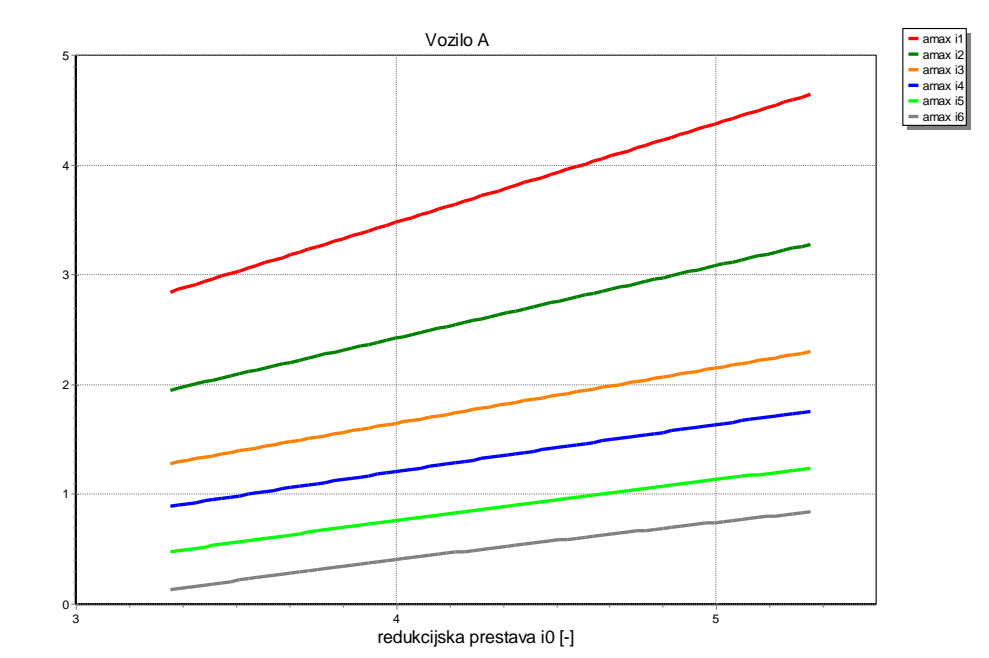
Slika 61 prikazuje premik vrednosti maksimumov funkcij oziroma krivulj dinamičnih faktorjev vozila v vseh prestavah menjalnika in v odvisnosti od prestavnega razmerja redukcijskega (kotnega) gonila. Privzeto je, da teče na ordinatni osi prestavno razmerje od i_0-1 do i_0+1 . V sredini grafa je v tem primeru dejansko prestavno razmerje kotnega gonila obravnavanega vozila (**4,294**).



Slika 61: Maksimumi dinamičnega faktorja glede na prestavno razmerje redukcijskega gonila

5.4.4. Graf maksimumov pospeška glede na prestavno razmerje kotnega gonila

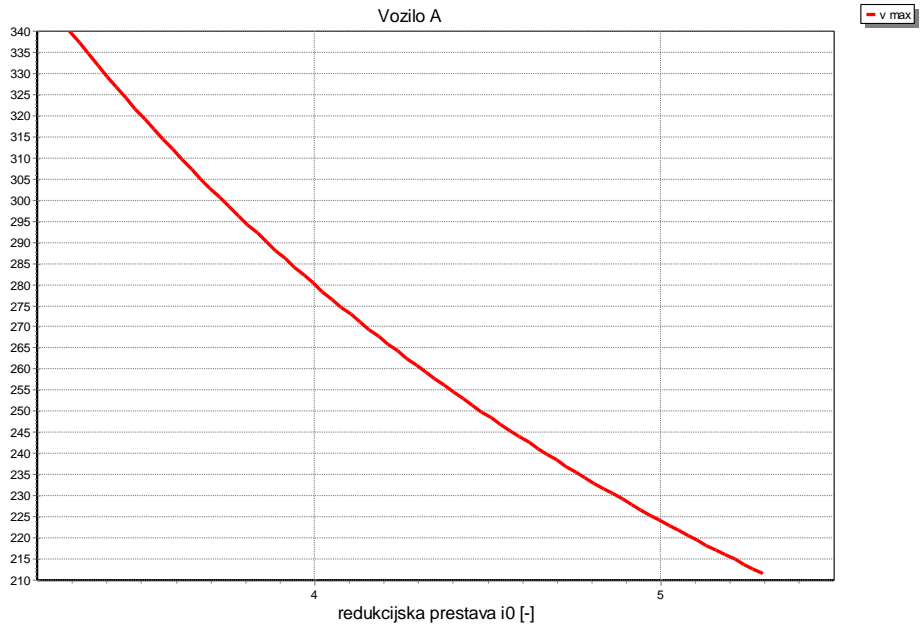
Slika 62 prikazuje maksimume pospeška v vseh prestavah menjalnika in v odvisnosti od prestavnega razmerja redukcijskega gonila. Vse ostale podrobnosti veljajo enako kot pri dinamičnem faktorju zgoraj.



Slika 62: Maksimalni pospešek glede na prestavno razmerje redukcijskega gonila

5.4.5. Graf maksimalne hitrosti glede na prestavno razmerje kotnega gonila

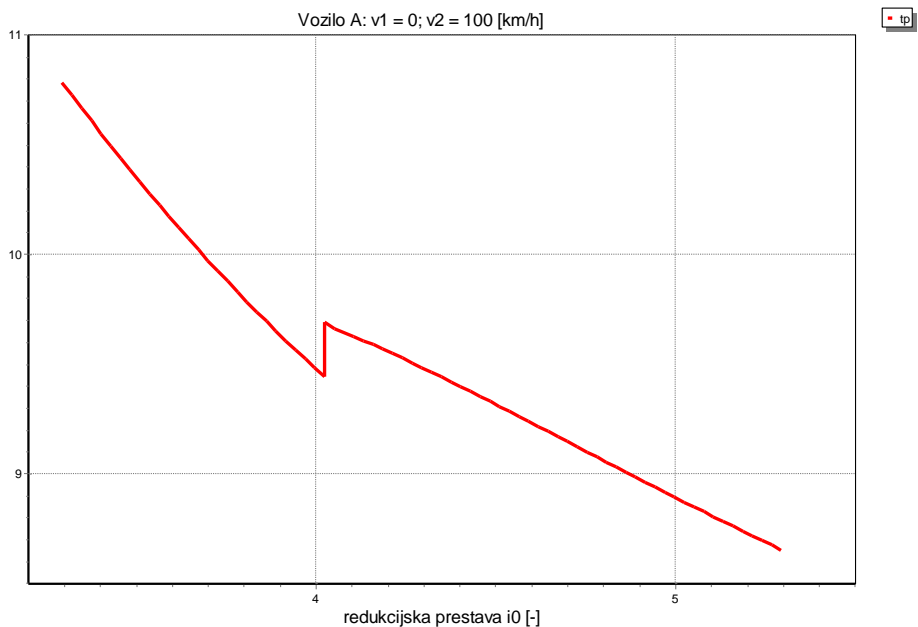
Slika 63 prikazuje teoretično hitrost, ki bi jo vozilo lahko doseglo v direktni prestavi (1,0) menjalnika in v odvisnosti od prestavnega razmerja kotnega gonila. Ponovno veljajo enaki pogoji kot pri pospešku in dinamičnem faktorju.



Slika 63: Maksimalna hitrost glede na prestavno razmerje redukcijskega gonila

5.4.6. Graf časa pospeševanja glede na prestavno razmerje kotnega gonila

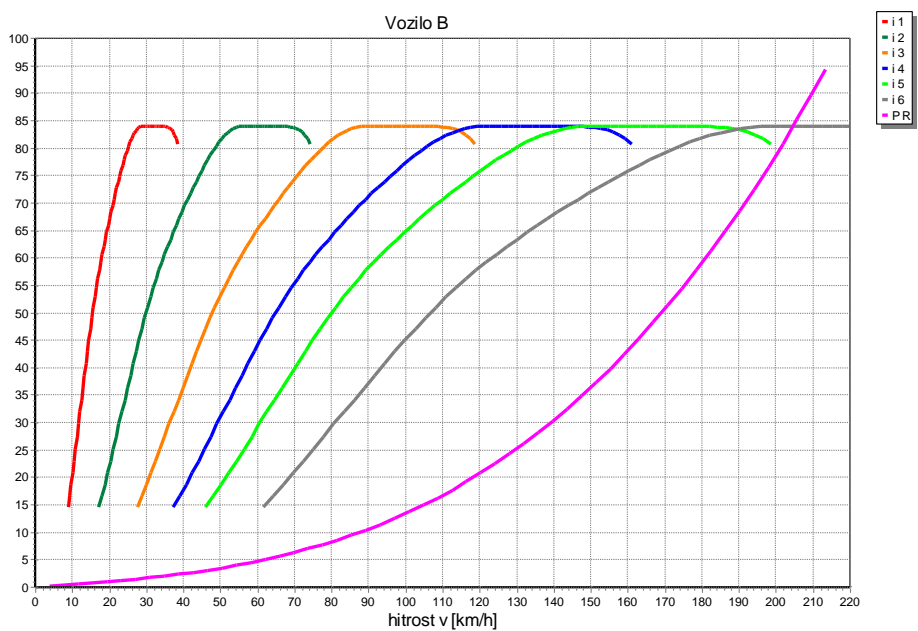
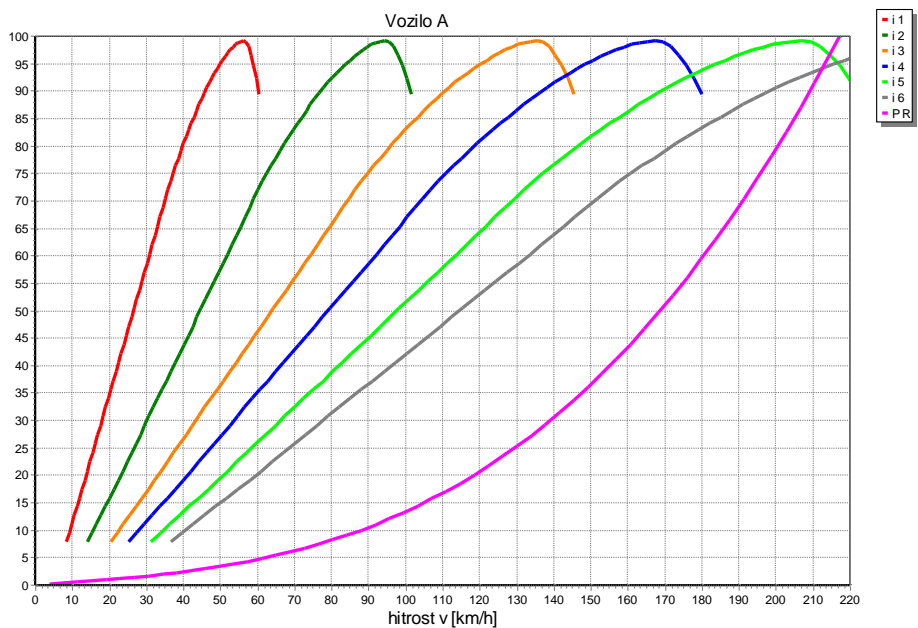
Slika 64 predstavlja čas pospeševanja od začetne (0) do končne hitrosti (100km/h) glede na prestavno razmerje kotnega gonila. Začetno in končno hitrost v programu lahko poljubno nastavimo. Do preskoka na grafu pride, ker je potrebno zaradi višjega prestavnega razmerja kotnega gonila za doseganje končne hitrosti prestaviti prestavo menjalnika. To pa zahteva določen čas. Čas, ki se porabi za prestavljanje, je predviden 0,25 s. Mogoče ga je tudi spreminjati v nastavitvah programa.



Slika 64: Čas pospeševanja glede na prestavno razmerje redukcijskega gonila

5.5. Graf bilance moči vozila

Slika 65 prikazuje bilanco moči vozila na pogonskih kolesih v različnih prestavah menjalnika ter skupno moč uporov vožnje (na ravnini) za vozili A in B. Pri izračunu krivulj moči so torej upoštevane transmisijske izgube.



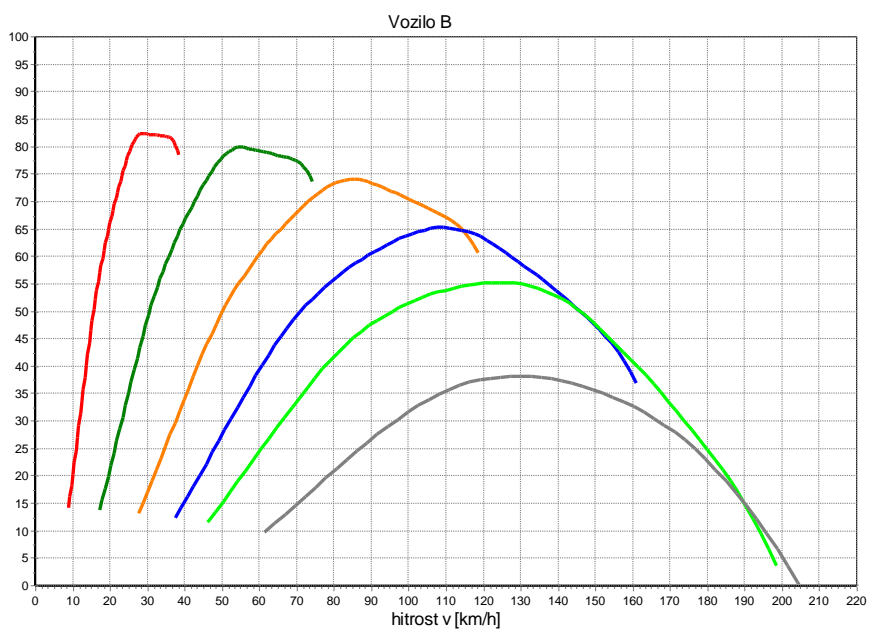
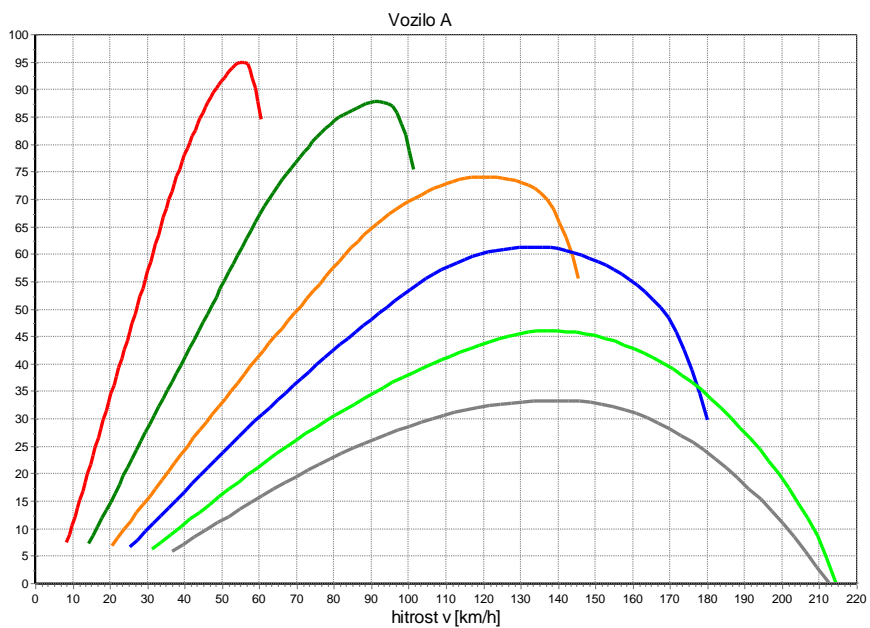
Slika 65: Bilanca moči vozila na pogonskih kolesih

Najbolj učinkovito prestavljanje v višje prestave poteka v lokalnih maksimumih posameznih krivulj moči, kar bi na grafih lahko predstavili z navpičnimi linijami do sledečih krivulj. Na ta način povezane krivulje moči dajo značilno »žagasto« obliko krivulje, zaradi česar v nekaterih virih take grafe tudi poimenujejo »žagasti grafi moči«. Presečišče krivulje moči voznih uporov in moči na pogonskih kolesih pa predstavljajo največje dosegljive hitrosti pri danih pogojih.

5.5.1. Graf preostankov moči motorja

Slika 66 prikazuje graf preostankov moči za pospeševanje za vsa prestavna razmerja menjalnika. Dejansko je to od moči vozila na pogonskih kolesih odšteta moč stacionarnih voznih uporov (strmina, kotalni in zračni upor).

Tudi pri tem grafu lahko dodamo vertikalne linije prestavljanja (pri največji moči v posameznih prestavah) in dobimo sestavljeno povezano krivuljo preostanka moči. Največja možna hitrost vozila je vidna tam, kjer preostanka moči ni več oziroma kjer krivulja seka abscisno os pri vrednosti 0.



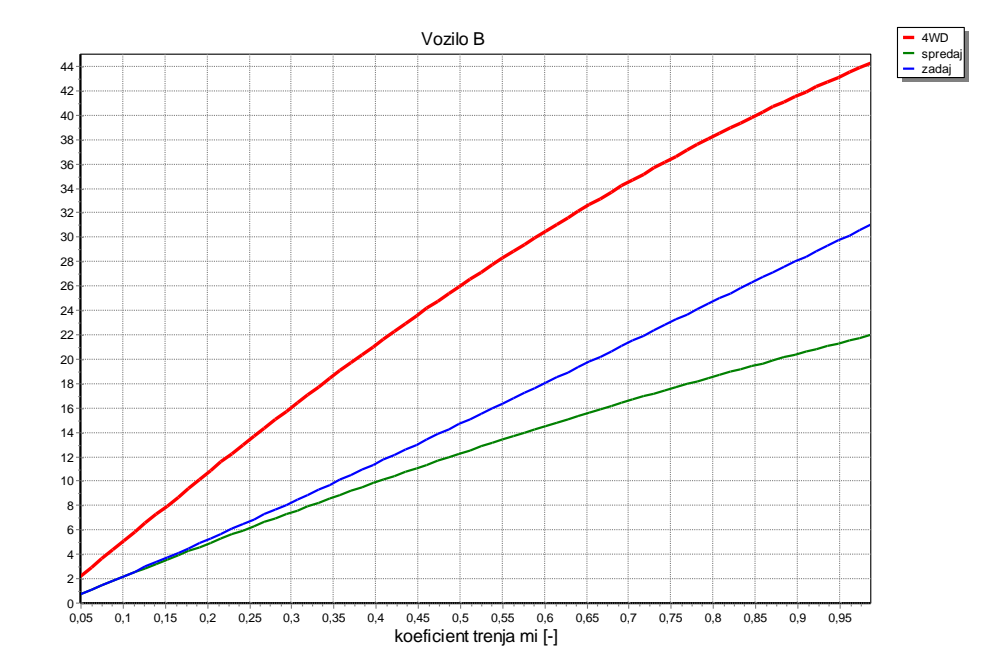
Slika 66: Preostanek moči vozila

5.6. Grafi karakteristik, ki niso povezane s pogonskim agregatom

Gre predvsem za na različne načine grafično prikazane lastnosti vozil, ki so odvisne predvsem od geometrijskih parametrov (medosje, kolotek, položaj težišča) in od tornih razmer med pnevmatikami in voziščem (koeficient trenja oziroma vprijemanja). Na ta način najpogosteje prikazujemo mejne sposobnosti vozil pri pospeševanju, vožnji v ovinek in pri zaviranju. Prikazi so izračunani in narejeni za dvoosna vozila.

5.6.1. Graf premagovanja vzponov glede na koeficient trenja v odvisnosti od vrste pogona

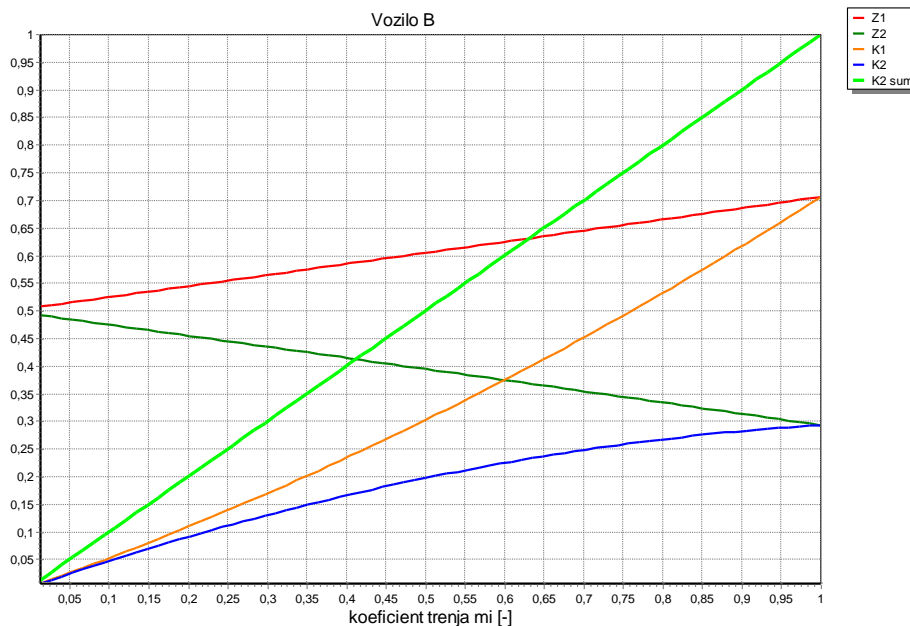
Slika 67 prikazuje naklon, pri katerem pride do zdrsavanja pnevmatik v odvisnosti od dejanskega koeficienta trenja med pnevmatikami in voziščem in za različne načine pogona. V prikazu ni upoštevano oziroma preverjeno, ali ima motor dovolj moči za premagovanje strmine oziroma ali glede na motor vozilo tako strmino sploh lahko premaguje.



Slika 67: Premagovanje vzponov glede na koeficient trenja

5.6.2. Graf specifičnih vertikalnih reakcij tal ter zavornih sil

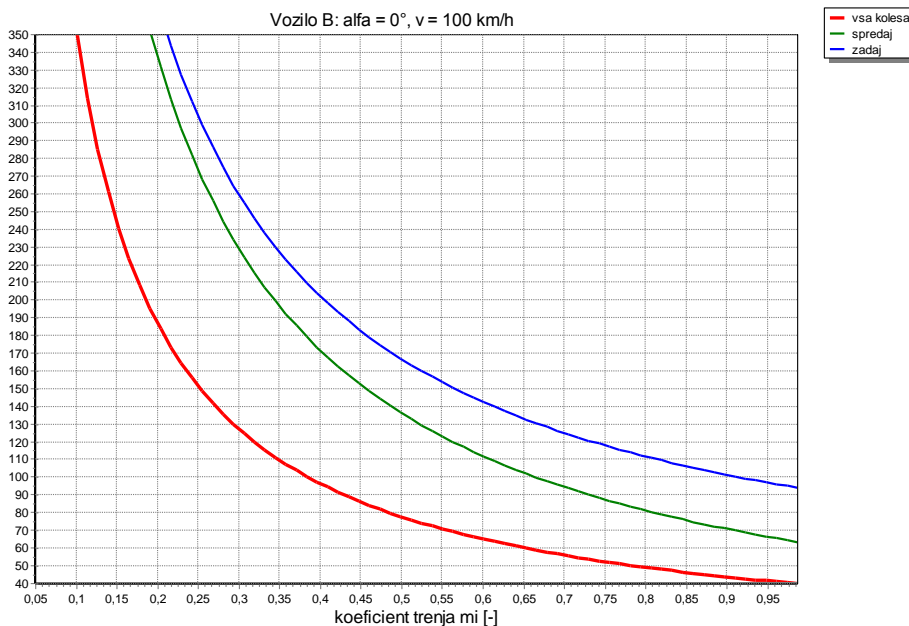
Slika 68 prikazuje specifične normalne (pravokotne) reakcije tal na kolesa pri zaviranju in maksimalne specifične zaviralne sile glede na koeficient trenja. Na primeru je prikazano zaviranje na vsa štiri kolesa (z maksimalnim možnim učinkom). Možen je tudi prikaz zaviranja le na sprednji ali zadnji dve kolesi.



Slika 68: Specifične vertikalne reakcije tal ter zavorne sile

5.6.3. Graf zavornih poti glede na koeficient trenja

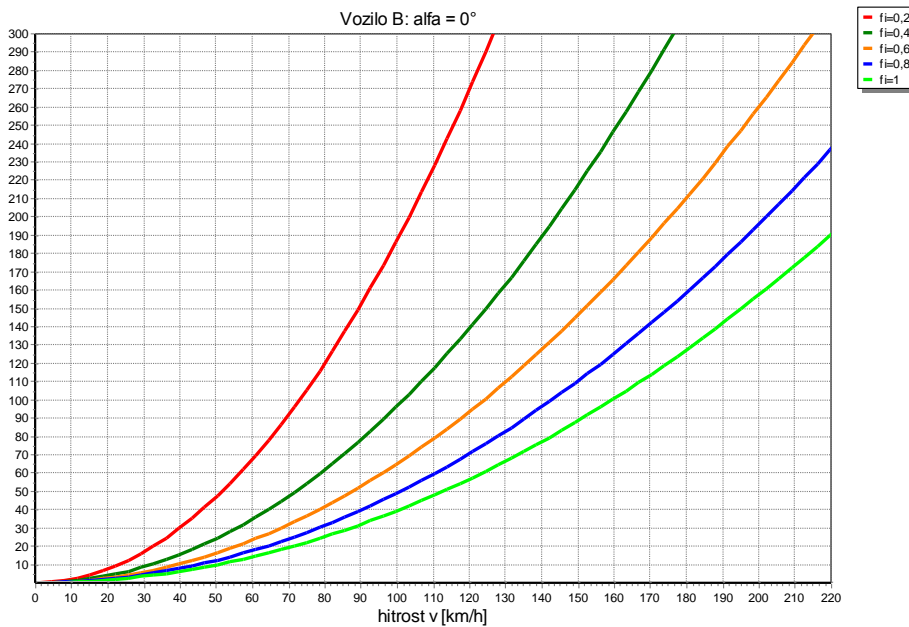
Slika 69 prikazuje dolžino zavorne poti od podane začetne hitrosti (v) do zaustavitve glede na koeficient trenja med vozno ploskvijo in pnevmatikami. Prikazane so tri možnosti: pri zaviranju na vsa štiri kolesa, samo na sprednja in samo na zadnja.



Slika 69: Zavorne poti glede na koeficient trenja

5.6.4. Graf zavornih poti pri različnih koeficientih trenja

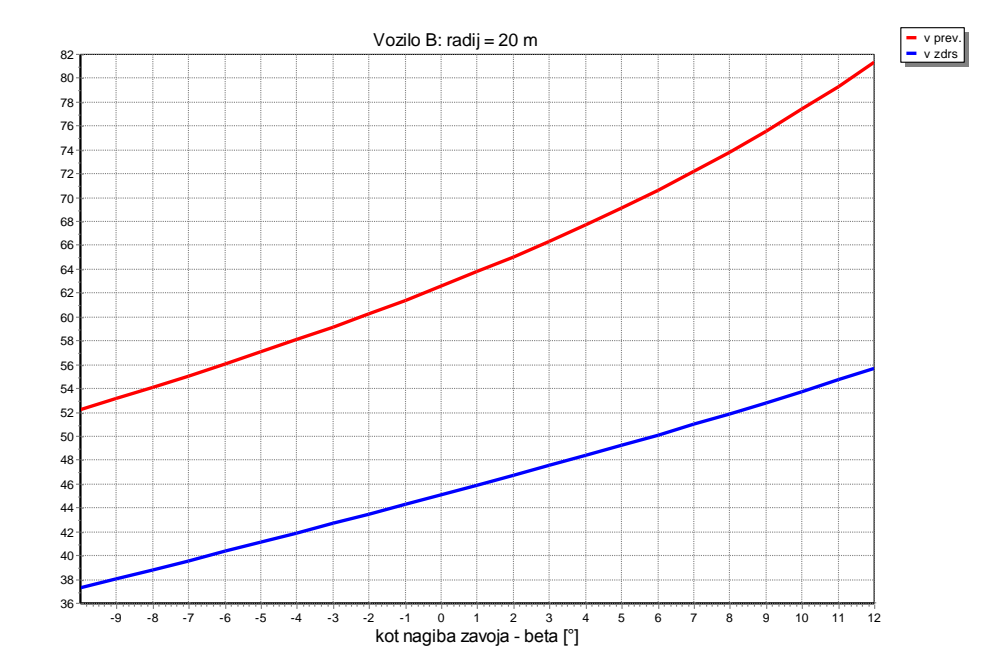
Slika 70 prikazuje dolžino zavorne poti glede na začetno hitrost in naklon strmine. Prikazane so krivulje za več prednastavljenih koeficientov trenja.



Slika 70: Zavorne poti pri različnih koeficientih trenja (za ravnino)

5.6.5. Graf potrebne kote nagiba zavoja

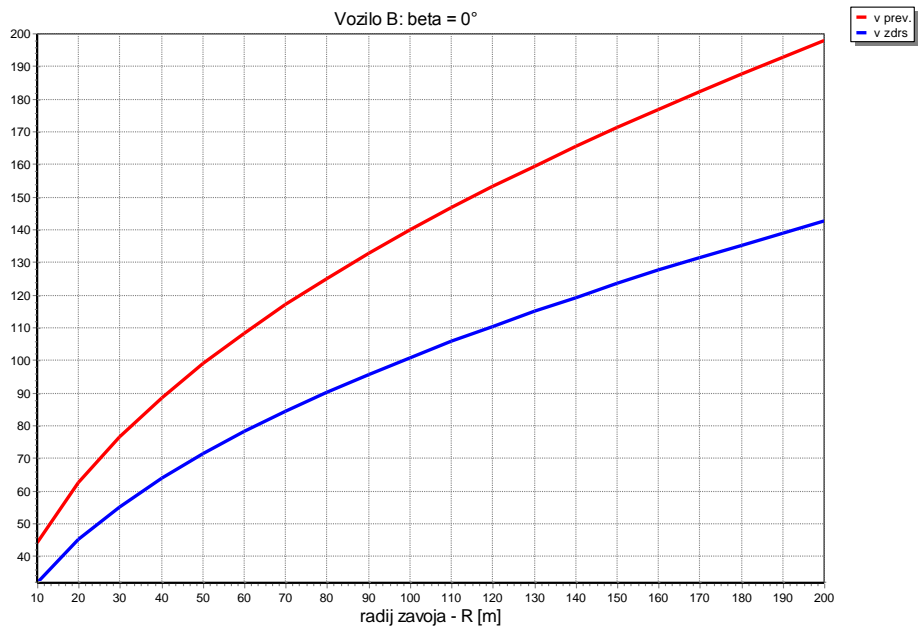
Slika 71 prikazuje največjo možno hitrost vozila pri vožnji v ovinek v odvisnosti od bočnega nagiba ovinka in za izbran polmer ovinka. Prikazani sta stanji, ko pride do zdrsa in ko pride do prevrnitve vozila. Vožnja nad zgornjo linijo ni možna, ne da bi prišlo do prevrnitve, prav tako vožnja nad spodnjo linijo ni možna, ne da bi prišlo do zdrsa. Pri tem preračunu je upoštevan koeficient trenja, ki ga določimo v programu Vozila in ga je možno spreminjati.



Slika 71: Potreben kot nagiba zavoja

5.6.6. Graf maksimalnih hitrosti pri določenem polmeru zavoja

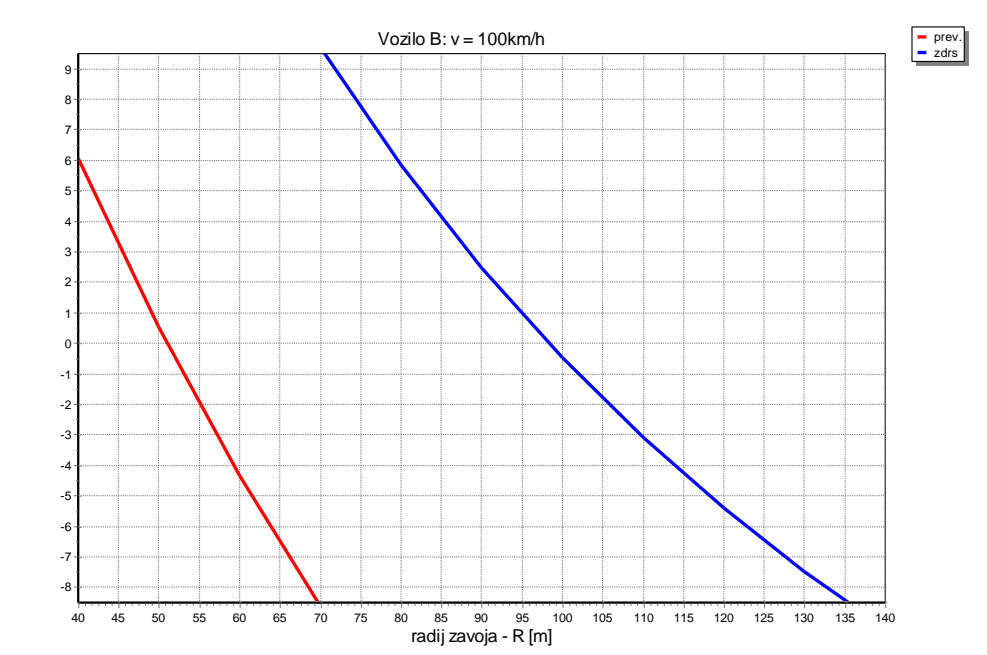
Slika 72 prikazuje hitrost, pri kateri pride do zdrsa oziroma prevrnitve vozila v odvisnosti od radija zavoja. Lahko izbiramo kot bočnega nagiba zavoja β .



Slika 72: Maksimalna hitrost pri določenem polmeru zavoja (vozišče brez bočnega nagiba)

5.6.7. Graf kota nagiba zavoja glede na polmer zavoja

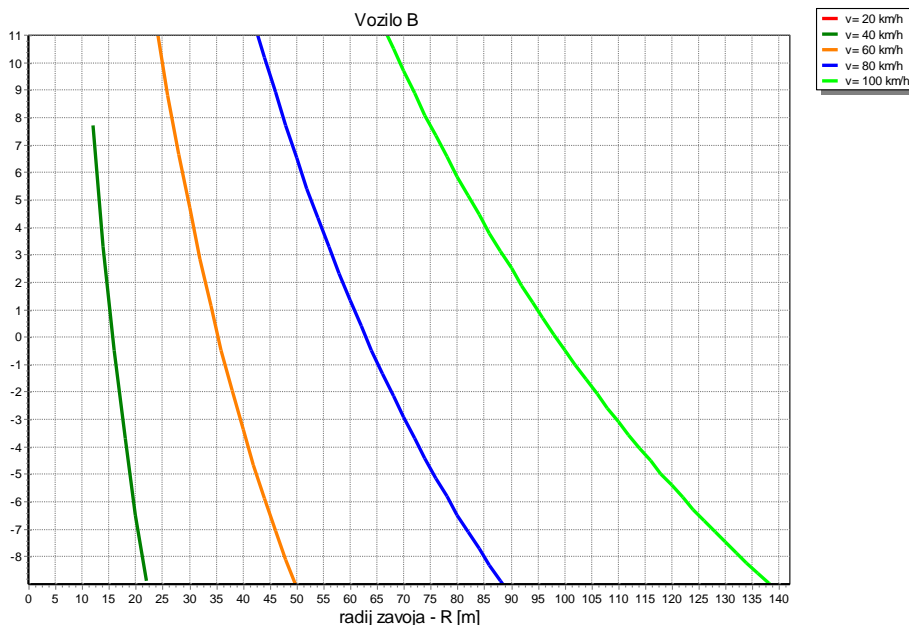
Slika 73 prikazuje potreben kot bočnega nagiba zavoja v odvisnosti od polmera zavoja, da je vozilo sposobno voziti v ovinek z izbrano hitrostjo. Vožnja je mogoča pri parametrih vožnje nad linijo grafa. Pod linijo pride do zdrsa oziroma prevrnitve vozila.



Slika 73: Potreben kot nagiba zavoja glede na polmer zavoja

5.6.8. Graf potrebnega kota nagiba zavoja, da ne pride do zdrsa

Slika 74 prikazuje potreben kot nagiba zavoja v odvisnosti od polmera zavoja, da ne pride do zdrsa vozila. Prikazan je graf pri hitrostih 40, 60, 80 ter 100 km/h. Koeficient trenja je nastavljen v programu.



Slika 74: Potreben nagib zavoja glede na polmer zavoja pri različnih hitrostih

Na podoben način lahko izrazimo še druge medsebojne odvisnosti parametrov vozil oziroma vožnje, kot nam ustreza glede na potrebe. Grafi so nam lahko v pomoč pri numeričnem računanju diskretnih vrednosti v ožje omejenih pogojih vožnje, če ne drugega kot vizualna pomoč in kontrola pri tem, ko je potrebno nastaviti oziroma izpeljati ustrezne enačbe.

6. Primeri računskih nalog

6.1. Vozni upori

Naloga 6.1.1:

Za majhno osebno vozilo s pogonom na zadnja kolesa so podane naslednje tehnične značilnosti:

- masa vozila med preizkusom $m_{voz} = 1060$ kg,
 - medosna razdalja $l = 2$ m,
 - oddaljenost težišča od sprednje osi $l_1 = 1,2$ m, višina težišča $h_t = 0,6$ m,
 - največji moment motorja $M_{emax} = 93$ Nm pri $n_{Mmax} = 2950$ min⁻¹,
 - prestavno razmerje 1. prestave $i_1 = 3,47$,
 - prestavno razmerje 5. prestave $i_5 = 0,83$,
 - prestavno razmerje kotnega gonila $i_0 = 5,45$,
 - ocenjeni celotni izkoristek transmisije $\eta_T = 94$ %,
 - dinamični polmer koles $r_d = 277$ mm,
 - projekcija sprednje ploskve natekanja zraka $A_p = 1,5$ m²,
 - koeficient zračnega upora $c_x = 0,41$,
 - tlak v pnevmatikah $p = 2,4$ bar.
- a) Določite vrednosti in deleže posameznih uporov pri vožnji s konstantnimi hitrostmi 50, 90 in 130 km/h po ravni podlagi v zraku gostote 1,225 kg/m³.
- b) Izračunajte, pri kateri hitrosti se pri danem vozilu pri vožnji navkreber v 2% klanec izenačita upor strmine in kotalni upor. Kakšen je takrat zračni upor?
- c) Določite, kakšno hitrost doseže dano vozilo pri prostem spuščanju brez zaviranja po 10% klancu.

Rešitev:

- a) Za izračun faktorjev kotalnega upora pri različnih hitrostih uporabimo enačbo (13), za izračun sile kotalnega upora pa enačbo (14). Za izračun sile zračnega upora uporabimo enačbo (7), pri čemer predpostavimo vožnjo v brezvetrju in je zato $w = 0$.

$$R_{k50} = 105,6 \text{ N}; R_{z50} = 72,7 \text{ N}$$

$$R_{k90} = 128,6 \text{ N}; R_{z90} = 235,4 \text{ N}$$

$$R_{k130} = 164,8 \text{ N}; R_{z130} = 491,2 \text{ N}$$

- b) Pogoji za izenačitev uporov je, da velja $R_s = R_f$. Za izračun vrednosti sil uporov uporabimo enačbe (13), (14) in (19):

$$m_{voz} \cdot g \cdot \sin(\alpha) =$$

$$m_{voz} \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot \left(0,005 + \frac{1 \text{ bar}}{p} \left(0,01 + 0,0095 \left(\frac{v}{100 \text{ km/h}} \right)^2 \right) \right),$$

od koder lahko izračunamo iskano hitrost.

Silo zračnega upora pri tej hitrosti nato izračunamo po enačbi (7).

$$v_{eq} = 45,95 \text{ m/s} = 165,43 \text{ km/h}; R_z = 795,5 \text{ N}$$

- c) V tem primeru je upor strmine negativen. Vozilo bo nehalo pospeševati, ko se bo vsota zračnega in kotalnega upora po absolutni vrednosti izenačila z uporom strmine: $R_s = R_f + R_z$. Hitrost, pri kateri se to zgodi, dobimo z rešitvijo kvadratne enačbe, ki nastane z združitvijo enačb (7), (13), (14) in (19).

$$v_{ter} = 46,73 \text{ m/s} = 168,24 \text{ km/h}$$

6.2. Bilanca sil in moči

Naloga 6.2.1:

Pri snovanju mestnega avtobusa na zaporedni hibridni pogon (elektromotor-generator ni povezan z motorjem z notranjim zgorevanjem mehansko, generator se uporablja zgolj za polnjenje baterij) so postavljena sledeča izhodišča:

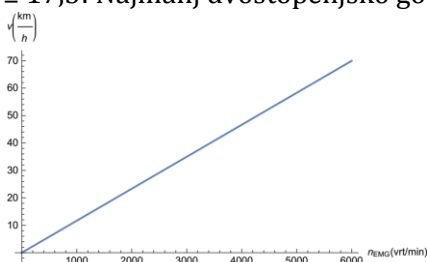
- Skupna teža obremenjenega vozila ne bo presegala 150 kN, prazno vozilo pa je težko 50 kN.
- Pogonski elektromotor-generator (EMG) bo dosegel največjo moč $P_{max} = 100 \text{ kW}$ že pri 1.500 vrt/min in bo konstantna do 6.000 vrt/min, kar je največja dovoljena hitrost motorja; predpostavlja se idealna karakteristika, kjer moč od mirovanja motorja do maksimalne vrednosti naraste linearno (pri 1.500 vrt/min).
- Trajna moč EMG (toplotno ravnovesje) $P_{tr} = 60 \text{ kW}$.
- Izkoristek EMG s transmisijo: pri P_{max} je $\eta_{max} = 0,95$ pri P_{tr} pa $\eta_{tr} = 0,90$.
- Pnevmatike pogonskih koles imajo dinamični radij $r_d = 535 \text{ mm}$.
- Največji nakloni vozišča so do $\alpha = 15\%$ (v mestu).
- Načrtovana hitrost vožnje $v_{ma} = 60 \text{ km/h}$; potrebna je rezerva do skrajne hitrosti $v_{mb} = 70 \text{ km/h}$.

Upoštevajte še sledeče:

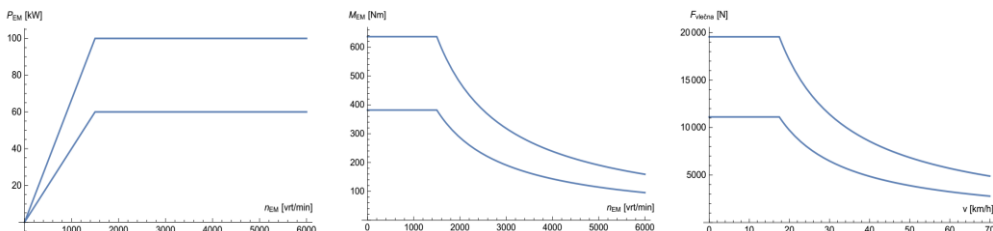
- vozilo vozi po dobrih in tudi slabih asfaltnih in tlakovanih voziščih,
 - velikost površine sprednje silhuete vozila je 5 m^2 ,
 - koeficient zračnega upora $c_x = 0,6$,
 - največji koeficient sojemanja med pnevmatikami in voziščem je do 0,8.
- a) Kolikšna bi morala biti skupna prestava transmisije, da bi vozilo teoretično kinematično lahko doseglo največjo hitrost vožnje v_{ma} in tudi skrajno hitrost v_{mb} ? S kakšnim gonilom (izvedba, stopnje) je takšna prestava izvedljiva? Narišite kinematični graf vozila!
- b) Izračunajte in narišite grafe vozila z pod točko a določeno prestavo prenosne transmisije:
1. Graf trajne in maksimalne moči motorja!
 2. Graf trajnega in maksimalnega navora motorja!
 3. Graf trajne in maksimalne pogonske sile vozila!
- c) S kakšno hitrostjo vozilo s tako prestavo lahko premaguje 12 % klanec in 5% klanec?
- d) Koliko časa je potrebno, da vozilo pospeši od 0 do 50 km/h?

Rešitev:

- a) Potrebno je doseči $v_{mb} = 70 \text{ km/h}$, potrebna je skupna prestava gonila $\leq 17,3$! Najmanj dvostopenjsko gonilo!



- b) Grafi trajne in maksimalne moči in momenta motorja in pogonske sile:



- c) 12% klanec vozilo ($i_0 = 17,3$) ne zmore (potrebna bi bila prestava vsaj 19,2), 5% klanec zmore s hitrostjo $\sim 30 \text{ km/h}$.
d) Za pospeševanje do 50 km/h vozilo potrebuje 112 s.

6.3. Statične in dinamične reakcije, bilanca sil in moči, vzpenjanje

Naloga 6.3.1:

Za dostavno vozilo z zadnjim pogonom, medosno razdaljo $l = 2,96 \text{ m}$ in težiščno višino $h_t = 1,125 \text{ m}$ smo na vodoravni podlagi izmerili statični reakciji na sprednji osi $G_1 = 18240 \text{ N}$ in na zadnji osi $G_2 = 26760 \text{ N}$. Na voljo so tudi podatki o transmisiji vozila:

- $i_{t1} = 14,26$, $\eta_T = 94 \%$ (prestavno razmerje in izkoristek celotne transmisije v 1. prestavi),
 - $r_d = 722 \text{ mm}$ (dinamični polmer koles).
- a) Določite lego težišča vozila!
b) Določite spremembo obremenitve sprednje osi če vozilo zavira s pojemkom 2 m/s^2 !
c) Pri kakšnem zavornem pojemku bodo pri polnem zaviranju sile na vseh kolesih enake?
d) Določite največji možni pojemek pri zaviranju brez zdrsavanja koles, če so zavorne sile spredaj in zadaj enake in je koeficient statičnega trenja $0,522$!
e) Kakšne so reakcije tal na posamezni osi, če vozilo pospešuje navkreber v 10% klanec s pospeškom $0,64 \text{ m/s}^2$? Kolikšen mora biti koeficient vprijetanja, da je v teh razmerah takšen pospešek možno doseči?
f) Kolikšen moment mora razviti motor, da vozilo lahko v 1. prestavi lahko spelje v 10% klanec s pospeškom $0,64 \text{ m/s}^2$ pri koeficientu kotalnega upora $f_k = 0,015$?

Rešitev:

- e) Lego težišča določimo z rešitvijo ravnotežne momentne enačbe okoli ene izmed točk stika koles s podlago – enačba (60) ali (61). $x_t = 1,76$ m
- f) Nastavimo ravnotežno momentno enačbo za točko stika zadnjega kolesa s podlago in v njej upoštevamo vztrajnostno silo, ki deluje v težišču vozila – enačba (62) ali (63). Zračni upor je že vključen v rezultanti sil, ki povzročajo pojemek, zato ga iz enačbe izpustimo. $\Delta Z = 3488$ N
- g) Uporabimo enačbo iz točke b), pri čemer kot povečanje obremenitve na sprednji osi upoštevamo razliko med statičnima reakcijama. Iz enačbe izrazimo in izračunamo potreben pojemek težišča. $a = 2,44$ m/s²
- h) Največji možni pospešek določa koeficient trenja. Veljati mora ravnotežje sil v smeri vožnje, pri čemer je največja vztrajnostna sila lahko kvečjemu tolikšna, kolikor znaša sila trenja. $a = 5,41$ m/s²
- i) Reakcije tal določimo iz ravnotežne momentne enačbe okoli ene od točk stika koles s podlago – enačba (62) ali (63), pri čemer upoštevamo, da je zračni upor vključen že v rezultanti sil, ki povzročajo pospešek. Koeficient vprijetanja mora biti vsaj tolikšen, da je sila trenja na pogonskih kolesih (produkt dinamične reakcije in koeficienta vprijetanja) enaka vsoti vseh delujočih voznih uporov. Izračunamo ga lahko iz enačbe (65).
 $Z_1 = 15331,49$ N; $Z_2 = 29445,19$ N; $\mu_{min} = 0,252$
- j) Moment mora biti vsaj tolikšen, da je vlečna sila, ki jo povzroči, enaka vsoti vseh delujočih voznih uporov. Zračni upor pri speljevanju še ne nastopi, zato ga lahko pri izračunu zanemarimo.
 $M_{max} = 435,54$ Nm

Naloga 6.3.2:

Osebnostno vozilo s pogonom na sprednja kolesa ima naslednje karakteristike:

- masa vozila med preizkusom $m_{voz} = 1312$ kg,
- medosna razdalja $l = 2,54$ m,
- višina težišča $h_t = 0,6$ m,
- največji moment motorja $M_{emax} = 156$ Nm pri $n_{Mmax} = 3100$ min⁻¹,
- prestavno razmerje 1. prestave $i_1 = 3,44$,
- prestavno razmerje 5. prestave $i_5 = 1,00$,
- prestavno razmerje kotnega gonila $i_0 = 4,45$,
- ocenjeni celotni izkoristek transmisije $\eta_T = 94$ %,
- dinamični polmer koles $r_d = 292$ mm.

Pri preizkusu ustavljanja od 100 km/h do ustavitve v prostem teku brez zaviranja smo izmerili povprečni pojemek 0,8 m/s².

- a) Določite lego težišča vozila na njegovi vzdolžni osi tako, da bo razmerje med statičnima reakcijama na sprednji in zadnji osi, ko vozilo stoji na vodoravni podlagi, 60/40.

- b) Določite največji pospešek vozila pri vožnji navkreber v 5% klanec v 5. prestavi pri faktorju rotacijskih mas $\delta = 1,06$. Pri kakšni hitrosti vozilo razvije ta pospešek?

Rešitev:

- a) Lego težišča določimo z rešitvijo ravnotežne momentne enačbe okoli ene izmed točk stika koles s podlago – enačba (60) ali (61).

$$x_t = 1,016 \text{ m}$$

- b) Največji pospešek določimo iz bilance vlečnih sil in delujočih vozniških uporov. Pri tem upoštevamo, da izmerjeni pojemek pri preizkusu ustavljanja povzroča silo, ki je vsota zračnega upora, kotalnega upora in upora v transmisiji. Glede na to, da se ta sila spreminja s kvadratom hitrosti, lahko predpostavimo linearni potek pospeška med ustavljanjem.

$$a = 0,67 \text{ m/s}^2$$

$$v = 21,3 \text{ m/s} = 76,69 \text{ km/h}$$

Naloga 6.3.3:

Za terensko vozilo s pogonom na vsa štiri kolesa so podane naslednje tehnične značilnosti:

- skupna masa vozila $m_{voz} = 1590 \text{ kg}$,
 - medosna razdalja $l = 2,5 \text{ m}$,
 - koordinati težišča $h_t = 0,69 \text{ m}$ in $x_t = 1,2 \text{ m}$,
 - prestavno razmerje kotnega gonila $i_0 = 5,7$,
 - ocenjeni celotni izkoristek transmisije $\eta_T = 85 \%$,
 - dinamični polmer koles $r_d = 298 \text{ mm}$.
- a) Določite največji moment motorja in vrtilno hitrost, pri kateri ga doseže, če je momentna karakteristika motorja aproksimirana z analitično enačbo $M(n) = -0,000005 n^2 + 0,03 n + 190$, kjer je M moment motorja v Nm in n vrtilna hitrost motorja v min^{-1} .
- b) Določite statični reakciji na posameznih oseh, če vozilo zavrtó stoji na 7% klancu, tako da je njegov sprednji del obrnjen proti vznožju klanca.
- c) Določite potrebno skupno prestavno razmerje prve prestave menjalnika in razdelilnega gonila, da bo vozilo zmoglo speljati v 100% vzpon pri koeficientu kotalnega upora 0,02.
- d) Določite največji vzpon, ki bi ga vozilo zmoglo pri koeficientu vprijemanja 0,9. Ali vozilo s transmisijo iz točke c) zmóre tak vzpon? Če da, kako hitro se lahko vzpenja?

Rešitev:

- a) Enačba aproksimacije z analitično krivuljo (kvadratno paraboló) popisuje odvisnost momenta motorja od njegove vrtilne hitrosti. V najvišji točki (ekstremu) krivulje velja $dM(n)/dn = 0$. S pomočjo te relacije določimo vrtilno hitrost pri največjem momentu. Vrednost največjega momenta je $M_{max} = M(n_{Mmax})$.

- $n_{Mmax} = 3000 \text{ min}^{-1}$
 $M_{max} = 235 \text{ Nm}$
- b) Statični reakciji določimo iz enačbe (60) ali (61).
 $Z_1 = 8388,86 \text{ N}$
 $Z_2 = 7165,65 \text{ N}$
- c) Potrebno prestavno razmerje določimo iz ravnotežja vlečne sile in vsote voznihi uporov, pri čemer zračni upor pri speljevanju še ne nastopi in ga lahko zanemarimo.
 $i_{sk1} = 2,943$
- d) Največji vzpon glede na sojemanje za vozilo s pogonom na vsa kolesa lahko določimo iz enačbe (69). Za izračun hitrosti vzpenjanja upoštevamo, da mora veljati ravnotežje med vlečno silo in upori vožnje. Od tod lahko izračunamo potreben moment motorja za dosego tega ravnotežja. Z njim iz aproksimacije zunanje motorske karakteristike (točka a) določimo vrtilno hitrost motorja n ter iz nje obodno hitrost kolesa oziroma hitrost vozila v .
 $\alpha = 28,73^\circ$
 $n = 4723 \text{ min}^{-1}$
 $v = 8,79 \text{ m/s} = 31,63 \text{ km/h}$

6.4. Vožnja v ovinek, smerna stabilnost, zaviranje

Naloga 6.4.1:

Lahko tovorno vozilo vozi v ovinku s konstantnim polmerom $R = 50 \text{ m}$ brez bočnega nagiba. Za vozilo so znani še naslednji podatki:

- skupna masa vozila $m_{voz} = 1590 \text{ kg}$,
 - kolotek $l = 1690 \text{ mm}$,
 - višina težišča $h_t = 1,05 \text{ m}$.
- a) Izračunajte reakcije na posamezna kolesa, če je hitrost vožnje 18 km/h .
- b) Ugotovite, pri kakšni hitrosti vožnje lahko pride v ovinku do prevrnitve vozila.
- c) Kakšen mora biti koeficient vprijetanja med voziščem in pnevmatikami vozila, da bo prevrnitev vozila nastopila prej kot bočni zdrs?

Rešitev:

- a) Reakciji na notranjem in zunanem paru koles izračunamo iz enačbe za ravnotežje momentov okoli stika zunanjega roba pnevmatik z voziščem – enačbi (90) in (91). Pri tem upoštevamo, da zaradi kroženja vozila nastopi centrifugalna sila F_c , ki deluje v težišču vozila – enačba (89).
 $Z_z = 8287,32 \text{ N}$
 $Z_n = 7305,26 \text{ N}$
- b) Vozilo se bo začelo prevračati, ko bo reakcija na notranji par koles dosegla 0. Z združitvijo enačb (91) in (89) dobimo kvadratno enačbo za izračun hitrosti prevračanja v_{pr} .
 $v_{pr} = 19,92 \text{ m/s} = 71,72 \text{ km/h}$

- c) Do zdrsa bo prišlo pred prevračanjem, ko bo vsota sil trenja ($Y = \mu \cdot Z$) med kolesi vozila in voziščem manjša od centrifugalne sile. Iz te relacije lahko izračunamo mejni koeficient trenja.

$$\mu = 0,81$$

Naloga 6.4.2:

Za osebno vozilo s pogonom na sprednja kolesa so znani naslednji podatki:

- masa vozila med preizkusom $m_{voz} = 960$ kg,
 - medosna razdalja $l = 2,35$ m,
 - oddaljenost težišča od sprednje osi $l_1 = 0,95$ m, višina težišča $h_t = 0,44$ m,
 - vgrajene pnevmatike 165 R 13 (dinamični polmer $r_d = 258$ mm),
 - krmilni polmer $r_\sigma = 30$ mm,
 - skupna površina batov v zavornih čeljustih $A_b = 60$ cm²,
 - srednji premer sprednjih zavornih diskov $D_b = 298$ mm
 - koeficient trenja med zavorno ploščico in zavornim diskom $\mu_b = 0,28$.
- a) Pri preizkusu kroženja v kvazistacionarnem stanju pri hitrosti 32 km/h smo ugotovili, da ima krivulja $d(1/R)/d(a_b/g)$ naklon -20° . Ugotovite, ali je vozilo v tem primeru prekrmiljeno in utemeljite odgovor.
- b) Ugotovite, kakšna je dinamična reakcija na zadnji osi, če vozilo zavira s pojemkom 7 m/s².
- c) Kolikšen mora biti v tem primeru tlak v zavornem sistemu, da bosta zavori sposobni blokirati sprednji kolesi vozila?
- d) Določite premer obračalnega kroga vozila med robnikoma, če je krmilni mehanizem sposoben zagotoviti največji zasuk zunanjega krmiljenega kolesa 28° .

Rešitev:

- a) Podkrmiljenost vozila ugotovimo iz relacije (107).
 $K_{us} = 0,855$, kar pomeni, da vozilo ni prekrmiljeno ($K_{us} > 0$)
- b) Dinamično reakcijo na zadnji osi izračunamo iz enačbe (63).
 $Z_2 = 2547,6$ N
- c) Za blokiranje koles pri zaviranju mora biti moment sile trenja zavornih ploščic ob zavorni disk vsaj tolikšen, kot je moment sile trenja pnevmatike ob vozišče. Pri tem upoštevamo, da silo trenja zavorne obloge dosežemo s tlakom zavorne tekočine na zavorni bat: $F_p = p_b \cdot A_p$. Od tod izračunamo potrebni tlak v zavornem sistemu. $p_b = 81$ bar
- d) Premer obračalnega kroga določimo iz enačbe (95). Da dobimo premer med robnikoma, tako izračunanemu premeru dodamo še širino pnevmatike b_t , ki je podana z njeno oznako ($b_t = 165$ mm).
 $D = 10,236$ m

7. Viri

- [1] Marko Goljar: *Motorna vozila*. Fakulteta za strojništvo, Ljubljana, 1977.
- [2] Dušan Simić: *Motorna vozila*. Naučna knjiga, Beograd, 1988.
- [3] Rolf Gscheidle et al.: *Motorno vozilo*. Tehniška založba Slovenije, Ljubljana, 2008.
- [4] Thomas D. Gillespie: *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. SAE, Warrendale, ZDA, 1996.
- [5] Giancarlo Genta: *Motor Vehicle Dynamics, Modeling and Simulation*. World Scientific Publishing, Singapore, 1997.
- [6] J. Y. Wong: *Theory of Ground Vehicles*. John Wiley and Sons, Hoboken, ZDA, 2008.
- [7] Hans B. Pacejka: *Tyre and vehicle dynamics*. Butterworth-Heinemann, Amsterdam, Nizozemska, 2006.
- [8] K.-H. Dietsche, M. Klingebiel (editors): *Automotive Handbook*, 7th Edition. Robert Bosch GmbH, Plochingen, Nemčija, 2007.
- [9] Ilija N. Bronštejn, Konstantin A. Semendjajev: *Matematični priročnik*. Tehniška založba Slovenije, Ljubljana, 1992.
- [10] Bojan Kraut: *Strojniški priročnik*. Tehniška Založba, Ljubljana, 2003.
- [11] Ivan Prebil, Rok Popovič, Samo Zupan, Miha Ambrož: *Program za izračun in kontrolo vozni lastnosti terenskih vozil*. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo, Ljubljana, 2003.
- [12] *Engauge Digitizer* - <http://digitizer.sourceforge.net/>
- [13] *WinDig* - <http://www.unige.ch/sciences/chifi/cpb/windig.html>
- [14] *Rototest Research Institute* - <http://www.rri.se>